УДК 621.391.037.3 : 681.3.019

В. П. КОСЫХ

(Новосибирск)

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕИНВАРИАНТНОГО ЛИНЕЙНОГО ФИЛЬТРА

Одной из распространенных операций в обработке изображений является линейная фильтрация, которая для дискретных изображений описывается выражением

$$S(i,\ j)=\sum_{l=L_1}^{L_2}\sum_{k=K_1}^{K_2}F(i-k,\ j-l)\,H(k,\ l;\ i,\ j), \tag{1}$$

$$i=\overline{1,\ M};\quad j=\overline{1,\ N},$$

где $F(m,\ n)$, $S(i,\ j)$ — двумерные массивы размером $M\times N$, представляющие собой соответственно исходное и отфильтрованное изображения; $H(k,\ l;\ i,\ j)$ — двумерный массив размером $(K_2-K_1+1)\times(L_2-L_1+1)$, соответствующий ядру фильтра.

Частным случаем линейной фильтрации является свертка, когда ядро H не зависит явным образом от текущих координат:

$$S(i,\ j)=\sum_{l=L_1}^{L_2}\sum_{k=K_1}^{K_2}F(i-k,\ j-l)\,H(k,\ l). \tag{2}$$

Прямое вычисление (1) и (2) представляет собой достаточно трудоемкую процедуру, однако для свертки известно большое количество алгоритмов, которые при определенных условиях позволяют снизить вычислительные затраты на порядок и более [1]. Для вычисления свертки применяются также специализированные аппаратные средства, эффективность которых обусловлена именно независимостью ядра от текущих координат.

В силу конечности области определения пространственно зависимое ядро может быть представлено в виде разложения по конечному набору не зависящих от текущих координат базисных функций с зависимыми от координат коэффициентами:

$$H(k,\ l;\ i,\ j)=\sum_{u=1}^{U}p_u(i,\ j)\,h_u(k,\ l). \tag{3}$$

Здесь $h_u(k,\ l)$ — u-я базисная функция; $p_u(i,\ j)$ — поле коэффициентов при u-й базисной функции.

В этом случае выражение (1) принимает вид

$$S(i,\ j)=\sum_{u=1}^{U}p_u(i,\ j)\sum_{l=L_1}^{L_2}\sum_{k=K_1}^{K_2}F(i-k,\ j-l)\,h_u(k,\ l). \tag{4}$$

Внутренние суммы представляют собой свертку вида (2). Таким образом, линейная фильтрация изображения пространственно зависимым фильтром сводится к его фильтрации набором пространственно независимых фильтров, поэлементному перемножению результатов с полями коэффициентов разложения и сложению. Выбор вида базисных функций определяется конкретными условиями фильтрации. В частности, наиболее точная аппроксимация H минимальным набором базисных функций достигается при использовании разложения по главным компонентам [2].

Практически важной является ситуация, когда вид ядра $H(k,l;i,j)$ и соответственно его разложения известен только для некоторого подмножества координат $i,\ j$. В этом случае при определенных допущениях возможна интерполяция значений коэффициентов разложения ядра для всех точек изображения.

Предположим, что поля коэффициентов разложения ядра могут быть представлены в виде

$$p_u(i, j) = \sum_{s=1}^{V} \sum_{t=1}^{V} a_u(s, t)\, q(s, i)\, r(t, j), \tag{5}$$

где $q(s, i)$, $r(t, j)$ — набор аппроксимирующих функций, один и тот же для всех полей коэффициентов; $a_u(s, t)$ — параметры аппроксимации u-го поля коэффициентов; V — количество аппроксимирующих функций. Задача заключается в оценивании коэффициентов a_u по некоторому набору известных значений p_u.

В матричном представлении (5) имеет вид

$$P_u = Q^T A_u R, \tag{6}$$

где

$$P_u = \{p_u(i, j)\},\ A_u = \{a_u(s, t)\},$$
$$Q = \{q(s, i)\},\ R = \{r(t, j)\}.$$

Элемент u-го поля коэффициентов с координатами i, j представляется как

$$p_u(i, j) = Q_u^T A_u R_j, \tag{7}$$

где Q_i — i-й столбец матрицы Q; R_j — j-й столбец матрицы R. Пусть значения $p_u(i, j)$ известны для опорных точек изображения с координатами

$$(i_1, j_1), \ldots, (i_m, j_m), \ldots, (i_n, j_n).$$

Введем матрицы разложений в опорных точках $\widehat{Q}$ и $\widehat{R}$, которые получаются из Q и R выбором столбцов, соответствующих координатам опорных точек. С учетом (7) коэффициент p_u в опорных точках представляется в виде

$$p_u(i_m, j_m) = \widehat{Q}_m^T A_u \widehat{R}_m.$$

Преобразуем матрицу A_u в вектор a_u следующим образом:

$$a_u = \sum_{t=1}^{V} M_t A_u e_t,$$

где e_t — вектор длиной V:

$$e_t^T = \{\underset{1}{0}, \ldots, \underset{t-1}{0}, \underset{t}{1}, \underset{t+1}{0}, \ldots, \underset{V}{0}\};$$

а M_t — матрица $V \times V^2$, состоящая из блоков $V \times V$:

$$M_t^T = [\underset{1}{\mathbf{0}} \ldots \underset{t-1}{\mathbf{0}}\ \underset{t}{\mathbf{I}}\ \underset{t+1}{\mathbf{0}} \ldots \underset{V}{\mathbf{0}}],$$

$\mathbf{I}$ — единичная матрица. Тогда

$$p_u = B a_u, \tag{8}$$

где p_u — значения u-го коэффициента разложения в опорных точках, представленные в виде вектора длиной n; B — матрица, построенная из элементов матриц $\widehat{Q}$ и $\widehat{R}$. Поскольку значения p_u в опорных точках известны, из (5) можно получить оценку вектора a_u. Согласно методу наименьших квадратов,

$$\widehat{a}_u = (B^T B)^{-1} B^T \widehat{p}_u,$$

где $\widehat{p}_u$ — вектор известных значений u-го поля коэффициентов в опорных точках.

Соответственно матрица A_u будет иметь вид

$$\widehat{A}_u = \sum_{t=1}^{V} M_t^T (B^T B)^{-1} B^T \widehat{p}_u e_t^T,$$

а u-е поле коэффициентов разложения —

$$\widehat{p}_u = Q^T \left(\sum_{t=1}^{V} M_t^T \left(B^T B\right)^{-1} B^T \widehat{p}_u e_t^T \right) R.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Блейхут Р.** Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов.— М.: Мир, 1989.
2. **Рао С. Р.** Линейные статистические методы и их применения.— М.: Наука, 1968.

Поступила в редакцию 19 декабря 1990 г.

УДК 621.396.95 : 521.32

А. Г. ОГАНЕСЯН, И. Б. ЧАЙКОВСКИЙ

(Львов)

КЕПСТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИГНАЛОВ РАДИОЗОНДИРОВАНИЯ МОРСКИХ ЛЬДОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЛИНЕЙНОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ

Введение. Работа радиолокационных измерителей толщины льда (РЛ ИТЛ) основана на временно́м разделении сигналов от верхней и нижней поверхностей льда, т. е. определении взаимного временно́го сдвига, который несет информацию о толщине льда. Сложность состоит в том, что радиопрозрачность морских льдов ограничена метровым диапазоном волн и для улучшения разрешения нельзя использовать наносекундные импульсы. Кепстральные методы цифровой обработки отраженного сигнала позволяют в какой-то мере преодолеть это препятствие [1, 5].

Кепстр мощности определяется выражением [1]

$$C_n = |\text{ДПФ}(\ln(|\text{ДПФ}(S_n)|^2))|^2, \qquad (1)$$

в котором S_n — отраженный сигнал, преобразованный в дискретную форму; ДПФ$(\cdot)$ — дискретное преобразование Фурье; $P_n = |\text{ДПФ}(S_n)|^2$ — спектр мощности; $L_n = \ln P_n$ — логарифмический спектр мощности (логспектр). Вычислительная процедура (1) содержит два ДПФ, которые обычно вычисляются с помощью быстрого алгоритма (БПФ). Вторичное применение БПФ не позволяет с необходимой точностью определять задержки, так как разрешающая способность в кепстральной области определяется полосой пропускания приемника и известные методы ее повышения здесь непригодны из-за того, что логспектр непериодического сигнала имеет бесконечную протяженность. Кроме того, временны́е окна, дважды используемые при вычислении кепстра, также не позволяют получать необходимое разрешение. Наконец, сверточные компоненты, появляющиеся при преобразованиях Фурье, приводят к возникновению в кепстре ложных линий, затрудняя извлечение из него достоверной информации о задержке.

Для устранения аналогичных сложностей при обработке изображений, речевых и некоторых иных сигналов вторичное БПФ заменялось моделированием логспектра методом линейного предсказания. Естественно было проверить эту же методику при обработке отраженных морскими льдами сигналов. Для этой цели может быть использован рекурсивный фильтр Винера, предназначенный для предсказания очередного отсчета стационарного временно́го ряда по настоящему и прошлым значениям этого ряда и оценке спектральной плотности мощности. Если отраженный сигнал задан набором отсчетов логспектра мощности L_n, то предсказание на один отсчет имеет вид

$$\hat{L}_n = -\sum_{k=1}^{p} a_k L_{n-k}, \qquad (2)$$