

КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ АНАЛИЗА  
И СИНТЕЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 681.3.06

А. М. КОВАЛЕВ, Ю. В. ТАРАСОВ  
(Новосибирск)

ПОВЫШЕНИЕ ЧЕТКОСТИ ТЕКСТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
НА ПЛОСКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ

В [1] показано, что текстурирование плоских трехмерных поверхностей сводится к геометрическому отображению двумерного массива изображения на поверхность и устранению текстурного элайсинга путем фильтрации.

Обычно текстурный рисунок задан в собственной системе координат  $U, V$ . При переносе на поверхность, аппроксимированную набором плоских многоугольников-граней, рисунок как бы «натягивается» на каждую грань путем присвоения каждой вершине грани пары текстурных координат  $U, V$ . Зависимость текстурных координат от координатных позиций пикселей представляется в виде отношения линейных функций

$$\begin{aligned} U &= \frac{U_3}{z_3} = \frac{A_u x_3 + B_u y_3 + C_u}{A_z x_3 + B_z y_3 + C_z}, \\ V &= \frac{V_3}{z_3} = \frac{A_v x_3 + B_v y_3 + C_v}{A_z x_3 + B_z y_3 + C_z}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_3, y_3$  — экранные координаты пикселей;  $A_u, B_u, C_u$  и  $A_v, B_v, C_v$  — коэффициенты функций «экранных» текстурных координат  $U_3, V_3$ ;  $A_z, B_z, C_z$  — коэффициенты функции «экранный» дальности  $z_3$ .

Использовать полученные координаты для непосредственной адресации двумерных массивов, хранящих параметры текстурных рисунков, сожалению, нельзя, поскольку пространственные частоты этих рисунков могут оказаться намного выше частоты выборки, что приведет к «текстурному» элайсингу.

**Текстурный антиэлайсинг.** Проекцию экранного раstra (растровой прямоугольной решетки) на трехмерную плоскость можно представить в виде косоугольной решетки, ячейки которой являются четырехугольниками с неравными сторонами (рис. 1). Неравенство сторон увеличится с уменьшением угла наблюдения.

Известно, что для устранения элайсинга необходимо удалить пространственные частоты, которые оказываются выше половины частоты дискретизации. Для этого используются фильтры, причем в машинной графике успешно применяются фильтры, функция которых не равна нулю над областью размером  $2 \times 2$  интервала выборки [2]. Эта область, или апертура фильтра  $ABCD$ , на рис. 1 выделена для точки выборки  $E$ . Чтобы устранить элайсинг, необходимо осуществить свертку двумерной текстурной функции, попадающей в область  $ABCD$ , с двумерной функцией фильтра. При этом будет также гарантировано получение текстурных изображений максимально возможной четкости.

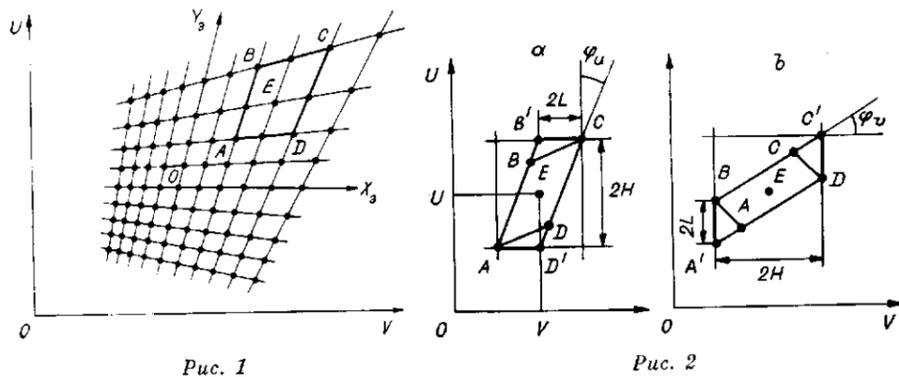


Рис. 1

Рис. 2

Осуществить такую операцию в реальном времени не удастся. Поэтому используется предфильтрация исходного рисунка с различным набором функций с тем, чтобы получить достаточное количество копий рисунка разных уровней детализации, зашумить их в блоке текстурных таблиц, а при синтезе в реальном времени осуществлять лишь выборку текстурных параметров из этих таблиц и их линейную интерполяцию.

В ряде работ апертуру фильтра  $ABCD$  заменяют описанным кругом [1, 3] или квадратом [4, 5], что упрощает вычисления, но приводит к значительному смазу текстурного изображения на протяженных поверхностях, рассматриваемых под малым углом зрения [1]. В [6] апертуру фильтра представляют набором перекрывающихся кругов, что увеличивает четкость результирующего изображения и время обработки значительно вытянутых областей  $ABCD$ .

В отличие от известных подходов предлагается аппроксимировать апертуру фильтра параллелограммом, пара сторон которого параллельна одной из координатных осей. В окрестности точки выборки  $E$  апертура фильтра вначале аппроксимируется параллелограммом  $ABCD$ , а затем заменяется параллелограммом  $AB'CD'$  (рис. 2, а) или  $A'BC'D'$  (рис. 2, б). В первом случае стороны  $AD'$  и  $B'C$  параллельны оси  $OV$ , во втором случае стороны  $A'B$  и  $C'D$  параллельны оси  $OU$ .

Аппроксимирующий параллелограмм характеризуется пятью параметрами. Его положение определяется координатами  $U, V$ . Наклон к одной из координатных осей зависит от тангенса угла  $\varphi_u$  или  $\varphi_v$  между наибольшей стороной параллелограмма  $ABCD$  и координатной осью та кой, что  $-1 \leq \operatorname{tg} \varphi_u, \operatorname{tg} \varphi_v \leq 1$ . Размер параллелограмма определяется высотой  $2H$  и основанием  $2L$ , причем  $H \geq L$ .

**Фильтрация исходного текстурного рисунка.** Она сводится к свертке рисунка с фильтром, апертура которого имеет форму предложенного параллелограмма. Количество копий исходного рисунка определяется вариацией параметров  $H, L, \operatorname{tg} \varphi_u$  и  $\operatorname{tg} \varphi_v$ .

Пусть исходный рисунок представляет двумерный массив размером  $2^n \times 2^n$ , который, периодически повторяясь, покрывает текстурную плоскость неограниченных размеров.

Для начала рассмотрим влияние  $H$  и  $L$  независимо от наклона параллелограмма. Значения  $H$  и  $L$  выберем из геометрической прогрессии с основанием два:  $2^0, 2^1, 2^2, \dots$ . Фиксируем значение  $L = 2^0$  и изменяем в цикле значение  $H$ , увеличивая степень двойки. При этом разрешение вдоль координаты, на которую проецируется высота параллелограмма  $2H$ , можно уменьшить вдвое всякий раз, когда вдвое увеличивается  $L$ . При таком подходе после фильтрации будет получена  $n+1$  копия исходного рисунка с соответствующим разрешением:  $2^n \times 2^n, 2^{n-1} \times 2^{n-1}, 2^{n-2} \times 2^{n-2}, \dots, 2^0 \times 2^0$ . Увеличивая  $L$  и изменяя  $H$ , будем получать новые наборы копий до тех пор, пока  $L \leq 2^n$ . При  $L = 2^n$  будет найдена одна копия с «разрешением»  $1 \times 1$ , равная среднему значению текстурного параметра.

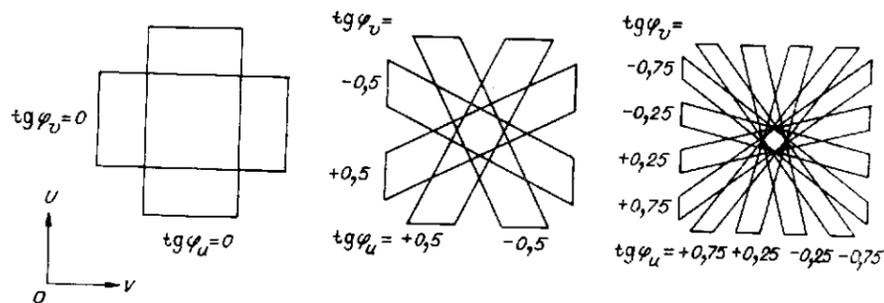


Рис. 3

Теперь учтем изменение наклона параллелограмма. Можно показать, что необходимо и достаточно учесть  $\lambda = H/L$  наклонов параллелограммов, причем  $\lambda/2$  наклонов к оси  $U$  и  $\lambda/2$  наклонов к оси  $V$ . Для удобства последующих вычислений необходимо обеспечить условие  $-1 < \operatorname{tg} \varphi_u, \operatorname{tg} \varphi_v < 1$ . С учетом этого предлагается следующий алгоритм выбора наклонов. При  $\lambda = 2^0$  наклон параллелограмма в процессе фильтрации не учитывается. При  $\lambda = 2^1$  учитываются два наклона:  $\operatorname{tg} \varphi_u = 0$  и  $\operatorname{tg} \varphi_v = 0$ . При  $\lambda = 2^2$  учитываются четыре наклона:  $\operatorname{tg} \varphi_u = -0,5, +0,5$  и  $\operatorname{tg} \varphi_v = -0,5, +0,5$ . При  $\lambda = 2^3$  учитываются восемь наклонов:  $\operatorname{tg} \varphi_u = -0,75, -0,25, +0,25, +0,75$  и точно такой же ряд значений для  $\operatorname{tg} \varphi_v$ . Нетрудно усмотреть следующую закономерность: чтобы на  $i$ -м уровне получить  $\lambda = 2^i$  тангенсов углов наклонов параллелограмма, необходимо к каждому из  $2^{i-1}$  значений тангенсов на  $(i-1)$ -м уровне прибавить и отнять величину, равную  $2^{-i+1}$ . На рис. 3 показаны параллелограммы для  $\lambda = 2, \lambda = 4$  и  $\lambda = 8$ .

Процесс фильтрации исходной картинки сводится к следующему: присваиваем  $L$  и  $H$  из геометрической прогрессии:  $2^0, 2^1, 2^2, \dots$ , вычисляем  $\lambda = H/L$  и для каждого направления, определенного по вышеприведенному алгоритму, путем свертки исходного изображения с фильтром, апертюра которого равна найденному параллелограмму, вычисляем копию рисунка с уменьшенным разрешением.

В таблице для  $n = 6$  заполненные клетки показывают количество различных копий  $\lambda$  исходного рисунка, связанное с учитываемыми наклонами параллелограмма, и разрешение копий, зависящее от значений  $L$  и  $H$ . Следует пояснить принцип формирования копий текстурного рисунка при  $2^{n-1} < H \leq 2^{2n-1}$ . Из таблицы видно, что в этом случае фиксируется  $\lambda$ , т. е. происходит искусственное увеличение  $L$ . Количество направлений совпадает вдоль столбца таблицы с предыдущим, разрешение копий остается тем же самым, но сами копии отличаются, так как и соответствуют возрастающим значениям  $H$ . Апертюра фильтра в этом случае захватывает несколько периодов исходного рисунка. Упругая фиксация  $\lambda$  в этой области упрощает практическую реализацию.

Оценим объем памяти, необходимый для хранения фильтрованных копий текстурных рисунков. Из таблицы видно, что клетки каждого столбца требуют одинакового объема памяти. Уменьшается вдвое разрешение по координате  $H$ , но вдвое увеличивается число копий за счет учитываемых направлений. Диагональ таблицы при  $H = L$ , соответствующая известным решениям [1, 3-5], представляет по объему требуемой памяти геометрическую прогрессию с основанием 4:

$$S_n = \frac{1}{3} (4^{n+1} - 1) < \frac{4}{3} (2^n \cdot 2^n),$$

т. е. необходимо примерно на 30% больше памяти, чем для хранения одного рисунка. Поскольку для остальных диагоналей при  $H = 2^i L$ ,  $1 \leq i \leq n-1$ , объем памяти также равен  $S_n$ , то для хранения всех

$L \backslash H$	$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$
$2^0$	$\lambda = 1$ $64 \times 64$						
	$\lambda = 2$	$\lambda = 1$					
$2^3$	$\lambda = 8$ $8 \times 64$	$\lambda = 4$ $8 \times 32$	$\lambda = 2$ $8 \times 16$	$\lambda = 1$ $8 \times 8$			
$2^4$	$\lambda = 16$ $4 \times 64$	$\lambda = 8$ $4 \times 32$	$\lambda = 4$ $4 \times 16$	$\lambda = 2$ $4 \times 8$	$\lambda = 1$ $4 \times 4$		
$2^5$	$\lambda = 32$ $2 \times 64$	$\lambda = 16$ $2 \times 32$	$\lambda = 8$ $2 \times 16$	$\lambda = 4$ $2 \times 8$	$\lambda = 2$ $2 \times 4$	$\lambda = 1$ $2 \times 2$	
$2^6$		$\lambda = 16$ $2 \times 32$	$\lambda = 8$ $2 \times 16$	$\lambda = 4$ $2 \times 8$	$\lambda = 2$ $2 \times 4$	$\lambda = 1$ $2 \times 2$	$\lambda = 1$ $1 \times 1$
$2^7$			$\lambda = 8$ $2 \times 16$	$\lambda = 4$ $2 \times 8$	$\lambda = 2$ $2 \times 4$	$\lambda = 1$ $2 \times 2$	$\lambda = 1$ $1 \times 1$
$2^8$				$\lambda = 4$ $2 \times 8$	$\lambda = 2$ $2 \times 4$	$\lambda = 1$ $2 \times 2$	$\lambda = 1$ $1 \times 1$
$2^9$					$\lambda = 2$ $2 \times 4$	$\lambda = 1$ $2 \times 2$	$\lambda = 1$ $1 \times 1$
$2^{10}$						$\lambda = 1$ $2 \times 2$	$\lambda = 1$ $1 \times 1$
$2^{11}$							$\lambda = 1$ $1 \times 1$

фильтрованных копий необходим объем памяти, равный  $S = nS_n$ , сл.

**Выбор копии рисунка из текстурных таблиц** определяется тремя параметрами параллелограмма: величиной  $H$ , равной половине высоты параллелограмма, величиной  $L$ , равной половине основания параллелограмма, и тангенсом угла наклона большой стороны параллелограмма одной из координатных осей —  $\text{tg } \varphi_u$  или  $\text{tg } \varphi_v$ . Выбор текстурного параметра внутри копии осуществляется с помощью пары координат  $U$ , определенных согласно (1).

Вычисления параметров апертуры фильтра основаны на использовании приращений текстурных координат. Приращение координат  $U$ ,

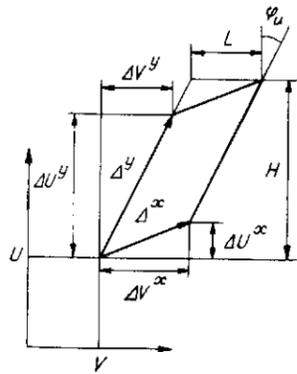


Рис. 4

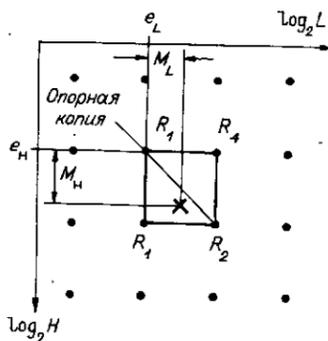


Рис. 5

для некоторой точки выборки  $x_0, y_0$  можно определить из (1):

$$\begin{aligned} \Delta U^x &= \frac{dU}{dx_0} \Delta x_0 = \frac{1}{z_0} (A_u - A_z U), & \Delta V^x &= \frac{1}{z_0} (A_v - A_z V); \\ \Delta U^y &= \frac{dU}{dy_0} \Delta y_0 = \frac{1}{z_0} (B_u - B_z U), & \Delta V^y &= \frac{1}{z_0} (B_v - B_z V), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta x_0, \Delta y_0$  — интервалы выборки вдоль осей  $X_0, Y_0$ , принятые ранее равными единице.

На рис. 4 показан параллелограмм, построенный на найденных приращенных координат. Он аппроксимирует ячейку косоугольной решетки в окрестности координаты  $U, V$  и является основой для вычисления параметров  $H, L$  и  $\text{tg } \varphi_u$  или  $\text{tg } \varphi_v$ .

Стороны параллелограмма вычисляются с погрешностью  $\approx 6\%$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta^x &= \max(|\Delta U^x|, |\Delta V^x|) + 0,5 \min(|\Delta U^x|, |\Delta V^x|); \\ \Delta^y &= \max(|\Delta U^y|, |\Delta V^y|) + 0,5 \min(|\Delta U^y|, |\Delta V^y|). \end{aligned} \quad (3)$$

Параметры апертуры фильтра можно вычислить по следующим выражениям.

Если  $\Delta^y \geq \Delta^x$ , то при  $|\Delta U^y| \geq |\Delta V^y|$

$$H = |\Delta U^x| + |\Delta U^y|, \quad \text{tg } \varphi_u = \frac{\Delta V^y}{\Delta U^y}, \quad L = |\Delta V^x - \Delta U^x \text{tg } \varphi_u|,$$

иначе

$$H = |\Delta V^x| + |\Delta V^y|, \quad \text{tg } \varphi_v = \frac{\Delta U^y}{\Delta V^y}, \quad L = |\Delta U^x - \Delta V^x \text{tg } \varphi_v|.$$

(4)

Если  $\Delta^y < \Delta^x$ , то при  $|\Delta U^x| \geq |\Delta V^x|$

$$H = |\Delta U^x| + |\Delta U^y|, \quad \text{tg } \varphi_u = \frac{\Delta V^x}{\Delta U^x}, \quad L = |\Delta V^y - \Delta U^y \text{tg } \varphi_u|,$$

иначе

$$H = |\Delta V^x| + |\Delta V^y|, \quad \text{tg } \varphi_v = \frac{\Delta U^x}{\Delta V^x}, \quad L = |\Delta U^y - \Delta V^y \text{tg } \varphi_v|.$$

**Интерполяция текстурных параметров.** Полученные величины  $H, L$  и  $\text{tg } \varphi$  в общем случае не равны фиксированным значениям, для которых сформированы текстурные копии. Точно так же текстурные координаты  $U, V$  не соответствуют точно координатам элементов текстурных

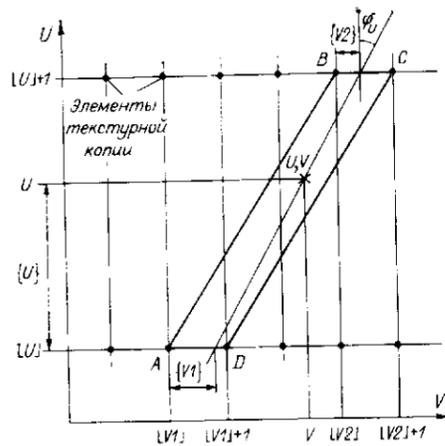


Рис. 6

квадрата определяется порядками  $e_H, e_L$  чисел  $H, L$ , заданных в формате с плавающей точкой. Результирующее значение текстурного параметра  $R$  вычисляется путем билинейной интерполяции по трем точкам следующим образом:

$$R = \begin{cases} R_1(1 - M_H) + R_3(M_H - M_L) + R_2M_L & \text{при } M_H \geq M_L; \\ R_1(1 - M_L) + R_4(M_L - M_H) + R_2M_H & \text{при } M_H < M_L. \end{cases} \quad (5)$$

где  $M_H, M_L$  — мантиссы чисел  $H$  и  $L$  без старшего разряда;  $R_1, R_2, R_3, R_4$  — значения текстурных параметров, полученных из текстурных копий в углах квадрата.

Процесс определения значения  $R_i$  текстурного параметра для каждой из трех текстурных копий поясняется рис. 6. Здесь точками обозначены элементы текстурной копии, а крестик соответствует текущим текстурным координатам  $U, V$ . Для определенности принято, что параллелограмм наклонен к оси  $U$  и отношение разрешения текстурной копии по координате  $V$  к разрешению по координате  $U$  равно  $\lambda$ . Символами  $[X], \{X\}$  обозначаются соответственно целая и дробная части числа  $X$ .

Значение текстурного параметра в точке с координатами  $U, V$  определяется путем билинейной интерполяции между значениями в точках  $A = ([U], [V_1] + 1), B = ([U] + 1, [V_2]), C = ([U] + 1, [V_2] + 1), D = ([U], [V_1] + 1)$ . Координаты  $V_1, V_2$  вычисляются путем косоугольной коррекции для учета наклона текущего параллелограмма по выражениям

$$V_1 = V - \{U\}\lambda \operatorname{tg} \varphi_u; \quad (6)$$

$$V_2 = V + (1 - \{U\})\lambda \operatorname{tg} \varphi_u.$$

В случае наклона параллелограмма к оси  $V$ , косоугольной коррекции подвергается координата  $U$  по выражениям

$$U_1 = U - \{V\}\lambda \operatorname{tg} \varphi_v; \quad (7)$$

$$U_2 = U + (1 - \{V\})\lambda \operatorname{tg} \varphi_v.$$

Обозначим через  $R_A, R_B, R_C, R_D$  значения текстурного параметра в точках  $A, B, C, D$ . Результирующее значение текстурного параметра для  $i$ -й текстурной копии определяется путем билинейной интерполяции по четырем точкам следующим образом:

$$R_i = (1 - \{U\}) [R_A(1 - \{V_1\}) + R_D\{V_1\}] + \{U\} [R_B(1 - \{V_2\}) + R_C\{V_2\}] \quad (8)$$

копий. Поэтому для устранения дефектов дискретизации производится интерполяция по четырем параметрам:  $U, V, H, L$ . Интерполяция по параметру  $\operatorname{tg} \varphi$  осуществляется неявно за счет косоугольной коррекции текстурных координат  $U, V$ . Способ интерполяции по параметрам  $H, L$  поясняется рис. 5. В системе координат  $\log_2 H \log_2 L$  точки соответствуют парам значений  $H$  и  $L$ , для которых сформированы текстурные копии, а крестик — текущим значениям  $H$  и  $L$ . Для текущих значений  $H, L$  четыре ближайших текстурные копии образуют квадрат. Опорная текстурная копия в верхнем левом углу

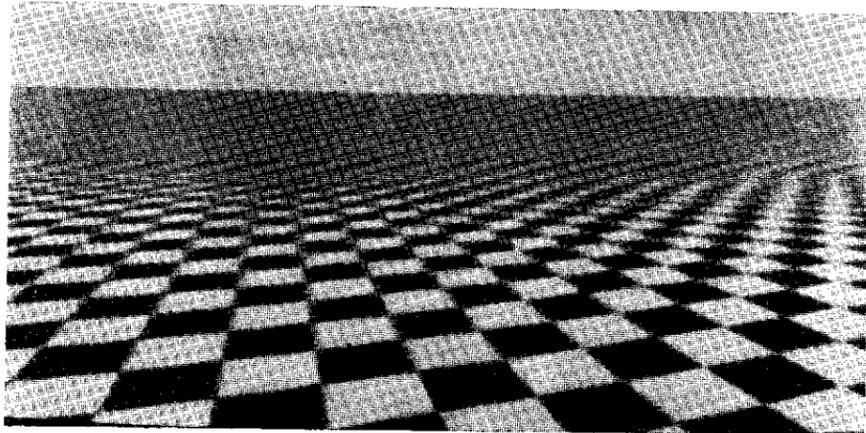


Рис. 7

при наклоне параллелограмма к оси  $U$  или

$$R_i = (1 - \{V\}) [R_A(1 - \{U_1\}) + R_B\{U_1\}] + \{V\} [R_C(1 - \{U_2\}) + R_D\{U_2\}] \quad (9)$$

при наклоне параллелограмма к оси  $V$ .

Таким образом, для получения результирующего параметра необходимо: выбрать по четыре текстурных параметра из трех соседних текстурных копий, затем осуществить билинейную интерполяцию по четырем точкам для каждой текстурной копии и, наконец, билинейную интерполяцию по трем точкам между текстурными параметрами, полученными в результате интерполяции для каждой из трех текстурных копий.

Полученный результирующий текстурный параметр может использоваться как коэффициент, модулирующий яркость и/или прозрачность поверхности.

**Заключение.** Рассмотренный вариант текстурирования с предложенной фильтрацией и интерполяцией наиболее полно удовлетворяет требованиям высококачественного отображения двумерного рисунка на трехмерную поверхность. Этот метод работает эффективно, когда текстурный рисунок содержит детали с резко очерченными границами, а протяженная текстурируемая поверхность рассматривается под малым углом зрения. Рис. 7 и 8 иллюстрируют этот случай.

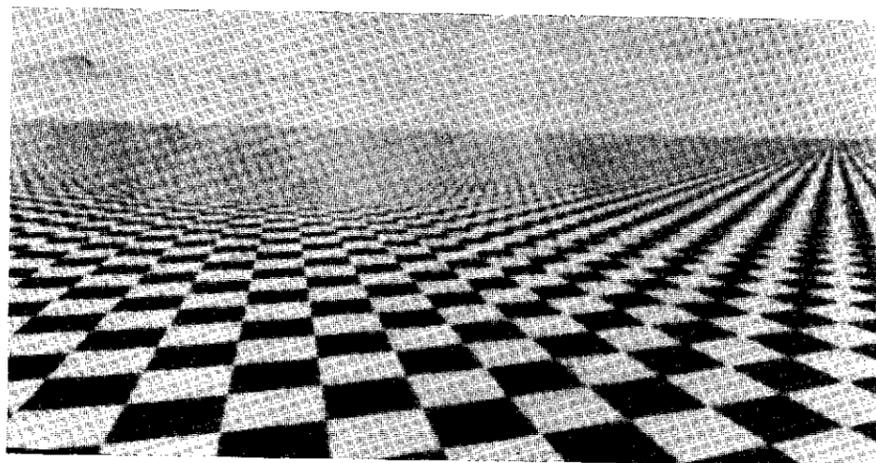


Рис. 8

Рис. 7 синтезирован обычным способом [1] с использованием одной диагонали таблицы текстурных копий при  $H = L$ . Как следствие проявляется «размытие» четких границ шахматных клеток в горизонтальном направлении и значительный смаз изображения по мере удаления от наблюдателя. Рис. 8 синтезирован с помощью предложенного метода. Четкость изображения заметно увеличилась. По мере удаления от наблюдателя алгоритм синтеза уверенно «находит» высокие пространственные частоты, которые можно воспроизвести без элайсинга.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалев А. М., Тарасов Ю. В. Текстура на произвольно ориентированных плоских поверхностях // Автометрия.— 1988.— № 6.
2. Crow F. C. Advanced image synthesis — anti-aliasing // Advances in Comput. Graph.— Springer-Verlag, 1986.
3. Dungan W., Stenger A., Suttly G. Texture tile consideration for raster graphics // Comput. Graph.— 1978.— 12, N 3.
4. Williams L. Pyramidal parametrics // Comput. Graph.— 1983.— 17, N 3.
5. Pat. 4615013 US. Method and apparatus for texture generation/J. K. Yan, N. S. Shafo, L. Y. Chen.— Publ. 30.09.86.
6. Green N., Heebert P. Creating raster omnimax images from multiple perspective views using elliptical weighted average filter // IEEE CG&A.— 1986.— 6, N 6.

Поступила в редакцию 29 октября 1990 г.

УДК 681.3.019

В. С. КИРИЧУК, Н. С. ЯКОВЕНКО  
(Новосибирск)

#### ЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ЗАДАЧЕ ПОИСКА ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИИ

Классическая методика согласованной линейной фильтрации требует свертки изображения  $D$  с  $n$  функциями вида

$$F_l = K^{-1}h_l, \quad l = 1, n,$$

определяемыми формой объекта  $h_l$  и корреляционной функцией фона  $K$ , с последующим вычислением максимума взвешенного отклика  $F_l D$  (где  $n$  — число форм объектов), согласно критерию отношения правдоподобия. Однако при наличии на изображении нескольких объектов одной и той же формы, но неизвестной ориентации, т. е. задаваемых соотношениями

$$h_l(x, y) = h(x + \xi \cos \varphi_l - \eta \sin \varphi_l, y + \xi \sin \varphi_l + \eta \cos \varphi_l),$$

где  $x_l, y_l$  — координаты объектов;  $\varphi_l$  — углы поворота (априори неизвестные), необходимо определение максимума отношения правдоподобия при переборе всех возможных ориентаций объекта, что вряд ли приемлемо в практических задачах из-за чрезмерных вычислительных затрат.

В [1] предложена методика поиска идентичных фрагментов, «нечувствительная» к повороту фрагментов и основанная на представлении фрагментов в функциональном базисе, инвариантном к повороту. В предлагаемой работе осуществляется развитие такого подхода применительно к поиску объектов, причем основные вычислительные процедуры сведены к линейной фильтрации.

**Алгоритм.** Пусть задано представление формы объекта в полярной системе координат:

$$h(\rho_l, \varphi_k), \quad l = 1, m, \quad k = 1, n_l,$$

где  $m$  — число колец, на которых задан объект;  $n_l$  — число точек на