

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gibbs H. M., McCall S. L., Venkatesan T. N. C. Optically bistable devices: the basic components of all-optical systems? // *Opt. Eng.*—1980.—19, N 4.—P. 463.
2. Abraham E., Smith S. D. Optical bistability and related devices // *Rep. Prog. Phys.*—1982.—45, N 8.—P. 815.
3. Felber F. S., Marburger J. H. Theory of nonresonant multistable optical devices // *Appl. Phys. Lett.*—1976.—28, N 5.—P. 731.
4. Soffer B. H., Dunning G. J., Owechko Y., Marom E. Associative holographic memory with feedback using phase-conjugate mirrors // *Opt. Lett.*—1986.—11, N 2.—P. 118.
5. *Photorefractive Materials and their Applications* /Ed. P. Günter, J.-P. Huignard.—Berlin: Springer-Verlag, 1989.—V. 61.
6. Tschudi T., Herden A., Goltz J. et al. Image amplification by two- and four-wave mixing in BaTiO<sub>3</sub> photorefractive crystals // *IEEE J. Quant. Electron.*—1986.—QE-22, N 7.—P. 1493.
7. Винецкий В. Л., Кухтарев Н. В., Одулов С. Г., Соскин М. С. Динамическая самодифракция когерентных световых пучков // *УФН.*—1979.—129, вып. 1.
8. Казанцев А. П., Раутиан С. Г., Сурдутович Г. И. Теория газового лазера с нелинейным поглощением // *ЖЭТФ.*—1968.—54, вып. 5.
9. Гиббс Х. Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света.—М.: Мир, 1988.

*Поступило в редакцию 16 июня 1989 г.*

УДК 621.378 : 681.33

Л. А. Борыняк, П. М. Меднис

(Новосибирск)

### О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ

Рассмотрен новый способ измерения длины волны излучения, а также новый метод контроля линейных размеров объектов. Точность измерения длины волны не выходит за пределы известных методов и носит, скорее, методический характер. Контроль линейных размеров объектов основан на относительно чувствительной связи между продольным изменением положения экрана и изменением ширины щели или диаметра отверстия. Так, при микронном изменении поперечных размеров продольное изменение — порядка миллиметра.

1. При исследовании дифракции света на основе дифракционного интеграла Френеля — Кирхгофа рассматриваются два предельных случая — дифракция Фраунгофера и дифракция Френеля. В первом случае зависимость фазы волны от радиуса-вектора, определяющего положение элементарного вторичного источника света, линейна. В случае дифракции Френеля разложение фазы обычно обрывается на членах второй степени [1]. В экспериментальной оптике чаще используется простой случай дифракции Фраунгофера. Дифракция Френеля рассматривается в основном в учебной литературе с точки зрения зонной теории [2, 3]. Интересен случай, когда в геометрических пределах отверстия укладывается более одной зоны Френеля. Тогда дифракционная картина наиболее четко просматривается также в геометрических пределах отверстия. Если число зон Френеля невелико, то просматривается также дифракция света вне пределов отверстия, которая при сужении отверстия переходит в дифракцию Фраунгофера. В связи с этим возникает проблема классификации наблюдаемой дифракционной картины. Видимо, было бы удобнее определить дифракцию Френеля по наблюдаемой дифракционной картине в геометрических пределах отверстия, а дифракцию Фраунгофера по дифракции, наблюдаемой вне геометрических пределов отверстия. Конечно, ряд оговорок приходится подразумевать и в этом случае.

Цель настоящей работы — указать на принципиальную возможность получения практической информации по дифракции Френеля в ее исходном широком смысле слова в ситуации одновременной визуализации дифракции Френеля и Фраунгофера, как это оговорено выше.

Интенсивность света в этом случае — довольно сложная функция параметров отверстия. В частности, для щели интенсивность как функция ширины щели имеет сложный квазипериодический характер. При подходящих аппроксимациях она может быть надежно идентифицирована, в частности, с помощью ЭВМ. Если ее сопоставить с экспериментальными данными при соответствующем динамическом фотометрировании интенсивности как функции ширины щели, то из этого сравнения можно найти длину волны излучения или ширину щели с высокой степенью точности. Для круглого отверстия аналогичная задача более сложна и, насколько нам известно, с этой точки зрения ранее не рассматривалась.

2. Пусть плоскость щели, образованной двумя симметрично расположенными полуплоскостями, совпадает с плоскостью  $xu$  правой прямоугольной системы координат  $xuz$ , причем ось  $x$  перпендикулярна, ось  $u$  параллельна щели, а ось  $z$  перпендикулярна плоскости щели. Начало координат  $O$  выберем посередине щели, ширина которой равна  $d$ . Далее, пусть точечный источник света расположен в области  $z < 0$  в точке  $P_0$  на расстоянии  $r'$  от начала координат. Точка наблюдения  $P$  лежит в плоскости, параллельной плоскости  $xu$ , на линии  $MP$ , параллельной линии  $Ox$ , а точка  $M$  лежит на оси  $z$  в области  $z > 0$  на расстоянии  $s'$  от начала координат. Ограничимся условиями наблюдения, при которых  $s' \gg x$ , где  $x$  — координата точки наблюдения, отсчитанная от точки  $M$ . Выполнены также условия  $d \ll s', r'$ .

При указанных ограничениях общие формулы [1] могут быть конкретизированы. Интенсивность света при дифракции на щели равна

$$I = \frac{1}{2} I_0 \{ [C(\tau_+) + C(\tau_-)]^2 + [S(\tau_+) + S(\tau_-)]^2 \}. \quad (1)$$

Здесь функции  $C(\tau)$  и  $S(\tau)$  — интегралы Френеля, определенные соотношениями

$$C(\tau) = \int_0^\tau \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt, \quad S(\tau) = \int_0^\tau \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt. \quad (2)$$

Параметры  $\tau_{\pm}$  вычисляются из формулы

$$\tau_{\pm} = \sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \left( \frac{d}{2} \pm x \right), \quad (3)$$

где  $\lambda$  — длина волны, а приведенное расстояние  $R$  определено соотношением

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r'} + \frac{1}{s'}. \quad (4)$$

Величина  $I_0$  — интенсивность падающего света в начале выбранной системы координат. При  $r' \rightarrow \infty$  имеем случай плоской волны интенсивности  $I_0$  [3].

Конкретный анализ выражения (1) основан на аппроксимациях интегралов Френеля, приведенных в [4]:

$$C(\tau) = 0,5 + f(\tau) \sin\left(\frac{\pi}{2} \tau^2\right) - g(\tau) \cos\left(\frac{\pi}{2} \tau^2\right), \quad (5)$$

$$S(\tau) = 0,5 - f(\tau) \cos\left(\frac{\pi}{2} \tau^2\right) - g(\tau) \sin\left(\frac{\pi}{2} \tau^2\right),$$

где в области  $0 \leq \tau < \infty$  с точностью  $2 \cdot 10^{-3}$

$$\begin{cases} f(\tau) = \frac{1 + 0,926\tau}{2 + 1,792\tau + 3,104\tau^2}, \\ g(\tau) = \frac{1}{2 + 4,142\tau + 3,492\tau^2 + 6,670\tau^3}. \end{cases} \quad (6)$$

Существуют и более точные аппроксимации [4]. На основе формул (3), (5) и (6) интенсивность (1) может быть проанализирована в области  $\tau > 0$ . Нетрудно показать, что

$$g(\tau) = \cos\left(\frac{\tau}{2}\right) + \sin\left(\frac{\tau}{2}\right) - g(\tau).$$

Рассмотрим далее точку наблюдения  $x = 0$ , лежащую напротив середины щели. С учетом (3) интенсивность (1) зависит от положительного параметра

$$\tau = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{2}{\lambda R}}, \quad (8)$$

пропорционального ширине щели  $d$ .

Пусть  $\tau_1$  и  $\tau_2$  — два произвольных значения параметра  $\tau$ , соответствующих ширинам щели  $d_1$  и  $d_2$ . Тогда из (8) получаем

$$\lambda = \frac{d_2^2 - d_1^2}{2R(\tau_2^2 - \tau_1^2)}. \quad (9)$$

Значения параметра  $\tau$  могут быть определены с любой желаемой точностью, зависящей, однако, от выбора аппроксимирующих функций (6). Приведенное расстояние (4) в условиях обычного эксперимента — не менее метра. Поэтому точность измерения  $R$  достаточно выбрать равной  $10^{-3}$  м. В силу известной математической теоремы вопрос о точности измерения разности  $d_2^2 - d_1^2$  сводится к точности измерения изменения ширины щели  $\Delta d = d_2 - d_1$ . Точности не менее  $10^{-6}$  м можно достичь не только подходящим фазовым методом, но и даже с помощью калиброванного микрометрического винта. В том случае, когда величина  $R$  трудно измерима, необходимо проделать две серии измерений с различными величинами  $R$  и выразить результат через более точно измеряемые значения разности  $\Delta R$ . Проще это сделать в том случае, когда падающая на щель волна плоская.

Таким образом, получив экспериментальную кривую распределения интенсивности в точке наблюдения  $x = 0$  как функцию ширины щели  $d$  и сопоставив ее с теоретической кривой, построенной с помощью указанных аппроксимаций интегралов Френеля, можно по контролируемым значениям ширины щели  $d_1$  и  $d_2$  найти соответствующие им значения  $\tau_1$  и  $\tau_2$  и при известном  $R$  вычислить длину волны света. При визуальной процедуре сопоставления этих кривых удобными оказываются экстремальные точки. При электронном фотометрировании результаты более эффективны в точках перегиба. Если точка наблюдения не в центре, т. е.  $x \neq 0$ , более того,  $|x| \geq \frac{d}{2}$ , тогда мы попадаем в область дифракции Фраунгофера. Ситуация сложнее, так как функция (1) теперь зависит от двух параметров  $\tau_+$  и  $\tau_-$ , независимых друг от друга. В этом случае можно построить поверхность интенсивности  $I = I(\tau_+, \tau_-)$  и указать для каждой точки этой поверхности численные значения величин  $\tau_+$  и  $\tau_-$ . При изменении ширины щели интенсивность в точке  $x$  будет меняться, что соответствует движению изображающей точки по поверхности интенсивности. Сопоставив экспериментальные и теоретические значения интенсивности, можно и теперь

воспользоваться формулой (9). При этом в качестве параметра  $\tau$  следует взять полусумму параметров  $\tau_+$  и  $\tau_-$ , соответствующих двум значениям ширины щели. Отметим, что в рассматриваемой области количество экстремумов на единицу длины велико, если в области геометрической тени просматривается небольшое число экстремумов интенсивности. Это число экстремумов значительно изменяется при изменении ширины щели.

Пусть теперь длина волны задана. В этом случае при некотором значении  $\tau$ , соответствующем максимуму или минимуму интенсивности, формула (8) позволяет связать изменение ширины щели  $\Delta d$  с изменением приведенного расстояния  $\Delta R$ :

$$\Delta R = \frac{d\Delta d}{\lambda\tau^2}. \quad (10)$$

Так, при  $\Delta d = 10^{-6}$  м,  $d = 10^{-3}$  м,  $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-6}$  м,  $\tau^2 = 1,46$ , что соответствует первому экстремуму (максимуму),  $\Delta R = 10^{-3}$  м. Это означает, что микронным изменениям ширины щели соответствует миллиметровый сдвиг положения плоскости наблюдения для восстановления первого максимума интенсивности.

Учитывая то, что с выражением (1) можно сопоставить известную векторную диаграмму — спираль Корню, нетрудно адаптировать предыдущие факты и для случая узкой полоски, расположенной вместо щели, на которой происходит дифракция света. В этом случае формула (10) позволяет контролировать ширину полоски с микронной точностью. Соображения, приведшие к формуле (9), остаются в силе и в случае полоски.

3. Расположим теперь вместо щели круглое отверстие радиусом  $a$  таким образом, чтобы начало координат было в центре отверстия, а плоскость  $xу$  совпадала с плоскостью отверстия. Точечный источник света расположен так же, как и в случае щели. Отрезок  $P_0O = r'$ . Точка наблюдения  $P$  лежит в плоскости, параллельной плоскости  $xу$ . Расстояние до нее  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  отсчитывается от точки  $M$ , лежащей на оси  $z$ , в области  $z > 0$ . Отрезок  $OM = s'$ . Ограничимся условиями наблюдения, при которых выполнено условие  $s' \gg r$ . Предполагается также, что  $a \ll s', r'$ . В этом случае дифракционный интеграл равен

$$U(P) = C \int_0^a \int_0^{2\pi} \exp\left[-ik\rho w \cos\theta + \frac{ik\rho^2}{2R}\right] \rho d\rho d\theta, \quad (11)$$

где интегрирование ведется в полярных координатах в пределах отверстия;  $C$  — константа,  $R$  определяется по формуле (4),  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны,  $w = \frac{r}{s'}$  — безразмерный параметр. Проводя интегрирование по углу  $\theta$ , получаем

$$U(P) = 2\pi a^2 C \int_0^1 J_0(v\rho_1) \exp\left(\frac{i}{2}u\rho_1^2\right) d\rho_1, \quad (12)$$

где  $J_0(v\rho_1)$  — функция Бесселя нулевого порядка. Безразмерные переменные  $u$  и  $v$  определены соотношениями

$$u = \frac{ka^2}{R}, \quad v = kaw = ka \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{s'}. \quad (13)$$

Интеграл (12) с точностью до несущественных констант и знака в экспоненте перед мнимой единицей совпадает с дифракционным интегралом, возникающим в задаче распределения интенсивности света вблизи фокуса в случае дифракции на круглом отверстии сходящейся сферической волны [1]. В нашем случае, однако, параметр  $u$  является константой. Параметр  $v$  имеет такой же

смысл, если вместо фокусного расстояния взять величину  $s'$ . Интеграл в (12) и, следовательно, интенсивность могут быть вычислены в функциях Ломмеля аналогичным образом. Для интенсивности имеем два эквивалентных выражения:

$$I = \left(\frac{2}{u}\right)^2 [U_1^2(u, v) + U_2^2(u, v)] I_0 \quad (14)$$

и

$$I = \left(\frac{2}{u}\right)^2 \left[ 1 + V_0^2(u, v) + V_1^2(u, v) - 2V_0(u, v) \cos\left\{\frac{1}{2}\left(u + \frac{v^2}{u}\right)\right\} - 2V_1(u, v) \sin\left\{\frac{1}{2}\left(u + \frac{v^2}{u}\right)\right\} \right] I_0. \quad (15)$$

Здесь  $I_0$  — интенсивность падающего излучения в центре отверстия. Функции  $U_n(u, v)$  и  $V_n(u, v)$  соответственно для индексов  $n = 1, 2$  и  $n = 0, 1$  суть функции Ломмеля, определенные следующим образом:

$$\begin{cases} U_n(u, v) = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{u}{v}\right)^{n+2s} J_{n+2s}(v), \\ V_n(u, v) = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{v}{u}\right)^{n+2s} J_{n+2s}(v) \end{cases} \quad (16)$$

и представляющие собой ряды функций Бесселя.

Формулой (14) удобно пользоваться при  $u/v < 1$ , т. е. в области геометрической тени, а формулой (15) — при  $u/v > 1$ , что соответствует освещенной области. Это связано с различной быстротой сходимости рядов (16). Тем не менее формулы (14) и (15) сложны для анализа произвольного случая. Рассмотрим поэтому некоторые частные случаи.

При  $u \ll v$  можно в (14) формально положить  $u = 0$ . Тогда интенсивность равна

$$I(0, v) = \left[\frac{2J_1(v)}{v}\right]^2 I_0, \quad (17)$$

что соответствует дифракции Фраунгофера. При  $v = 0$ , т. е. для случая наблюдения результата дифракции напротив центра отверстия, получаем

$$I(u, 0) = \left(\frac{\sin \frac{u}{4}}{\frac{u}{4}}\right)^2 I_0. \quad (18)$$

Эта формула определяет интенсивность как функцию радиуса отверстия  $a$ . Определив параметр  $\tau = \sqrt{u/\pi}$  с учетом (13), можно записать формулу (8), в которой  $d/2$  заменено на  $a$ . Это позволяет почти полностью повторить соображения, приведшие к формуле (9). Поэтому для длины волны можно записать

$$\lambda = \frac{2\pi(a_2^2 - a_1^2)}{R(u_2 - u_1)}. \quad (19)$$

Другой аспект связан с относительной чувствительностью выражения (18) к изменению параметра  $a$  аналогично случаю со щелью. Первый нуль функции (18) удовлетворяет условию  $u/4 = \pi$ , что с учетом (13) дает  $a^2 = 2\lambda R$ . Отсюда

$$\Delta R = \frac{a}{\lambda} \Delta a. \quad (20)$$

При  $\Delta a = 10^{-6}$  м,  $a = 10^{-3}$  м,  $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-6}$  м  $\Delta R = 1,6 \cdot 10^{-3}$  м. Таким образом, микронным изменениям радиуса отверстия соответствует миллиметровое

вый сдвиг положения плоскости наблюдения для восстановления первого нуля интенсивности.

При  $u = v$  интенсивность также имеет простой вид

$$I(u, u) = \frac{1 - 2J_0(u)\cos u + J_0^2(u)}{u^2} I_0 \quad (21)$$

и может быть использована вместо (17).

В общем случае формулы (14) и (15) определяют двухпараметрическое представление интенсивности независимых параметров (13). Анализ их более сложен, чем в случае щели.

4. Рассмотренные вопросы дифракции света позволяют сделать два практических предложения. Первое связано с новым способом измерения длины волны. В настоящее время это не является актуальным, поскольку существует много иных методов измерения длины волны, обеспечивающих ту же точность. Поэтому этот вопрос можно рассматривать как методический. Второе предложение связано с новым методом контроля линейных размеров. На основе формул (10) и (20) можно контролировать микронные изменения линейных размеров щели, полоски или диаметров отверстия. С этой же точностью можно контролировать и отклонения от параллельности щели и полоски, а также эллиптичность отверстия. Для калиброванных щели, полоски или отверстия, укрепленных на поверхности деформируемого тела, нетрудно придумать соответствующий датчик деформаций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.—М.: Наука, 1970.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики (оптика).—М.: Наука, 1980.
3. Дитчберн Р. Физическая оптика.—М.: Наука, 1965.
4. Справочник по специальным функциям /Под ред. М. Абрамовиц, И. Стиган.—М.: Наука, 1979.

*Поступило в редакцию 26 июля 1991 г.*

УДК 681.327

**В. Г. Лукин, В. С. Фалько, Д. Е. Вязовкин**

*(Уфа)*

#### **АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ МАСС-СПЕКТРОМЕТР МИ-1201 «В» В РЕЖИМЕ РЕЗОНАНСНОГО ЗАХВАТА ЭЛЕКТРОНОВ**

Описан автоматизированный масс-спектрометр резонансного захвата электронов на базе промышленного спектрометра положительных ионов. Приведены блок-схема экспериментальной установки и принципиальная схема платы блока дискретной развертки по энергии электронов, находящейся под потенциалом источника ионов. Описаны режимы работы и программное обеспечение спектрометра.

**Введение.** Масс-спектр резонансного захвата электронов (РЗЭ) представляет собой набор кривых эффективного выхода (КЭВ) различных значений  $m/z$  в трехмерном измерении: массовое число, интенсивность, энергия электронов. Основными причинами, затрудняющими в настоящее время широкое применение масс-спектрометрии РЗЭ для решения аналитических, экологических и научных задач, являются определение массовых чисел ионов из-за малолинейчатости масс-спектра [1] и возможность быстрой его записи с