

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алмазная обработка оптических элементов: прошлое, настоящее и многообещающее будущее / ВЦП.—№ КР-72873.—Киев, 27.05.88.—Пер. ст. Saito T. T. из журн.: Opt. Eng.—1978.—17, N 6.—Р. 570.
2. Перспективы прецизионной механической обработки, полировки и требований к оптике / ВЦП.—№ КР-72878.—Киев, 05.05.88.—Пер. ст. Sagner G. M. из журн.: Proc. Internat. Soc. Opt. Eng.—1982.—306.—Р. 90.
3. Рогов В. В., Бурман Л. Л. Обрабатываемость хрупких неметаллических материалов // Алмазы и сверхтвердые материалы.—1980.—№ 3.
4. Кузнецов В. Д. Физика резания и трения металлов и кристаллов // Избр. тр.—М.: Наука, 1977.
5. Крагельский И. В., Добычин М. И., Комбалов В. С. Основы расчетов на трение и износ.—М.: Машиностроение, 1977.
6. Характеристика поверхности оптики после механической обработки / ВЦП.—№ КР-74035.—Киев, 22.06.88.—Пер. ст. Stover J. C. из журн.: Proc. Soc. Photo-optical Instrum. Eng.—1976.—93.—Р. 89.

Поступила в редакцию 30 сентября 1991 г.

УДК 621.315.592 : 772.99

В. П. Коронкевич, И. Г. Пальчикова

(Новосибирск)

СОВРЕМЕННЫЕ ЗОННЫЕ ПЛАСТИНКИ

Приведено единое представление функций пропускания зонных пластинок в виде рядов, позволяющее легко анализировать их оптические характеристики. Рассчитана дифракционная структура зонной пластинки при произвольном расположении точечного источника. Показано, что возможно целенаправленно управлять распределением энергии в каустике или осуществлять безаберрационные проективные преобразования изображений при помощи зонных пластинок и их комбинаций, что значительно расширяет область применения.

Введение. Зонные пластинки, состоящие из чередующихся прозрачных и непрозрачных колец, введены в оптику О. Френелем в начале прошлого века. Являясь прекрасным инструментом для демонстрации дифракции и интерференции света, они не получили практического распространения вплоть до 80-х годов из-за технологических трудностей изготовления и тиражирования. По своему действию на световую волну зонные пластинки подобны классическим рефракционным элементам и аналогично последним позволяют разделять, отклонять, фокусировать, расширять и рекомбинировать световые пучки. Со времен Дж. Фраунгофера основные применения дифракционных элементов ограничивались спектроскопией. Развитие современных фототехнологий и компьютерного синтеза дифракционных элементов дает возможность значительно снизить трудности их изготовления и тиражирования [1]. Следует ожидать, что классическая элементная база, включающая линзы, призмы, зеркала и их комбинации, будет существенно дополнена новыми компонентами.

В оптических системах массового спроса, таких, как лазерные проигрыватели [2], принтеры [3], кассовые аппараты, фотоплоттеры и лазерные технологические установки [4], стали широко применять зонные пластинки и их модификации. В 1986 г. зонные пластинки были встроены более чем в 80 тысяч лазерных проигрывателей [5]. Это, по-видимому, первое крупномасштабное использование дифракционных элементов в практике оптического приборостроения.

Аналогичное по масштабу применение дифракционных элементов проектируется в области межсоединений при разработке оптических шин данных

для передачи информации между печатными платами и электронными блоками [6].

Исследованы новые типы интерферометров на зонных пластинках для контроля формы деталей, определения прямолинейности и плоскостности [7]. Создана гамма различных дифракционных сканеров для принтеров и лазерных технологических установок [8].

Важное применение найдут зонные пластинки в качестве контактных очковых линз для дали. В нулевом порядке они позволяют глазу без напряжения аккомодации наблюдать предметы на бесконечности. При рассмотрении объектов вблизи глаз автоматически работает в первом порядке [9].

Появился класс товаров с дифракционными украшениями особой привлекательности: бижутерия, реклама, визитные карточки, иллюстрации книг, абжуры, циферблаты часов, эстрадные платья, фильтры для создания цветных «галло» и т. п. Зонные пластинки и их фрагменты являются неслучайным атрибутом новой продукции. За счет дифракции на структуре решетки удается выделить чистые монохроматические цвета, «игра» которых зависит от угла падения света на элемент.

Значительный прогресс в развитии оптики для рентгеновских лучей достигнут благодаря появлению технологии изготовления зонных пластинок с характерными размерами ширины внешней зоны, равной 50—100 нм [10]. Это дало возможность построить «скальпелеподобный» инструмент для рассеивания больших органических молекул вокруг определенной группы атомов внутри молекулы. Микроскопы с зонными пластинками демонстрируют изображения биологических объектов в области мягкого рентгена. В экспериментах по рентгеновской голографии зонные пластинки применяют для формирования опорного пучка. Удастся регистрировать и восстанавливать изображения красных кровяных телец, химических волокон и других объектов. Эти изображения предоставляют исследователю дополнительную информацию по сравнению с той, которую дает высокоразрешающий электронный микроскоп. Большое число работ в этой области направлено на создание оборудования для исследования и производства микросхем с размерами менее 100 нм [11].

Сравнивая изображающие свойства зонных пластинок и традиционных линз, обычно забывают, что зонная пластинка фактически содержит в себе одновременно плоскопараллельную пластинку и набор положительных и отрицательных линз разной оптической силы с совмещенными главными плоскостями. В дальней зоне дифракции можно также наблюдать контрастные нелокализованные круговые интерференционные полосы френелевского типа при освещении зонной пластинки параллельным монохроматическим пучком, т. е. зонная пластинка одновременно является и интерферометром, по характеру интерференционной картины которого можно определить ее характеристики и качество изготовления. Вряд ли в оптике можно найти еще элемент, обладающий такими уникальными параметрами.

Важное свойство зонных пластинок — возможность существенным образом изменять распределение энергии в каустике путем простого трансформирования топологии зон. Таким образом, удастся построить оптические элементы, как осуществляющие, так и не осуществляющие проективные преобразования. Последние предоставляют конструкторам новые возможности для синтеза нетрадиционных оптических элементов и систем. Например, расходящийся или параллельный пучок, падающий на элемент, можно трансформировать в линию, расположенную вдоль оптической оси, или в окружность в плоскости изображения, т. е. совместить обычную и аксиконные фокусировки.

Основная цель предлагаемой работы — обратить внимание на уникальные свойства зонных пластинок (ЗП) и их современные применения. В предлагаемой работе рассмотрены круговые зонные пластинки. Они могут служить основой для синтеза новых оптических компонентов и систем, которые будут представлены в последующих статьях.

В основе расчета рефракционных оптических элементов лежит принцип равного оптического пути (с точностью до аббераций) от точки объекта до

изображения вдоль всех лучей, пересекающих входной зрачок. При синтезе дифракционных структур поверхность элемента разбивается на части, которым придаются особые свойства по пропусканию с целью выделения из падающего волнового фронта требуемого. Применительно к ЗП это означает построение зон Френеля и придание им соответствующего фазового профиля. Построение основывается на «обобщенном» принципе таутохронизма [12]: длина оптического пути для всех точек работающего зрачка непостоянна, она может изменяться на любое целое число длин волн и представляема в виде $\epsilon + \lambda n$, где λ — длина световой волны, n — целое, ϵ — малая величина, составляющая небольшую часть длины волны.

Основные типы и характеристики круговых зонных пластинок. В таблице в хронологическом порядке представлены основные типы круговых ЗП и их характеристики.

Амплитудные зонные пластинки впервые были предложены О. Френелем [13] (1-я строка таблицы). Возможность их создания и закон построения зон следовали из формулировки О. Френелем принципа Х.Гюйгенса. Дифракционная структура ЗП показана на рис. 1, а. Она состоит из ряда прозрачных и непрозрачных концентрических колец. Радиусы ограничивающих кругов совпадают с границами зон Френеля. Длина оптического пути от точки объекта до его изображения для лучей, проходящих через соседние границы зон, отличается на половину длины волны $\lambda/2$.

Зонная пластинка с непрозрачной центральной зоной называется пластинкой Сорэ [14, 15] (2-я строка таблицы, рис. 2, а). Она является как бы дополнительной к пластинке Френеля. При прохождении света через пластинки Френеля и Сорэ половина энергии теряется, а оставшаяся часть распределяется по многим порядкам.

Р. Вуд [16, 17] (3-я строка таблицы) преодолел эту первую трудность, следуя предложению лорда Рэля [14, 18], которое заключалось в том, что можно достичь большей яркости изображения, увеличивая дифракционную эффективность главного фокуса, если не задерживать электромагнитные колебания от непрозрачных зон, а сообщать им изменение фазы. Дифракционная эффективность определяется формой и глубиной фазового профиля в пределах двух зон Френеля. Фазовая зонная пластинка, у которой оптическая толщина нечетных зон отличается от толщины четных на величину $\lambda/[2(n(\lambda) - 1)]$ ($n(\lambda)$ — показатель преломления оптического материала), получила название линзы Рэля — Вуда. Ее дифракционная структура показана на рис. 3, а.

По мере развития фототехнологий появились и новые способы изготовления дифракционных структур. Зонная пластинка, полученная голографическим путем за счет интерференции двух сферических световых волн, имеет зоны с синусоидальным амплитудным пропусканием (4-я строка таблицы). В литературе такая пластинка получила название линзы Габора

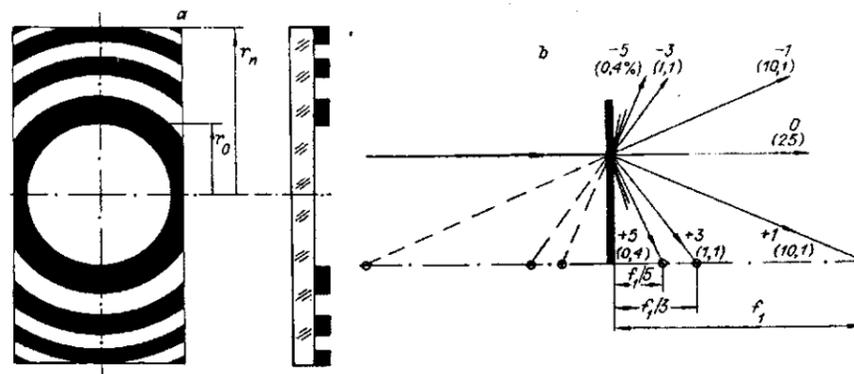


Рис. 1

Название ЗП	Автор, год	Радиусы границ зон r_n , r_0 — радиус первой зоны Френеля $r_0 = \sqrt{\lambda_0 f_1}$	Функция пропускания	Фокусное расстояние для p -го порядка дифракции f_p	Дифракционная эффективность 1-го порядка, %
1. Амплитудная (центр прозрачный)	О. Френель, 1819	$\sqrt{n} r_0$, $n = 1, 2, 3 \dots$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi i} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{1}{p} \times$ $\times \exp \left[\frac{i\pi p r^2}{r_0^2} \right]$	$\frac{r_0^2}{\lambda_0 p}$, p нечетное	10,1
2. Амплитудная (центр непрозрачный)	Дж. Сорэ, 1875	$\sqrt{n} r_0$, $n = 1, 2, 3 \dots$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi i} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{1}{p} \times$ $\times \exp \left[\frac{i\pi p r^2}{r_0^2} + i2\pi^2 p \right]$	$\frac{r_0^2}{\lambda_0 p}$, p нечетное	10,1
3. Фазовая	Ст. Рэлей, 1888, Р. Вуд, 1898	$\sqrt{n} r_0$, $n = 1, 2, 3 \dots$	$\sum_{p=-\infty}^{\infty} (-1)^n \times$ $p = 2n+1$ $\times \frac{\sin(\pi p/2)}{\pi p/2} \times$ $\times \exp \left[\frac{i\pi p r^2}{r_0^2} \right]$	$\frac{r_0^2}{\lambda_0 p}$, p нечетное	40,5
4. Интерференционная амплитудная	Д. Габор, 1948	$\sqrt{2nr_0^2 + (n\lambda_0)^2}$, $n = 1, 2, 3 \dots$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \exp \left[\frac{i\pi r^2}{r_0^2} \right] -$ $-\frac{1}{4} \exp \left[-\frac{i\pi r^2}{r_0^2} \right]$	$\pm f_1$, $p = \pm 1$	6,3

[14, 19, 20] (рис. 4, а). Следует обратить внимание на то, что границы зон Френеля совпадают с экстремумами (и с минимумами, и с максимумами) интерференционной картины (см. рис. 4, а). Здесь радиусы окружностей, на которых располагаются экстремумы интерференционной картины, определены согласно [20]. Другие возможные варианты даны в [26]. (В 3-м столбце таблицы указаны положения максимумов.)

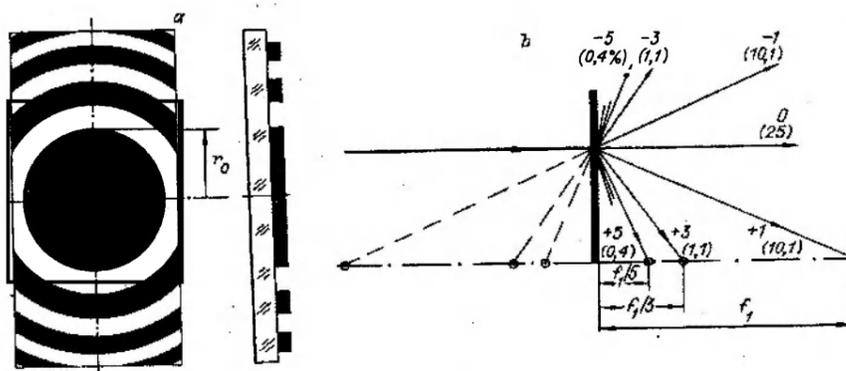


Рис. 2

Название ЗП	Автор, год	Радиусы границ зон r_n , r_0 — радиус первой зоны Френеля $r_0 = \sqrt{\lambda_0 f_1}$	Функция пропускания	Фокусное расстояние для p -го порядка дифракции f_p	Дифракционная эффективность 1-го порядка, %
5. Интерференционная фазовая	Д. Габор, 1948	$\sqrt{2nr_0^2 + (n\lambda_0)^2}$, $n = 1, 2, 3 \dots$	$\sum_{p=-\infty}^{\infty} i^p J_p(\varphi_1) \times \exp\left[\frac{i\pi p r^2}{r_0^2}\right]$	$\frac{r_0^2}{\lambda_0 p}$, $p = \pm 1, \pm 2 \dots$	34,0
6. Киноформная линза	А. Волш, 1952, Г. Г. Слюсарев, 1957, Л. Лезем, П. Хирш, Дж. Джордан, 1969	$\sqrt{2nr_0^2 + (n\lambda_0)^2}$, $n = 1, 2, 3 \dots$	$\exp\left[\frac{i\pi r^2}{r_0^2}\right]$	$\frac{r_0^2}{\lambda_0}$, $p = 1$	100
7. Фазовая со ступенчатым профилем	Дж. Гудмен, А. Силвестри, 1970	$\sqrt{2nr_0^2 + (n\lambda_0)^2}$, $n = \frac{l}{N} + m$, $l = 0, 1, \dots, N-1$, $m = 0, 1, \dots, M$	$\sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p \exp\left[\frac{i\pi p r^2}{r_0^2}\right]$, $C_p = \begin{cases} 0, & p \neq mN + 1 \\ (-1)^m \frac{\sin(\pi p/N)}{\pi p/N}, & p = mN + 1 \end{cases}$, $p = mN + 1$, $m = 0, \pm 1 \dots$	$f_p = \frac{r_0^2}{\lambda_0 p}$, $p = mN + 1$	$\left[\frac{\sin(\pi/N)}{\pi/N}\right]^2$, 81, $N = 4$
8. Эшелетная	А. И. Тудоровский, 1959	$\sqrt{2n} r_0$, $n = 1, 2, 3 \dots$	$\exp\left[\frac{i\pi(\lambda - \lambda_0)r^2}{r_0^2 \lambda_0}\right]$	$\frac{r_0^2}{\lambda_0 - \lambda}$, $p = 1, \lambda < \lambda_0$ $p = -1, \lambda > \lambda_0$	100

Фазовая пластинка с синусоидальным профилем, изготовленная например, путем отбеливания точечной голограммы Габо́ра, получила название фазовой линзы Габо́ра [20] (5-я строка таблицы и рис. 5, а). Последняя операция аналогична переходу от зонной пластинки Френеля к линзе Рэлея — Вуда.

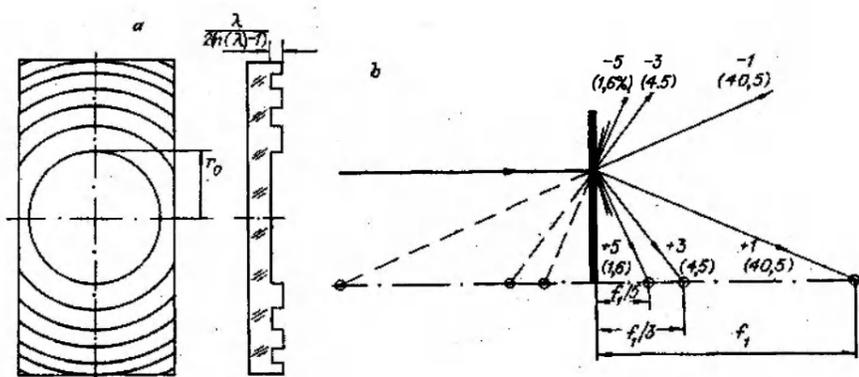


Рис. 3

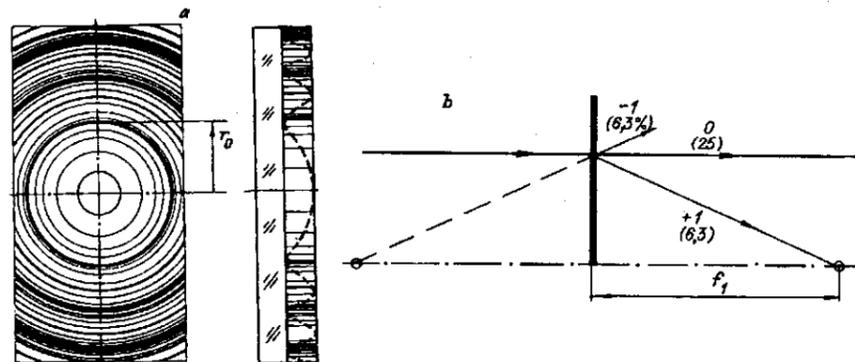


Рис. 4

Киноформная линза отличается от фазовой линзы Габора формой профиля (6-я строка таблицы). Вся энергия, проходящая через линзу, концентрируется в основном порядке. Максимальная глубина рельефа выбирается такой (рис. 6, а), чтобы на заданной длине волны скачок фазы при переходе к соседней зоне составлял 2π . Структура зон киноформа соответствует полнопериодным зонам Френеля. Это означает, что разность оптических путей для лучей, проходящих через соседние границы зоны, кратна длине волны, а не $\lambda/2$.

Первое предложение о применении для работы в отраженном свете таких линз, как эшелетная структура, принадлежит А. Волшу [21], а для работы в проходящем свете — Г. Г. Слюсареву [12]. Фактически Г. Г. Слюсарев предложил фазовую структуру, которую сегодня в технической литературе называют киноформной. Термин «киноформная линза» введен в известных работах Л. Лезема, П. Хирша и Дж. Джордана [22].

При изготовлении киноформной линзы по технологии фотолитографии параболический (в пределах зоны) фазовый профиль замсняется ступенчатым. Фазовая функция оптической толщины разбивается на N уровней в пределах $(0-2\pi)$, как показано на рис. 7, а для $N = 4$. Одна из первых публикаций, посвященных этому вопросу, принадлежит Дж. Гудману и А. Силвестри [23] (7-я строка таблицы).

Для компенсации хроматических aberrаций объективов А. И. Тудоровским [24] предложена оригинальная пластинка (8-я строка таблицы), топология зон которой соответствует зонам Френеля. Особый профиль пластинки показан на рис. 8, а. Оптическая толщина профиля возрастает при переходе от зоны к зоне на $\lambda/(n(\lambda) - 1)$. Изображающие свойства пластинки Тудоровского существенно отличаются от френелевских структур, представленных выше. Для расчетной длины волны она работает как плоскопараллель-

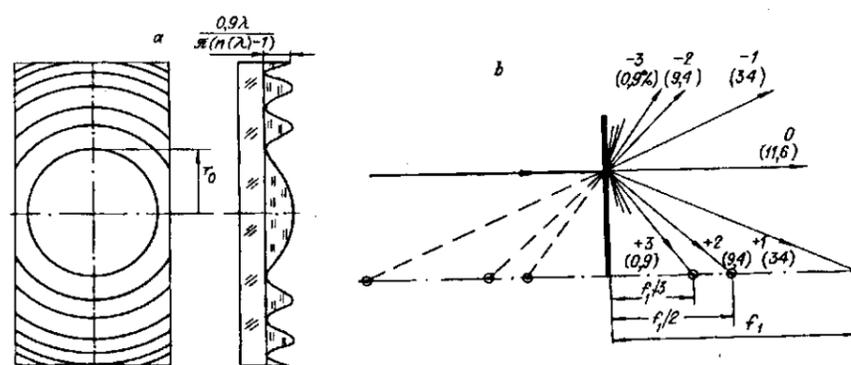


Рис. 5

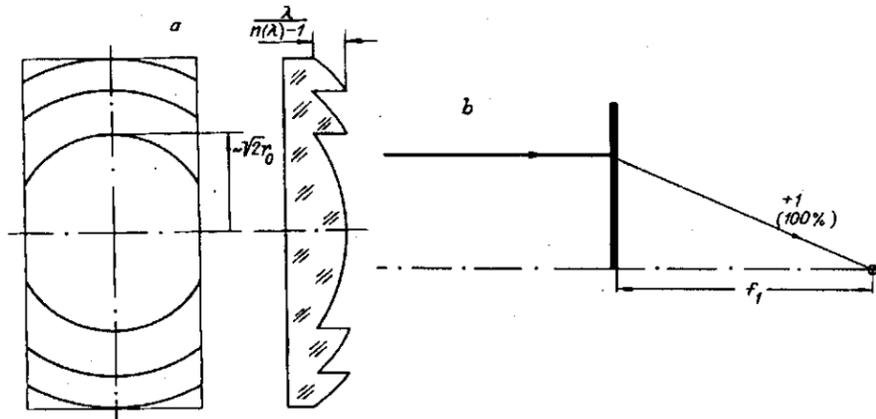


Рис. 6

ная пластинка, т. е. не имеет оптической силы, и ее фокус равен бесконечности. Для длин волн, отличных от расчетной, пластинка изменяет форму волнового фронта и работает как положительная или отрицательная линза. Для длин волн, больших расчетной, она имеет отрицательную оптическую силу, и для меньших расчетной — положительную. К сожалению, до настоящего времени пластинка Тудоровского не была опробована экспериментально.

Все зонные пластинки представляют собой дифракционные решетки с линейно изменяющимся периодом и с фокусирующими свойствами [25]. Местоположение границ зон определяет направление дифракционных порядков и, следовательно, положение экстремумов интенсивности на оптической оси. Дифракционная эффективность порядков зависит от фазового профиля зон. Периоды дифракционной структуры зонных пластинок, перечисленных в таблице, совпадают, что хорошо иллюстрирует третий столбец. В выражениях для радиусов границ зон величина f_1 есть главное фокусное расстояние зонной пластинки, λ_0 — расчетная длина световой волны, m , n — целое число, r_0 — радиус первой зоны Френеля.

Плоский волновой фронт, пройдя зонную пластинку, преобразуется в суперпозицию сферических волновых фронтов и недифрагированную волну. Поэтому наиболее наглядным и удобным представлением функции пропускания зонной пластинки является разложение ее в ряд Фурье по функциям вида $\exp(-i\pi r^2/r_0^2)$, где p — порядок дифракции, r — радиальная координата в плоскости ЗП. Подобное разложение позволяет легко анализировать фокусирующие свойства ЗП, ход лучей через них и их дифракционную эф-

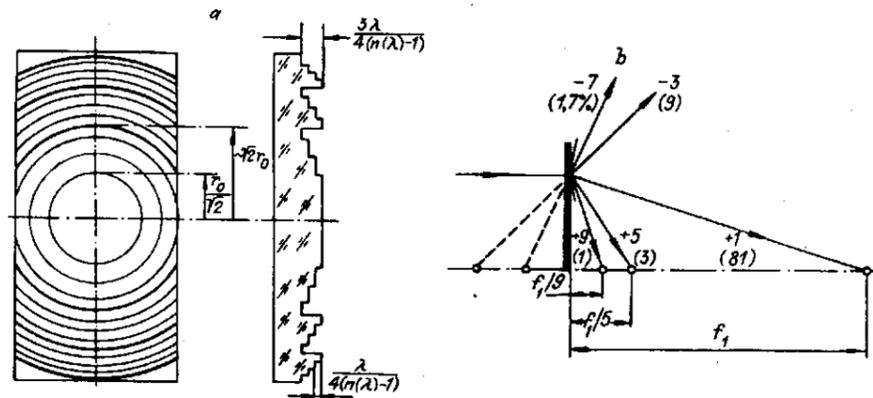


Рис. 7

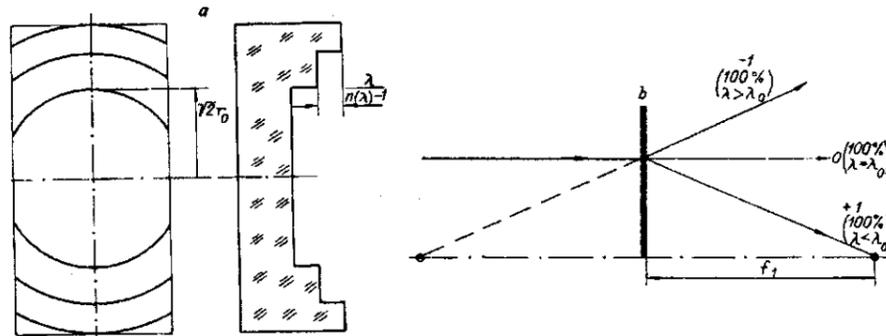


Рис. 8

фективность [26, 27]. Функции пропускания ЗП даны в четвертом столбце таблицы, а фокусные расстояния для p -го порядка дифракции — в пятом.

Выбранное нами представление для функций пропускания зонных пластинок позволяет также легко анализировать распределение интенсивности в изображениях удаленного источника в случае, когда количество рабочих зон превышает или порядка 100. Очевидна прямая математическая аналогия с функцией пропускания тонкой рефракционной линзы. Известно [28], что идеальная тонкая линза с фокусным расстоянием F эквивалентна транспаранту с функцией пропускания $g(r)$:

$$g(r) = \exp[-i\pi r^2 / (\lambda F)]. \quad (1)$$

Из сравнения выражения (1) с соответствующими членами рядов из четвертого столбца таблицы следует вывод о местоположении фокусов каждой из зонных пластинок (пятый столбец таблицы) и распределении интенсивности в них.

Ход лучей и величины дифракционной эффективности η_p показаны на соответствующих рис. 1, б — 8, б. Местоположения фокусов всех рассматриваемых ЗП совпадают, отличаясь лишь η_p . Дифракционная эффективность p -го порядка равна квадрату коэффициента при соответствующем члене ряда в выражении для функции пропускания. Большие возможности для изменения η_p предоставляют фазовые ЗП. Так, например, у фазовой линзы Габора дифракционная эффективность зависит от максимального набега фазы φ_1 в пределах зоны. Значения η_p на рис. 5, б соответствуют $\varphi_1 = 1,8$, при этом достигается наибольшая дифракционная эффективность первого порядка, но $\eta_0 = 11,6\%$. Нулевой порядок исчезает при $\varphi_1 = 2,4$, а дифракционная эффективность первого порядка в этом случае несколько уменьшится и составит 27%. Наибольшей дифракционной эффективностью $\eta_1 = 100\%$ обладают киноформные линзы (см. рис. 6, б).

Теоретический киноформный фазовый профиль обычно аппроксимируется ступеньками [29, 30]. При прохождении света через ЗП со ступенчатым фазовым профилем (см. рис. 7, б) возникают дифракционные порядки $p = mN + 1$, каждому из которых соответствует слагаемое суммы в выражении для функции пропускания (см. таблицу), описывающее сходящуюся либо расходящуюся световую волну. В случае двух ступеней фазового профиля ($N = 2$) получаем зонную пластинку Вуда. Дифракционная эффективность p -го порядка зависит от количества ступеней N и равна $\eta_p = |\text{sinc}(p/N)|^2$. Ее легко определить графически, как показано на рис. 9 для $N = 4$.

В представленной таблице не приведены соотношения для распределения интенсивности в главной фокальной плоскости ЗП. Для рассматриваемых пластинок оно аналогично распределению для идеальной оптической системы. Имеющиеся отличия связаны с числом рабочих зон в действующей апертуре пластинки и с сильной зависимостью оптической силы от длины волны.

Известно [31], что распределение интенсивности в поперечном сечении фокального пятна дифракционно-ограниченной линзы описывается функцией Эйри:

$$I(\rho) = \left\{ 2J_1(\pi\tilde{D}\rho/\lambda F) / (\pi\tilde{D}\rho/\lambda F) \right\}^2,$$

где ρ — радиальная координата в фокальной плоскости, $J_1(\cdot)$ — функция Бесселя первого порядка, \tilde{D} — диаметр выходного зрачка. Для

зонной пластинки с L -зонами \tilde{D} записывается как $2r_L$ и в качестве F выбирается требуемое f_p (для фокуса p -го порядка) [25, 32]. По критерию Рэлея диаметр фокального пятна определяется следующим образом:

$$d = \beta\lambda F/\tilde{D},$$

где величина $\beta = 1,22$ дает точное значение d , если $L \rightarrow \infty$, или заключена в пределах $\pm 10\%$ от 1,22, если $L \geq 7$ [14, 25, 33, 34].

Глубина фокуса находится как

$$\delta z = \beta'\lambda(F/\tilde{D})^2,$$

где $\beta' \sim 2$, δz — это расстояние, на котором интенсивность в центре фокального пятна снижается на 20%. Уменьшение интенсивности на 50% и удвоение диаметра фокального пятна происходят на расстояниях δz , соответствующих $\beta' \approx 3$.

Интересные особенности появляются в каустиках зонных пластинок, когда количество рабочих зон невелико (< 100). Простая диафрагма, равная одной зоне Френеля, имеет предел разрешения Рэлея и дифракционную картину Эйри [14, 33]. Разрешение зонной пластинки Френеля меньше, чем разрешение линзы [33—36], и диаметр кружка рассеяния для $L = 3$ в 1,5 раза превышает дифракционный, но относительная высота первого максимума меньше, чем у кружка Эйри. У зонной пластинки Сорэ значительно лучшее разрешение в главном фокусе, чем у линзы того же диаметра [33, 35]. Диаметр ее кружка рассеяния для $L = 2$ в 1,4 раза меньше диаметра кружка Эйри, но высота первого максимума достигает 15% от высоты главного. В обоих случаях по мере увеличения L кружок рассеяния асимптотически приближается к кружку Эйри. Распределение интенсивности в фокальных плоскостях ЗП Вуда [14] формируется путем интерференции амплитудной дифракционной картины, даваемой ЗП Сорэ и Френеля.

В последнее время открыты новые закономерности светового поля в окрестности фокуса рефракционных линз и зеркал [37, 38], которые наиболее ярко проявляются, когда в выходном зрачке содержится малое число зон Френеля ≤ 10 . В общем случае поле несимметрично относительно фокальной плоскости

и максимум интенсивности на оптической оси смещен из геометрической фокальной плоскости. Аналогичные закономерности найдены и для зонных пластинок со ступенчатым киноформным фазовым профилем [39]. Эти зависимости отсутствуют у амплитудных ЗП.

Путем численных расчетов в [39] показано, что положение максимумов интенсивности поля на оси фокусировки определяется как радиусом рабочего зрачка ЗП, так и числом ступеней в фазовом профиле зоны. У зонных пластинок Вуда максимумы интенсивности располагаются в геометрических фокальных плоскостях вне зависимости от радиуса зрачка. По мере

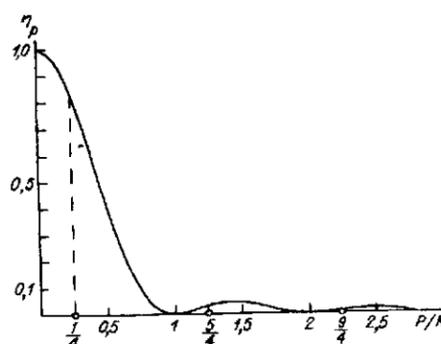


Рис. 9

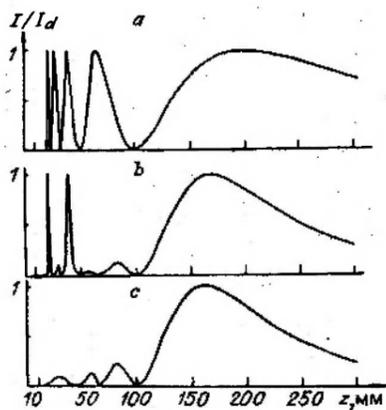


Рис. 10

На рис. 10 показаны распределения нормированной интенсивности вдоль оси фокусировки различных оптических элементов (*a* — зонная пластинка Вуда ($N = 2$), *b* — зонная пластинка с четырьмя ступенями фазового рельефа ($N = 4$), *c* — рефракционная линза с фокусным расстоянием 200 мм и радиусом, равным одной киноформной зоне (0,502 мм)). Значения интенсивности нормируются на величину интенсивности в главном дифракционном фокусе. Рис. 10 хорошо иллюстрирует приближение характеристик ЗП к характеристикам линзы, а именно: по мере увеличения N уменьшается глубина главного фокуса, асимптотически приближаясь к глубине фокуса рефракционной линзы; появляются характерные для линз вторичные максимумы, не совпадающие с предсказаниями теории киноформных элементов; происходит сдвиг максимумов интенсивности из геометрических фокальных плоскостей. Величину сдвига для рефракционных линз принято характеризовать отношениями

$$\delta I/I_0 = (I_d - I_0)/I_0, \quad |\delta F|/F = |F_d - F|/F,$$

где I_0 , I_d — значения интенсивности в геометрической и дифракционной фокальных плоскостях с декартовыми координатами $z = F$ и $z = F_d$. Зависимость фокального сдвига от количества ступеней рельефа показана на рис. 11, *a*, где точками отмечены расчетные значения $|\delta F|/F$ для зонных пластинок, а прямыми линиями — величины для рефракционных линз. Аналогичная зависимость $\delta I/I_0$ показана на рис. 11, *b*.

Изображающие свойства зонных пластинок (проективные преобразования). Зоны Френеля могут быть рассчитаны на произвольной поверхности при произвольном расположении предмета и изображения. С учетом существующих технологий изготовления наибольший интерес для практических применений представляют плоские зонные пластинки, формирующие без-

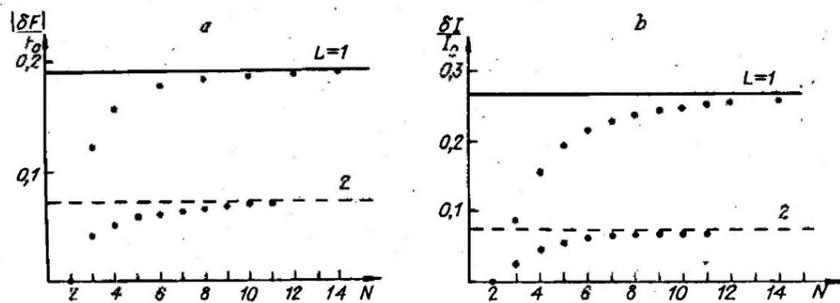


Рис. 11

абберационное изображение точечного предмета, расположенного вне оси, как показано на рис. 12.

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 + (y - l)^2 + S^2} + \\ & + \sqrt{x^2 + (y - l')^2 + S'^2} - \\ & - \sqrt{(l - l')^2 + (S - S')^2} = \Delta, \end{aligned} \quad (2)$$

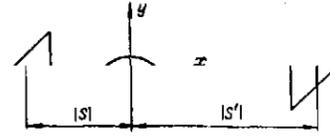


Рис. 12

где $\Delta = n\lambda/2$ для зон Френеля и $\Delta = n\lambda$ (n — целое) для киноформных зон; S, S' — z -координаты источника и его изображения; l, l' — y -координаты.

Аналитическое решение уравнения (2) возможно путем разложения корней в ряд в приближении:

$$\begin{aligned} [x^2 + (y - l)^2]/S^2 \ll 1, \quad [x^2 + (y - l')^2]/S'^2 \ll 1, \\ f_1^2(l - l')^2/(SS')^2 \ll 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь учтено, что $\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{1}{f_1}$. Тогда

$$\frac{r^2}{2f_1} - \frac{r^4}{8f_1} \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{SS'} + \frac{1}{S'^2} \right) + y \frac{r^2}{2f_1} \frac{l'}{S'} \left(\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} \right) - \frac{x^2 + 3y^2}{4f_1} \left(\frac{l'}{S'} \right)^2 - \Delta = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) позволяет анализировать расположение, форму зон Френеля и период дифракционной структуры на поверхности зонной пластинки. В технологическом процессе при построении зон необходимо использовать точные значения координат границ, полученные из уравнения (2), например, путем численного решения. Такая зонная пластинка будет формировать безабберационное изображение точечного источника в выбранной геометрии (см. рис. 12).

Рассмотрим некоторые частные случаи, в которых уравнение (2) можно решить точно, не прибегая к разложению (4). В соответствующем приближении приводимые ниже результаты полностью совпадают со следствиями из выражения (4).

Случай 1. Фокусировка плоской монохроматической световой волны, падающей перпендикулярно плоскости зонной пластинки. В этом случае $S = -\infty, S' = f_1, l = l' = 0$. Тогда уравнение для нахождения границ зон примет вид $r^2 = 2\Delta f_1 + \Delta^2$.

Как и следовало ожидать, это соответствует круговым зонам интерференционных и киноформных ЗП, рассмотренных выше. В параксиальном приближении ($\Delta^2 \cong 0$) приходим к известному соотношению для радиусов зон пластинок Френеля, Сорэ и Вуда:

$$r^2 = 2\Delta f_1, \quad \Delta = n\lambda/2. \quad (5)$$

Это равенство соответствует правилу Ньютона: «радиусы колец относятся между собой как корни квадратные из целых чисел».

Случай 2. Построение изображения точки, находящейся на оптической оси системы. Тогда $S = -|S|, S' = |S'|, l' = l = 0$. Уравнение для определения координат границ зон имеет вид

$$r^2 = \{2(S + S')SS'\Delta + [(S + S')^2 + SS']\Delta^2 + (S + S')\Delta^3 + \Delta^4/4\} / (SS' + \Delta)^2 \quad (6)$$

или, если представлять (6) в виде степенного ряда относительно Δ ,

$$r^2 = \frac{2SS'}{S + S'}\Delta + \left[1 - \frac{3SS'}{(S + S')^2}\right]\Delta^2 - \left[\frac{1}{S + S'} - \frac{4SS'}{(S + S')^3}\right]\Delta^3 - \left[\frac{S}{(S + S')^2} + \frac{3SS'}{(S + S')^4}\right]\Delta^4 = A\Delta + B\Delta^2 + C\Delta^3 + D\Delta^4, \quad (7)$$

где A, B, C, D — коэффициенты ряда. Из полученных соотношений следует, что ЗП имеет осесимметричные круговые зоны, причем слагаемые порядка $\Delta^2, \Delta^3, \Delta^4$ служат для компенсации сферической аберрации.

Случай 3. Фокусировка плоской монохроматической световой волны, падающей на плоскость зонной пластинки под углом α [29]: $S = -\infty, S' = f_1, l/S = \operatorname{tg}\alpha$.

Границы зон описываются уравнениями:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y+c)^2}{b^2} = 1, \quad a^2 = \frac{\Delta^2}{\cos^2\alpha} + \frac{2f_1\Delta}{\cos\alpha},$$

$$b^2 = \frac{a^2}{\cos^2\alpha} = \frac{\Delta^2}{\cos^4\alpha} + \frac{2f_1\Delta}{\cos^3\alpha}, \quad c = \frac{\Delta\sin\alpha}{\cos^2\alpha},$$

т. е. дифракционная структура требуемой зонной пластинки представляет собой набор эллипсов, каждый из которых по мере увеличения номера границы сдвигается относительно начала координат вдоль y -оси в область положительных или отрицательных значений y в зависимости от угла падения α .

Таким образом, топология дифракционного элемента определяется его оптическими характеристиками.

Аберрации. Величина аберраций волнового фронта зонных пластинок зависит от местоположения и точности выполнения границ зон. На основании зависимости длины оптического пути от координат точки пересечения луча с пластинкой легко получить выражение для аберраций ЗП. Чтобы определить качество изображения точек, находящихся вне оптической оси системы, проанализируем аберрации третьего порядка. Принимая во внимание (4), находим, что волновая аберрация осесимметричной ЗП для первого порядка дифракции имеет вид

$$\Phi = -\frac{r^4}{8f_1} \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{SS'} + \frac{1}{S'^2} + \frac{8f_1}{\tilde{c}^3} \right) + y \frac{r^2}{2f_1} \frac{l'}{S'} \left(\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} \right) - \frac{1}{4} \frac{x^2 + 3y^2}{f_1} \left(\frac{l'}{S'} \right)^2. \quad (8)$$

Здесь \tilde{c}^3 — введенный Г. Г. Слюсаревым [32] параметр, зависящий от типа зонной пластинки и положения предмета. Из выражения (8) следует, что ЗП обладают сферической аберрацией, комой и астигматизмом. Дисторсия у них отсутствует. У зонных пластинок Френеля, Сорэ и Вуда $\tilde{c} = \infty$ и сферическая аберрация, пропорциональная $-r^4/8f_1^3$, присутствует даже в случае удаленного источника ($S = -\infty$). Аберрации волнового фронта становятся заметными, когда они превышают $\lambda/4$, хотя иногда приемлемы сферические аберрации в несколько длин волн [3, 8]. Если положить $r_l^4/8f_1^3 = \lambda_0/4$ и использовать (5), то находим соотношение [35] $L^2 = 2f_1/\lambda_0$, которое определяет наибольшее число зон, дающих безаберрационное изображение при освещении их параллельным пучком. Интерференционные и киноформные ЗП не имеют сферической аберрации для удаленного источника, поскольку здесь $\tilde{c}^3 = -8f_1^3$. Выбором коэффициента \tilde{c} сферическая аберрация всегда может быть исправлена и для конечных значений S и S' . Кома обращается в нуль только тогда,

когда объект и изображение находятся на двойном фокусном расстоянии, астигматизм не зависит от увеличения и не может быть устранен для осесимметричных зонных пластинок.

Волновые aberrации существенно зависят от положения апертурной диафрагмы [40—46]. Например, если апертурная диафрагма не совпадает с плоскостью зонной пластинки, а расположена в переднем фокусе пластинки для осуществления телецентрического хода лучей, то aberrации комы и астигматизма третьего порядка оказываются нулевыми.

Рассмотренные выше свойства зонных пластинок предполагают, что освещение является строго монохроматическим. Если длина волны источника отличается от расчетной, то возникают хроматические искажения изображений.

И амплитудные, и фазовые зонные пластинки обладают в десятки раз большей продольной хроматической aberrацией, чем рефракционные сферические линзы: $\delta S' = -S'^2 \frac{\delta \lambda}{r_0^2}$.

Объект разрешается удовлетворительно только при определенной относительной ширине спектра источника излучения $\delta \lambda / \lambda_0$. Используя критерий $\lambda/4$ для длины оптического пути, легко найти [35] соотношение между допустимой полной шириной $\delta \lambda$ на половине максимума (λ_0) спектра падающего света и количеством рабочих зон L пластинки: $L \leq \lambda_0 / \delta \lambda$.

Для видимого диапазона $\delta \lambda \sim 100$ нм, что ограничивает L примерно пятью зонами Френеля. В частности, это объясняет хорошую работу камеры-обскуры в белом свете. В практических схемах $L \gg 5$. Например [8], когда ЗП используется в схеме дифракционного дефлектора ($L \sim 500$), то естественные уходы длины волны полупроводникового лазера на величину ± 10 нм приводят к смещению точки изображения на 5 мм в направлении, перпендикулярном линии отклонения (при поле сканирования 200 мм и размере точки 200 мкм). Поэтому для устранения таких больших отклонений от прямолинейности должна быть осуществлена коррекция хроматических aberrаций.

Синтез ахроматических изображений при помощи чисто дифракционных элементов наталкивается на ряд трудностей, поскольку путем комбинации дифракционных элементов можно ахроматизировать только мнимое изображение [47]. Поэтому при получении действительного ахроматического изображения в систему необходимо добавлять стандартный ахроматический объектив [48].

Ахроматизация реальных изображений в дифракционной оптике возможна, если использовать периферические части зрачка системы [49] или совмещать изображения в различных дифракционных порядках [50], либо прибегать к аксиальной фокусировке [51]. Последнее имеет особо важное значение, так как позволяет решить задачу для оптических систем массового применения, работающих с полупроводниковыми лазерами.

Фазовая функция пропускания дифракционных элементов полностью определяется видом и местоположением зон, что позволяет легко воздействовать на aberrационные и проективные характеристики зонных пластинок.

Преобразование каустики. Выше найдены коэффициенты A, B, C, D для зонной пластинки, строящей безабerrационное изображение точки (7). Величина коэффициентов зависит от взаиморасположения предмета, ЗП и плоскости изображения. Видоизменение коэффициентов приводит к деформации каустики, в частности, возможно ее удлинение. Как показано в [52], происходит удлинение каустики без изменения проективных свойств зонной пластинки, если коэффициенты имеют следующую величину:

$$A = 2f_1, \quad B = 1 + \frac{2^4 \delta f_1}{D^2}, \quad C = \frac{2^3 \delta f}{D^2}, \quad D = \frac{2^6 \delta f^2}{D^4}, \quad (9)$$

где δf — удлинение каустики, \bar{D} — диаметр выходного зрачка ЗП. Выражения (9) справедливы в случае $\delta f/f_1 \ll 1$, откуда следует, что $B\Delta^2 \ll A\Delta$.

Удлинение каустики, сравнимое с фокусным расстоянием $\delta f \sim f_1$, приводит к потере проективных свойств [52]. В пределе $|\delta f| \gg f_1 (B\Delta^2 \gg A\Delta)$ получаем выражение для радиусов зон киноформного аксикона:

$$\rho = \sqrt{B}\Delta, \quad \sqrt{B} = -\frac{2}{D} \sqrt{z_0^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2},$$

где z_0 — длина световой линии. Промежуточные соотношения между $A\Delta$ и $B\Delta^2$ ($B\Delta^2 > A\Delta$) характерны для киноформных аксиконов со специальным распределением интенсивности в фокальном отрезке [53].

Интересные результаты получаются также и при таком простом преобразовании зон, как изменение всех радиусов на одинаковую величину [54]. Так, добавление к r постоянной $-R_0$ без изменения коэффициентов A, B, C, D приводит к фокусировке излучения в кольцо радиусом R_0 . Такая ЗП по оптическому действию эквивалентна сумме двух элементов — аксикону с линзой. Согласно [29] подобная ЗП формирует изображение точечного источника, расположенного на оптической оси, в виде осевой световой линии, длина которой пропорциональна радиусу выходного зрачка.

Закключение. В работе [24] А. И. Тудоровский писал: «Исторический опыт с зонными пластинками не дает оснований надеяться на хорошие результаты применения фазовых пластинок в оптических системах». Это заключение базировалось на развитии оплотехники, известной до 1960 г. Появление компьютерных фототехнологий позволило достигнуть требуемой точности изготовления структуры и микрорельефа зонных пластинок, вследствие чего в 80-х годах спектр применений зонных пластинок существенно расширился.

Исторический подход к рассмотрению зонных пластинок, предложенный в статье, позволяет проследить, как шло совершенствование топологии зонных пластинок от амплитудной пластинки Френеля к киноформной линзе. Для всех элементов структура зон (с точностью до aberrаций) соответствует правилу Ньютона. Увеличение дифракционной эффективности осуществляется за счет совершенствования фазового рельефа путем перехода от бинарного профиля к киноформному, т. е. за счет перехода к решетке с «блеском». Особое место в ряду зонных пластинок занимает пластинка Тудоровского, являющаяся идеальным компенсатором хроматизма положения.

Разработчики новых оптических систем в зависимости от применений могут целенаправленно управлять распределением энергии в каустике. С помощью зонных пластинок можно осуществлять проективные преобразования изображений, аксиконную фокусировку, перераспределять энергию в каустике либо видоизменять форму каустики и т. д.

Единое представление функций пропускания в виде рядов помогает легко анализировать оптические характеристики выбранных элементов. Обобщенный принцип таутохромизма предоставляет возможности для анализа aberrаций и расчета дифракционной структуры зонных пластинок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Koronkevitch V. P., Kirjanov V. P., Kokoulin F. I. et al. Fabrication of kinoform optical elements // *Optik*.—1984.—67, N 3.—S. 257.
2. Goto K., Mori K., Hatakoshi G., Takahashi S. Spherical grating objective lenses for optical disk pickups // *Jap. J. Appl. Phys.*—1987.—26.—Suppl. 26-4.—P. 135.
3. Ono Y., Nishida N. Holographic laser scanners using generalized zone plates // *Appl. Opt.*—1982.—21, N 24.—P. 4542.
4. Ган М. А., Богатырева И. И. Киноформные оптические элементы и их возможности при проектировании оптических систем для широкого спектрального диапазона // *Компьютерная оптика. Вып. 1. Физические основы* / Под ред. Е. П. Велихова, А. М. Прохорова.—М.: МЦНТИ, ИОФАН, 1987.
5. Kimura Y., Sugama S., Ono Y. Compact optical head using a holographic optical element for CD players // *Appl. Opt.*—1988.—27, N 4.—P. 668.

6. Haumann H.-J., Kobolla H., Sauer F. et al. Optical bus based on light guiding plates // Proc. Publ. Jap. Soc. Appl. Phys. and SPIE.—Japan, 1990, N ISBN 4-980813-37-9.—P. 162.
7. Stewens R. F. Zone plate interferometers // J. of Modern Opt.—1988.—35, N 1.—P. 75.
8. Shin-ya Hasegawa, Fumio Yamagishi, Hiroyuki Ikeda, Takefumi Inagaki. Straight-line scanning analysis of an all-holographic scanner // Appl. Opt.—1989.—28, N 24.—P. 5317.
9. Freeman M. H. Improving vision // Phys. Bull.—1988.—N 2.
10. Barret H. H., Horrigan F. A. Fresnel zone plate imaging of gamma rays; Theory // Appl. Opt.—1973.—12, N 11.—P. 2686.
11. Attwood D., Halbach K., Kim K. J. Tunable coherent X-rays // Science.—1985.—228, N 4705.
12. Слюсарев Г. Г. Оптические системы с фазовыми слоями // ДАН СССР.—1957.—113, № 4.
13. Френель О. Избранные труды по оптике.—М.: ГИТТЛ, 1955.
14. Boivin A. Theorie et calcul des figures de diffraction de revolution.—Paris: Gautier-Villars, 1964.—P. 511.
15. Soret J. L. // Archives Sci. Phys. Natur.—1875.—28.—P. 320.
16. Вуд Р. Физическая оптика.—Л.: М.: Объединен. науч.-техн. изд-во, 1936.
22. Lesem L. B., Hirsch P. M., Jordan J. A. The kinoform: a new wavefront reconstruction device // IBM J. Res. Dev.—1969.—13.—P. 150.
23. Goodman J. W., Silvestri A. M. Some effect of Fourier-domain phase quantization // IBM J. Res. Dev.—1970.—14, N 5.—P. 478.
24. Тудоровский А. И. Объектив с фазовой пластинкой // Оптика и спектроскопия.—1959.—VI, вып. 2.
25. Sussman M. Elementary diffraction theory of zone plates // JOSA.—1960.—28, N 4.—P. 394.
26. Shulman A. R. Optical Data Processing.—N. Y.: McGraw Hill, 1957.
27. Norman M. H., Chau H. H. M. Zone plate theory based on holography // Appl. Opt.—1967.—6, N 2.—P. 317.
28. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику.—М.: Мир, 1970.
29. Корольков В. П., Коронкевич В. П., Михальцова И. А. и др. Киноформы: технологии, новые элементы и оптические системы // Автометрия.—1989.—№ 4.
30. Пальчикова И. Г., Рябчук А. М. О влиянии погрешностей изготовления киноформов на функцию зрачка // Автометрия.—1985.—№ 6.
31. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.—М.: Наука, 1970.
32. Слюсарев Г. Г. Расчет оптических систем.—Л.: Машиностроение, 1975.
33. Stigliani D. J., Jr., Mittra R., Semonin R. G. Resolving power of a zone plate // JOSA.—1967.—57.—P. 610.
34. Ora E., Myers, Jr. Studies of transmission zone plates // JOSA.—1965.—55.—P. 987.
35. Young M. Zone plates and their aberrations // JOSA.—1972.—62.—P. 972.
36. Bottema M. Fresnel zone-plate diffraction patterns // JOSA.—1969.—59, N 12.—P. 1632.
37. Кинбер Б. Е., Новоселов С. В. Поле в окрестности фокуса // Радиотехника и электроника.—1985.—XXX, вып. 8.
38. Li Y., Wolf E. Focal shifts in diffracted converging spherical waves // Opt. Commun.—1981.—39, N 4.—P. 211.
39. Пальчикова И. Г. Математическое моделирование процесса дифракции световых волн на фазовых зонных пластинках.—Новосибирск, 1989.—(Препр. /ИЛИЭ СО АН СССР; 433).
40. Meier R. W. Magnification and third-order aberrations in holography // JOSA.—1965.—55.—P. 987.
41. Champagne E. B. Nonparaxial imaging, magnification, and aberration properties in holography // JOSA.—1967.—57.—P. 51.
42. Sweat W. C. Describing holographic and optical elements as lenses // JOSA.—1977.—62.—P. 803.
43. Kleinhans W. A. Aberrations of curved zone plates and Fresnel lenses // Appl. Opt.—1977.—16.—P. 1701.
44. Бобров С. Т., Грейсх Г. И., Туркевич Ю. Г. Оптика дифракционных элементов и систем.—Л.: Машиностроение, 1986.

45. Ган М. А. Моделирование на ЭВМ голографической коррекции aberrаций оптических систем // Оптика и спектроскопия.—1976.—41, № 4.
46. Buralli D. A., Morris G. M., Rogers G. R. Optical performance of holographic kinoforms // Appl. Opt.—1989.—28.—P. 976.
47. Buralli D. A., Rogers G. R. The use of Gaussian brackets in holographic optical design // JOSA.—1987.—A4.—P. 17.
48. Stone T., George N. Hybrid diffractive-refractive lenses and achromats // Appl. Opt.—1988.—27.—P. 2960.
49. Weingartner I., Rosenbruch K. J. Chromatic correction of two- and three-element holographic imaging system // Opt. Acta.—1982.—29.—P. 519.
50. Faklis D., Morris G. M. Broadband imaging with holographic lenses // Opt. Eng.—1989.—28, N 6.—P. 592.
51. Kato M., Maeda S., Yamagishi F. et al. Wavelength independent grating lens system // Appl. Opt.—1989.—28, N 4.—P. 682.
52. Koronkevitch V. P., Palchikova I. G. Kinoforms with increased depth of focus // Optik.—1991.—87, N 2.—P. 91.
53. Пальчикова И. Г. Киноформные коноидные аксиконы // Автометрия.—1988.—№ 6.
54. Коронкевич В. П., Пальчикова И. Г., Полещук А. Г. и др. Киноформные оптические элементы с кольцевым импульсным откликом.—Новосибирск, 1985.—(Препр. /ИИО СО АН СССР; 265).

Поступила в редакцию 25 октября 1991 г.