УДК 535.241.13 : 534

А. С. Задорин, С. А. Зайцев

(Томск)

МОДУЛЯЦИЯ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СВЕТОВОГО ПУЧКА В ПОЛЕ АКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Исследованы особенности модуляции звуковым пучком статистически стационарного, квазимонохроматического светового излучения в анизотропной среде. В приближении заданного поля установлены аналитические выражения, определяющие связь модулирующего сигнала с интенсивностью дифрагированного пучка в различных точках дальней зоны. Отмечено существенное влияние геометрии дифракции, а также упругой и оптической анизотропии среды на модуляционные показатели процесса. Показано, что наилучшие показатели по полосе частот и глубине модуляции немонохроматического светового пучка следует ожидать при анизотропной дифракции, когда световые пучки распространяются вблизи оптической оси кристалла. Установлено, что снижение пространственной когерентности опорного пучка в общем случае приводит к затягиванию переходного процесса.

В последние годы в акустооптике получили распространение квазимонохроматические и немонохроматические источники света, например, твердотельные и полупроводниковые лазеры, светодиоды и т. п. [1]. Следует ожидать, что усложнение спектрального состава указанных источников по сравнению со спектром газовых лазеров, работающих в одночастотном режиме, может оказать влияние на модуляционные характеристики акустооптических устройств. Таким образом, возникает задача исследования связи временной и пространственной когерентности опорного светового пучка с переходными процессами, возникающими при модуляции света звуком.

В литературе перечисленные вопросы исследованы далеко не полно [1—3]. Данное сообщение посвящено также изучению сформулированной выше задачи и имеет своей целью дополнить относящиеся к ней результаты.

Сформулируем постановочную часть задачи. Допустим, что в прозрачной кристаллической среде в направлении нормали $\mathbf{q}$ распространяется модулированный пучок звукового излучения $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ с амплитудой $U_m(\mathbf{r}, t)$ и частотно-угловым спектром (ЧУС) $S_m(K_\tau, \Omega)$.

Как известно, звуковое поле пучка $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ вследствие упругооптического эффекта возмущает тензор диэлектрической проницаемости кристалла $\hat{\varepsilon}$. В линейном приближении величину $\hat{\varepsilon}$ можно выразить через амплитуду деформаций $U_m(r, t)$ поля $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$:

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_0 + 0{,}5\Delta\hat{\varepsilon} U_m(\mathbf{r}, t)\exp[i(\Omega_0 t - \mathbf{K}_0\mathbf{r})] + \text{к. с.}, \tag{1}$$

где $\hat{\varepsilon}_0$ — диэлектрическая проницаемость невозмущенного кристалла; Ω_0, $\mathbf{K}_0 = \Omega_0\mathbf{q}_0/V$ — несущая частота и волновой вектор звука; V, $\mathbf{q}_0$ — фазовая скорость и волновая нормаль звукового пучка; $\Delta\hat{\varepsilon}$ — возмущение тензора $\hat{\varepsilon}$ звуковой волной.

С помощью преобразования Фурье распределение $U_m(\mathbf{r}, t)$ в (1) выразим через ЧУС $S(K_\tau, \Omega')$ пучка $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$:

$$U_m(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{\infty}^{\infty} S(K_\tau, \Omega')\exp[i(\Omega' t - \delta\mathbf{K}\mathbf{r})]dK_\tau d\Omega' + \text{к. с.}, \tag{2}$$

где $\Omega' = \Omega - \Omega_0$; $\delta\mathbf{K} = \mathbf{K} - \mathbf{K}_0$; $K_\tau = |\mathbf{q}_0 \times \mathbf{K}|$. Параметры Ω' и $\delta\mathbf{K}$ в последнем выражении связаны между собой дисперсионным уравнением. Аппроксимируя данную зависимость вблизи Ω_0 линейным членом ряда Тейлора, получим

$$\Omega'(\delta\mathbf{K}) = \mathbf{V}_{\text{гр}}\delta\mathbf{K}, \tag{3}$$

где $V_{гр}$ — вектор групповой скорости пучка $U(r, t)$. С учетом (3) соотношение (2) можно переписать так:

$$U_m(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{\infty}^{\infty} S(K_\tau, \Omega')\exp[i(\mathbf{V}_{гр}t - \mathbf{r})\delta\mathbf{K}]dK_\tau d\Omega' + \text{к. с.} \tag{4}$$

Заметим, что ввиду узкополосности пучка $U(r, t)$ зависимость $S(K_\tau, \Omega')$ в (4) можно разделить по переменным Ω' и K_τ, т. е.

$$S(\Omega', K_\tau) = F(\Omega')S_m(K_\tau) \tag{5}$$

($S_m(K_\tau)$, $F(\Omega')$ — угловой и частотный спектры звукового пучка).

Возмущение диэлектрической проницаемости среды приводит к рассеянию опорного светового поля ξ_0, освещающего область локализации U, в дифракционные порядки. Последующий анализ сосредоточим на сравнительно частном, однако наиболее важном для практики режиме акустооптического взаимодействия (АОВ) — режиме брэгговской дифракции, при котором основной энергообмен происходит между двумя световыми пучками — опорным $\xi_0(\mathbf{r}, t)$ и дифрагированным $\xi_1(\mathbf{r}, t)$ (рис. 1). При этом опорный пучок будем считать статистически квазиоднородным и стационарным с заданными временной $R_t(\tau)$ и пространственной $R_s(s)$ корреляционными функциями. Поля обоих пучков представим соответствующими ЧУС плоских волн $E_m(\omega, \mathbf{k})$, каждая компонента которых определяется амплитудой E_m, частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}$. Ввиду стационарности поля ξ_0 компоненты $E_{m0}(\omega)$ в его частотном спектре не коррелируют между собой [4], т. е.

$$\langle E_{m0}(\omega_0, \mathbf{k}_0)\widetilde{E}_{m0}(\omega_0, \mathbf{k}_0)\rangle_T = G_0(\omega_0, \mathbf{k}_0)\delta(\omega_0 - \omega_0'), \tag{6}$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция, угловые скобки $\langle ... \rangle$ означают усреднение по времени, а знаком ~ здесь и далее помечены комплексно-сопряженные величины. Последнее соотношение определяет энергетический спектр опорного пучка $G_0(\omega, \mathbf{k}_0)$, связанный, как известно, с корреляционной функцией $R_t(\tau)$ обратным преобразованием Фурье. Пространственное распределение случайного поля $\xi_0(\mathbf{r})$ разложим в ряд в некоторой полной системе ортогональных функций $\{\Phi_n(\mathbf{r})\}$. Данную систему удобно подобрать таким образом, чтобы соответствующие коэффициенты разложения на апертуре пучка были δ-коррелированы. В общем случае названным требованиям удовлетворяет лишь разложение Карунена — Лоэва, связывающее систему $\{\Phi_n(\mathbf{r})\}$ с собственными функциями интегрального уравнения, ядром которого является корреляционная функция $R_r(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ [4]. Однако если поле ξ_0 квазиоднородно, а его энергетический спектр равномерно распределен в угловом интервале $\Delta\varphi$, то в качестве искомого разложения может быть использована более простая интерполяционная формула

$$E_0(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_0\left(\frac{\bar{\lambda}n}{2\Delta\varphi}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{2\pi}{\bar{\lambda}}\Delta\varphi x - n\pi\right), \tag{7}$$

где $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$, $\bar{\lambda}$ — средняя длина волны квазимонохроматического опорного пучка; x — координата, отсчитываемая от центра апертуры ξ_0 в направлении, перпендикулярном оси пучка, и обобщающая теорему отсчетов на случайные процессы [4]. При этом

$$\left\langle E_0\left(\frac{\bar{\lambda}i}{2\Delta\varphi}\right) \widetilde{E}_0\left(\frac{\bar{\lambda}j}{2\Delta\varphi}\right)\right\rangle_D = \delta(i - j), \tag{8}$$

здесь скобками $\langle ... \rangle_D$ обозначено усреднение по координате x.

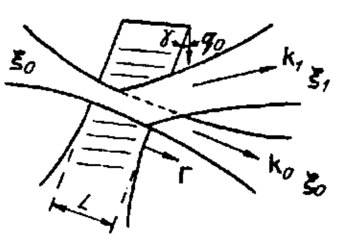


Рис. 1

Физически соотношение (7) представляет $E_0(x)$ — суперпозицию статистически независимых парциальных полей E_0 источников, в основном сосредоточенных на площадках когерентности с размерами $d_0 \approx \bar{\lambda}/\Delta\varphi$ (радиус корреляции) и разнесенных друг от друга на расстояние $\delta = \bar{\lambda}/(2\Delta\varphi)$. Каждое такое парциальное поле в отдельности пространственно когерентно и имеет одинаковое с другими полями пространственное распределение. Фактически в силу квазиоднородности поле $E_0(x)$ пространственно ограничено размером апертуры, поэтому число площадок когерентности, которое может быть размещено на этом интервале, а значит, и число членов ряда (7) можно ограничить величиной $N = 2D\Delta\varphi/\bar{\lambda}$. При этом следует иметь в виду, что входящая в данное выражение величина $\Delta\varphi$ на практике определяется не только пространственной когерентностью опорного пучка, но и угловой апертурой акустооптического модулятора и освещающей его оптической системы.

Следующее допущение будет касаться условий ортогональности (6), (8), точное выполнение которых имеет место лишь в случае усреднения подынтегральных выражений в бесконечных пределах. Однако используя соотношения (6), (8), в дальнейшем будем полагать, что они выполняются и в конечных интервалах усреднения, если последние существенно превышают значения времени и радиуса корреляции.

С учетом сделанных замечаний запишем выражение для ЧУС квазимонохроматического опорного светового пучка на границе области взаимодействия:

$$\xi_\alpha(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=0}^{N} \left[\iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_\alpha E_{n\alpha}(k_\tau, \omega) \exp[i(\omega_\alpha t - \mathbf{k}_\alpha \mathbf{r})] dk_\tau d\omega + \text{к. с.} \right]. \tag{9}$$

Здесь $\alpha = 0,1$; ω_α, $\mathbf{k}_\alpha$, $\mathbf{e}_\alpha$, $E_n(k_\tau, \omega)$ — частота, волновой вектор, поляризация и амплитуда плосковолновой составляющей пучка, обусловленного изменением n-й площадки когерентности поля ξ_0; $k_{\tau\alpha}$ — тангенциальная составляющая $\mathbf{k}_\alpha$ относительно плоскости, нормаль к которой $\mathbf{N}_\alpha$ совпадает с осью пучка ξ_α ($k_{\tau\alpha} = |\mathbf{k}_\alpha \times \mathbf{N}_\alpha|$), связанная с углом Q_α между $\mathbf{k}_\alpha$ и $\mathbf{N}_\alpha$ соотношением

$$k_{\tau\alpha} = |\mathbf{k}_\alpha^*| Q_\alpha, \tag{10}$$

где $|\mathbf{k}_\alpha^*|$ — модуль $\mathbf{k}_\alpha$ в направлении $\mathbf{N}_\alpha$. Описание обоих пучков в области взаимодействия представлено разложением (9) для $\alpha = 0,1$, при этом допускается, что внутри возмущенного слоя амплитуды плоских волн $E_{m\alpha}$ в (9) являются медленноменяющимися функциями координат и времени.

На основе названных приближений определим зависимость интенсивности пучка ξ_1 в любой точке дальней зоны от управляющего сигнала $U(t)$.

Решение между $\xi(\mathbf{r}, t)$ и $U(t)$ найдем, разрешая уравнения Максвелла относительно полей (1)—(9) при соответствующих граничных условиях. При этом, учитывая слабое изменение амплитуд световых волн в пространстве и времени, решение волнового уравнения будем искать методом медленноменяющихся амплитуд (ММА). Прежде всего заметим, что при медленном изменении $U_m(\mathbf{r}, t)$ границы возмущенной области в пределах пересечения взаимодействующих пучков приближенно можно считать плоскими, совпадающими с границами свободно распространяющегося монохроматического звукового пучка (см. рис. 1). Под медленностью изменения $U_m(\mathbf{r}, t)$ здесь понимается отсутствие резких скачков амплитуды деформации звукового поля вдоль вектора $\mathbf{q}_0$ в пределах области взаимодействия. В таком случае градиент амплитуды световых волн (9) направлен по нормали Γ к указанным плоскостям, т. е.

$$\operatorname{grad} E_{m\alpha} = \Gamma \partial E_{m\alpha} / \partial l, \tag{11}$$

где l — координата, отсчитываемая вдоль вектора Γ.

Подставим (1), (4), (5), (9) в уравнение

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot} \sum_\alpha \xi_\alpha = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\sum_\alpha \hat{\varepsilon} \xi_\alpha \right), \tag{12}$$

пренебрежем, следуя ММА, вторыми производными амплитуд $E_{m\alpha}$ по координатам и времени, умножим результат скалярно на $\mathbf{e}_0$, а затем на $\mathbf{e}_1$, учтем

$$\frac{\partial}{\partial l}\sum_{n=1}^{N}\left[E^{\omega}_{n0}\exp[ib_0\omega' l]\right] = -ic_1 U(l)\sum_{n=1}^{N}\int\left[E^{\omega}_{n1}\exp[ib_1\omega' l]\right]F(\Omega')\exp[\Delta K_{\Sigma 0} l]d\Omega',$$

$$\frac{\partial}{\partial l}\sum_{n=1}^{N}\left[E^{\omega}_{n1}\exp[ib_1\omega' l]\right] = -ic_0\widetilde{U}(l)\sum_{n=1}^{N}\int\left[E^{\omega}_{n0}\exp[ib_0\omega' l]\right]\widetilde{F}(\Omega')\exp[-\Delta K_{\Sigma 1} l]d\Omega', \quad (13)$$

где $E^{\omega}_{m\alpha}(\omega')$ — фурье-трансформанта амплитуды $E_{n\alpha}(t)$:

$$E^{\omega}_{m\alpha}(\omega') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}E_{m\alpha}(t)\exp(-i\omega' t)dt; \quad (14)$$

$$\omega' = \omega - \omega_\alpha; \quad \alpha = 0,1;$$

$$c_\alpha = k_0(\mathbf{e}_0\Delta\hat{\varepsilon}\,\mathbf{e}_1)/[4n_\alpha\cos\beta_\alpha(\Gamma\mathbf{N}_{\text{гр}\,\alpha})];$$

$$b_\alpha = \frac{n_\alpha}{c(\Gamma\mathbf{N}_{\text{гр}\,\alpha})};$$

$$\Delta K_{\Sigma\alpha} = \omega'(b_0 - b_1) - \Omega' b_\alpha + \Delta K;$$

$$\Delta\mathbf{K} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{K}_0 + \delta\mathbf{K} \quad (15)$$

— вектор фазовой расстройки с модулем ΔK, направленным вдоль Γ [6], т. е. $\Delta\mathbf{K} = \Delta K\Gamma$; k_0, c — модуль волнового вектора и скорость света в вакууме; n_α, b_α, $\mathbf{N}_{\text{гр}\,\alpha}$ — показатель преломления кристалла, угол сноса и лучевая нормаль для падающей ($\alpha = 0$) и дифрагированной ($\alpha = 1$) волн.

Легко видеть, что при $\omega' = \Omega' = 0$ система (13) сводится к уравнениям, описывающим АОВ в поле монохроматического звукового пучка.

Проанализируем слабое АОВ. В данном режиме дифракции изменения амплитуды и спектрального состава падающего светового пучка практически отсутствуют, т. е. $E^{\omega}_{m0}(l) = E^{\omega}_{m0}(l = 0)$. Поэтому, интегрируя второе уравнение системы (13) по l и производя замену переменных $\omega' - \Omega'' = \omega''$, получим

$$\xi^{\omega}_1(l, k_{\tau 1}, \omega' + \Omega) = \sum_{n=1}^{N}E^{\omega}_{n1}(l, k_{\tau 1}, \omega' + \Omega) = \sum_{n=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty}Z(\omega' - \omega'')E^{\omega}_{n0}(\omega'')d\omega'', \quad (16)$$

где $Z(\omega' - \omega'') = ic_0 F(\omega' - \omega'')\exp(-ib_1(\omega'' + \Omega)l)S(\Delta K_\Sigma)$. При выводе (16) мы воспользовались преобразованием Фурье, связывающим угловой спектр звукового пучка $S(K_\tau)$ с распределением $U_m(l)$:

$$S(\Delta K_\Sigma) = \int_0^L U_m(l)\exp[-i\Delta K_\Sigma l]dl, \quad (17)$$

где L — ширина звукового пучка в пределах области взаимодействия (см. рис. 1); $\Delta K_\Sigma = \Delta K' + b_1\Omega'$; $\Delta K'$ — фазовая расстройка рассматриваемой плоской световой волны с центральной компонентой углового спектра звукового пучка, такая, что

$$\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{K}_0 + \Delta K'\Gamma = 0. \quad (18)$$

В дальнейшем нас будет интересовать связь модулирующего сигнала $U(t)$ с усредненной на интервале времени $T >> \tau_c$ интенсивностью поля дифрагированного пучка $I(l, k_\tau, t)$ в различных точках зоны Фраунгофера. В этой области поля, рассеянные различными площадками когерентности, лежащими в пределах объема АОВ, взаимно перекрываются, поэтому величину $I(l, k_\tau, t)$ можно определить пространственным усреднением интенсивностей названных источников:

$$I(l, k_\tau, t) = \langle\langle E(l, k_\tau, t)\tilde{E}(l, k_\tau, t)\rangle_T\rangle_D. \tag{19}$$

Входящая в данное выражение зависимость $E(l, k_\tau, t)$, согласно (14), связана с соотношением (16) обратным преобразованием Фурье. В таком случае из (9), (16) получим

$$I(l, k_{\tau 1}, t) = \langle\langle \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \iiiint_{-\infty}^{\infty} Z(\omega - \omega_\alpha)\bar{Z}(\omega' - \omega_\beta)E^{\omega}_{n0}(\omega_\alpha, k_\tau, l) \times$$

$$\times \tilde{E}^{\omega}_{m0}(\omega_\beta, k_\tau, l)\exp[i(\omega - \omega')t]d\omega_\alpha d\omega_\beta d\omega d\omega'\rangle_T\rangle_D. \tag{20}$$

В пределах применимости условий ортогональности (6), (8) формула (20) приводится к виду

$$I(k_\tau, t) = \sum_{n=1}^{N} I_n(k_\tau, t), \tag{21}$$

где

$$I_n(k_\tau, t, \omega) = \int i_{n\omega}(k_\tau, t, \omega)d\omega; \tag{22}$$

$i_{n\omega}(k_\tau, t, \omega)$ — модулированная интенсивность плосковолновой компоненты дифрагированного пучка, распространяющегося в направлении угла $Q = k_\tau / |\mathbf{k}^*|$, обусловленная дифракцией ω-й частотной составляющей спектра опорного пучка n-й площадки когерентности. Величина $i_{n\omega}(k_\tau, t, \omega)$ в (22) связана с найденной выше амплитудой E^{ω}_{n1} соотношением

$$i_{n\omega}(k_\tau, t, \omega) = E_n(k_\tau, t, \omega)\tilde{E}_n(k_\tau, t, \omega), \tag{23}$$

где $E_n(k_\tau, t, \omega) = \int Z(\omega - \omega')E^{\omega}_{n0}(k_\tau, \omega')\exp(i\omega' t)d\omega'$.

Соотношения (21)—(23) дают формальное решение поставленной задачи. Однако для использования их в практических расчетах необходимо установить связь входящих в (21)—(23) величин ΔK и Q_1 с параметрами опорного светового пучка: углом Q_0, текущей частотой ω_0, а также частотой звука $\Omega = \omega_0 - \omega_1$. С этой целью изменение векторов $\mathbf{k}_\alpha$ в (15) вблизи $\mathbf{N}_\alpha$, соответствующей центральной частоте пучка ω^*, аппроксимируем первыми членами ряда Тейлора [6]:

$$\mathbf{k}(\omega, Q_\alpha) = \mathbf{k}^*_\alpha(\omega^*) + \mathbf{N}_{\text{гр}\,\alpha} \frac{\partial}{\partial\omega} [k_0 n_\alpha(\omega)]\Delta\omega + \mathbf{m}_\alpha x_\alpha, \tag{24}$$

где $\mathbf{m}_\alpha$, $\mathbf{N}_{\text{гр}\,\alpha}$ — базисные орты годографов R_α, направленные по касательной и нормали к R_α: $\Delta\omega = \omega - \omega^*$; x_α — длина дуги годографа R_α, отсчитываемая от направления $\mathbf{N}_\alpha$. Взаимная ориентация входящих в соотношения (13)—(24) векторов поясняется рис. 2.

Учитывая узкополосность светового поля, будем считать, что диспергирующие свойства среды, определяемые коэффициентом $\zeta_\alpha = \partial n_\alpha / \partial\omega$, постоянны в пределах линии излучения. Подставив (24) в (15), пренебрегая при этом слагаемыми второго порядка малости по $\Delta\omega$ и Q_α и умножив результат скалярно сначала на лучевую нормаль звука $\mathbf{q}_{\text{гр}}$, а затем на лучевую нормаль света $\mathbf{N}_{\text{гр}1}$, можно найти зависимости Q_1 и ΔK от Q_0, $\Delta\omega$, Ω. Опуская

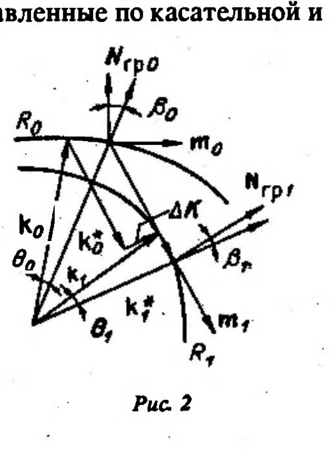


Рис. 2

промежуточные выкладки, подробное изложение которых приводится в [6], запишем окончательный результат:

$$Q_1(Q_0, \omega_0, \Omega) = A\Delta\omega + BQ_0 + C\Omega, \tag{25}$$

$$\Delta K(Q_0, \omega_0, \Omega) = D\Delta\omega + EQ_0 + R\Omega, \tag{26}$$

где

$$A = \left[\frac{(\mathbf{N}_{\text{гр}0}\mathbf{q}_{\text{гр}})\cos\beta_0(n_0 + \zeta_0\omega^*)}{(\mathbf{N}_{\text{гр}1}\Gamma)n_1\omega^*} - \frac{(\mathbf{N}_1^*\mathbf{q}_{\text{гр}})(n_1 + \zeta_1\omega^*)\cos\beta_1}{(\mathbf{N}_{\text{гр}1}\Gamma)n_1\omega^*}\right]; \tag{27}$$

$$B = \frac{|\mathbf{N}_{\text{гр}0} \times \mathbf{q}_{\text{гр}}|\cos\beta_1 n_0}{|\mathbf{N}_{\text{гр}1} \times \mathbf{q}_{\text{гр}}|n_1\cos\beta_0}; \tag{28}$$

$$C = \frac{\cos\gamma \cdot \cos\beta_1}{V|\mathbf{k}_1^*|(\mathbf{N}_{\text{гр}1}\Gamma)}; \tag{29}$$

$$D = \left[\frac{(\mathbf{N}_0\mathbf{N}_{\text{гр}1})(n_0 + \zeta_0\omega^*)}{c(\Gamma\mathbf{N}_{\text{гр}1})} - \frac{(n_1 + \zeta_1\omega^*)\cos\beta_1}{c(\Gamma\mathbf{N}_{\text{гр}1})}\right]; \tag{30}$$

$$E = \frac{k_0 n_0|\mathbf{N}_{\text{гр}0} \times \mathbf{N}_{\text{гр}1}|}{\cos\beta_0(\Gamma\mathbf{N}_{\text{гр}1})}; \quad R = \frac{(\mathbf{N}_{\text{гр}1}\mathbf{q})}{V(\mathbf{N}_{\text{гр}1}\Gamma)}. \tag{31}$$

Выразив с помощью последних соотношений Q_0 через Q_1, а параметр $k_{\tau\alpha}$ в (22) по формуле (10) через угол Q_α и разделив аналогично (5) ЧУС опорного пучка $E_{n0}^{\omega}(\omega', k_{\tau0})$ на сомножители $E_{n0}^{\omega}(\omega')$ и $E_{n0}^{\Psi}(Q)$, определяющие соответственно частотный и угловой спектры поля E_{n0}, приведем соотношение для $E_n(t)$ в (23) к окончательному виду:

$$E_n(Q_1, t, \omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{n1}^{\omega}(Q_1, \omega, \omega', l)\exp(i\omega' t)d\omega', \tag{32}$$

где

$$E_{n1}^{\omega}(Q_1, \omega, \omega', l) = c_0F(\omega - \omega')E_{n0}^{\omega}(\omega')E_{n0}^{\Psi}((Q - A)\omega/B + C(\omega - \omega')/B) \times$$
$$\times S_m[(D - AE/B)\omega + (R - CE/B)(\omega - \omega') + EQ_1/B] \times$$
$$\times \exp\{0{,}5iL[(D - AE/B)\omega + (R - CE/B)(\omega - \omega') + EQ_1/B]\}. \tag{33}$$

Формулы (21)—(33) позволяют рассчитать модулирующее воздействие сигнала $U(t)$ на интенсивность любой плосковолновой составляющей пучка ξ_1. В частном случае немонохроматического поля ξ_0, когда $E_{n0}^{\omega} \approx \delta(\omega)$, формулы (32), (33) преобразуются в известные соотношения [5].

Проведем качественный анализ полученного решения. Прежде всего проанализируем частотные искажения огибающей монохроматических составляющих дифрагированного пучка. В соответствии с (33) для выбранного угла Q и частоты ω условия неискаженной модуляции светового поля $E_n(t, Q)$ сигналом $U(t)$, охватывающим полосу частот $\Delta\Omega$, имеют вид

$$BK^*\Delta Q^* \geq Q - A\omega + C\Delta\Omega, \tag{34}$$

$$K\Delta\varphi^* \geq (D - AE/B)\omega + (R - CE/B)\Delta\Omega + EQ/B, \tag{35}$$

где $\Delta\varphi^*$, ΔQ^* — значения ширины угловых спектров акустического и опорного световых пучков соответственно.

Условия (34), (35) фактически определяют максимально допустимый размер взаимодействующих пучков в области их перетяжек, так как эти последние обратно пропорциональны соответствующим углам расходимости ΔQ^* или $\Delta\varphi^*$. Необходимо отметить, что одновременное выполнение условий

(34), (35) требуется лишь при модуляции поля $E_1(t)$ сигналом $U(t)$. В других ситуациях, например, когда акустооптический эффект используется для построения пространственно-временных модуляторов света, функциональные возможности которых определяются только полосой частот АОВ, ограничению подлежит лишь апертура звукового пучка.

Как видно из (34), (35), требования к угловой расходимости взаимодействующих пучков весьма существенно зависят от величины коэффициентов A, B, C, D и E, связанных соотношениями (25)—(31) с геометрией АОВ и физическими свойствами среды взаимодействия. В данной связи практический интерес представляют ситуации, когда один или несколько сомножителей при переменных Q, ω и $\Delta\Omega$ в (35) обращаются в нуль. В этом случае отпадает необходимость фокусирования акустического пучка, следовательно, имеется возможность повысить эффективность дифракции за счет концентрации энергии звукового поля в узкий угловой спектр. Соответствующая геометрия дифракции АОВ при этом определяется соотношениями (27)—(31).

Воспользуемся данными соотношениями, например, для отыскания геометрии АОВ, обеспечивающей максимальную полосу частот пространственно-временного модулятора, освещаемого квазиплоской волной. В указанных условиях соотношение (35) преобразуется к виду $\Delta\varphi^* \geq (\mathbf{N}_{\text{гр}1}\mathbf{q}) \times \Delta\Omega/KV(\mathbf{N}_{\text{гр}}\Gamma)$. Отсюда видно, что искомая геометрия АОВ совпадает с известным условием широкополосной анизотропной дифракции [5]:

$$\mathbf{N}_{\text{гр}1}\mathbf{q} = 0. \tag{36}$$

Если же речь идет о модуляции светового поля или широкополосного сканирования изображения, т. е. ситуациях, когда угловой спектр опорного пучка конечен, то слабая расходимость звука допустима, если коэффициенты $(R - CE/B)$ и E/B при переменных $\Delta\Omega$ и Q в (36) обращаются в нуль. Соответствующие условия широкополосной модуляции согласно (27)—(31) принимают вид

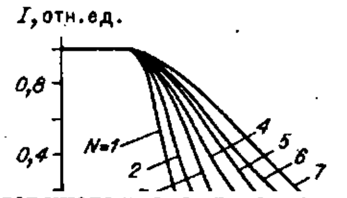
$$\begin{cases} \mathbf{N}_{\text{гр}0}\mathbf{q} = 0, \\ \mathbf{N}_{\text{гр}0} \times \mathbf{N}_{\text{гр}1} = 0. \end{cases} \tag{37}$$

Физически условия (37) интерпретируются, во-первых, как условие анизотропной дифракции и, во-вторых, как требование компланарности участков волновых поверхностей, описывающих изменение векторов $\mathbf{k}_\alpha$ по угловым спектрам взаимодействующих световых пучков. Поскольку в общем случае $n_1 \neq n_0$, то последнее означает, что условия широкополосной модуляции (37) могут выполняться только вблизи пересечения указанных волновых поверхностей, т. е. оптических осей кристалла [7]. Заметим, что в одноосных кристаллах частота широкополосной анизотропной дифракции в направлении оптической оси равна нулю. Поэтому какое-либо практическое значение рассматриваемый режим АОВ может иметь лишь в оптически двуосных средах.

В случае дифракции немонохроматического опорного пучка его частотные составляющие согласно (21)—(32) модулируются в области АОВ независимо друг от друга, а затем, складываясь по интенсивности, образуют дифрагированный световой пучок. При этом уровень эффективности дифракции для каждой такой составляющей в общем случае различен. Другими словами, упругая волна оказывает модулирующее воздействие лишь на некоторый ограниченный участок $\Delta\omega^*$ частотного спектра опорного пучка. Из (33) можно заключить, что величина $\Delta\omega^*$ связана линейной зависимостью с шириной углового спектра упругой волны

$$\Delta\omega^* \leq \frac{K\Delta\varphi^*}{(D - AE/B)} - \left(R - \frac{CE}{B}\right)\Delta\Omega - \frac{E}{B}Q \tag{38}$$

и меняется при вариации угла дифракции Q и частоты звука Ω. Глубина указанных изменений определяется значением множителей при $\Delta\varphi^*$ и $\Delta\Omega$ в



(38), т. е. свойствами среды и геометрией АОВ. Как видно из (38), однородная широкополосная модуляция всего углового спектра немонохроматического светового пучка возможна лишь в условиях (37).

В заключение рассмотрим эволюцию эффективности АО-модуляции при изменяет число членов ряда, каждый из которых описывает изменение во времени эффективности дифракции светового пучка, излученного какой-либо одной площадкой когерентности, т. е. парциальный отклик $I_n(t)$. В соответствии с (7) все площадки когерентности имеют одинаковый размер, равномерно распределены по апертуре опорного пучка и смещены друг относительно друга на расстояние δ в направлении распространения звуковой волны. В данных условиях отклики $I_n(t)$ могут различаться между собой только временной задержкой и амплитудой, так что

$$I_n(t) \approx I_1(t - n\delta/V), \tag{39}$$

причем при равномерном распределении интенсивности поля последнее соотношение обращается в равенство. Если полученный результат подставить в (21), то становится ясно, что снижение пространственной когерентности опорного пучка на ΔN, при сохранении его угловой апертуры, приводит к затягиванию процесса формирования суммарного отклика $I(t)$ на время $\delta\Delta N/V$. Этот вывод подтверждается приведенными на рис. 3 расчетными зависимостями отклика акустооптического модулятора на прямоугольный модулирующий сигнал от параметра N опорного пучка. Расчет проводился по формулам (21)—(33) для модулятора из парателлурита, возбуждаемого акустическим пучком с параметрами $V = 0{,}66$ км/с и $L = 1$ мм при ширине линии опорного излучения $\Delta\lambda = 1$ нм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Парыгин В. Н., Балакший В. И. Оптическая обработка информации.—М.: Радио и связь, 1987.
2. Гусев О. Б., Клудзин В. В. Акустооптические измерения.—Л.: Изд-во ЛГУ, 1987.
2'. Lacoort A. Acousto-optic processing in white light // Opt. Commun.—1985.—56, N 4.—P. 226.
3. Бриганец А. В., Задорин А. С., Шарангович С. Н. Анализ переходных процессов в акустооптическом модуляторе при немонохроматическом освещении // Изв. вузов. Физика.—Деп. в ВИНИТИ 02.03.89, № 1456-В89.
4. Левин Б. Р. Основы статистической радиотехники.—М.: Радио и связь, 1989.
5. Задорин А. С., Шандаров С. М., Шарангович С. Н. Акустооптические свойства монокристаллов.—Томск: Изд-во ТГУ, 1987.
6. Глазов Г. Н., Задорин А. С. Дифракция случайного светового излучения в поле монохроматического звукового пучка в анизотропной диспергирующей среде // Изв. вузов. Радиофизика.—1989.—№ 1.
7. Богданов С. В., Сапожников В. К. Акустооптическое взаимодействие в оптически двуосных кристаллах // Автометрия.—1989.—№ 5.

Поступила в редакцию 3 июля 1991 г.