$$\lim_{m \to \infty} W_3(m) = \frac{k}{\psi} \frac{1}{k}.$$

ВЫВОДЫ

Для мультипроцессорной вычислительной системы с общей памятью и локальной памятью у каждого процессора на основе традиционного подхода с использованием цепей Маркова предложена замкнутая модель очередей и решена система уравнений Чэпмена — Колмогорова для вероятностей состояний.

Получены средства для расчета производительности мультипроцессорной вычислительной системы в зависимости от ее ключевых параметров: q, λ, T_g, T_l или k, r и q.

Возможности повышения производительности мультипроцессорной системы в значительной степени определяются организацией использования ресурсов общей памяти. Как следует из (7), коэффициент загрузки (коэффициент использования общей памяти) $1/qT_g$ определяет асимптотическую оценку производительности многопроцессорной системы при росте числа процессоров.

Показано, что при решении фиксированного класса задач (q = const) достижение требуемой производительности возможно при различных сочетаниях основных параметров системы: m, λ, T_l, T_g.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобко В. Д., Головин В. Ф., Золотухин Ю. Н., Халбашкеев Ю. Ф. Высокопроизводительный центр коммутации пакетов для интегральной цифровой сети связи // X Всесоюз. шк.-сем. по вычислительным сетям: Тез. докл.—Москва — Тбилиси: ВИНИТИ, 1985.—Ч. 3.
2. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями.—М.: Мир, 1979.
3. Shin K. G., Lee Y.-H., Sasid J. Design of HM^2p a hierarchical multimicroprocessor for general-purpose applications // IEEE Trans. on Computers.—1982.—C-31.—P. 1045.
4. Mudge T. N., Al-Sadoun H. B. A semi-Markov model for the perfomance of multiple-bus systems // IEEE Trans. on Computers.—1985.—C-34.—P. 934.
5. Нечепуренко М. И., Хабас В. Б. Аналитическая модель мультипроцессорной системы с односвязным интерфейсом // Архитектура и программное обеспечение высокопроизводительных систем.—Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1985.
6. Климов Г. П. Стохастические системы обслуживания.—М.: Наука, 1966.
7. Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание. Теория и приложения.—М.: Мир, 1965.

Поступила в редакцию 10 сентября 1992 г.

УДК 519.218.82 : 681.3.06

В. М. Ефимов

(Новосибирск)

АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА НА КОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ

Рассматривается связанный с дифференцируемостью сигнала метод поиска асимптотически оптимального разложения стационарного случайного сигнала на конечном промежутке. Отмечается, что асимптотическое решение интегрального уравнения распадается на полиномиальную и «тригонометрическую» части.

Нахождение разложения Карунена — Лоэва случайного сигнала на конечном интервале связано с решением интегрального уравнения

$$\int_{-l}^{l}\varphi(\xi)\rho(x,\xi)d\xi = \lambda\varphi(x), \quad |x| < l, \tag{1}$$

ядром которого является корреляционная функция $\rho(x, \xi)$.

В дальнейшем рассматривается методика поиска асимптотически оптимального разложения для стационарного сигнала с корреляционной функцией, представимой в виде ряда

$$\rho(x, \xi) = 1 + \sum_{k=1}^{m}\alpha_{2k}(x - \xi)^{2k}/2k! + \alpha_{2m+1}|x - \xi|^{2m+1}/(2m + 1)!. \tag{2}$$

Сигнал с корреляционной функцией (2) m раз дифференцируем в среднеквадратичном. Примером сигнала с такой корреляционной функцией может служить белый шум, прошедший через $(m + 1)$ последовательно соединенный скользящий интегратор — $f_{m+1}(x)$:

$$f_{k+1}(x) = \int_{x-0{,}5l}^{x+0{,}5l} f_k(\xi)d\xi/l, \tag{3}$$

где $k = 0, 1, ..., m$; $f_0(x)$ — белый шум.

При не превосходящих интервал интегрирования значениях аргумента корреляционной функции для последней справедливо разложение (2)*.

Отметим, что в асимптотике все дальнейшие рассуждения справедливы для любого m раз дифференцируемого в среднеквадратичном сигнала, т. е. и при наличии в (2) членов с более высокими, чем $(2m + 1)$, индексами.

Решение уравнения (1) для корреляционной функции (2) распадается на два. Первое из них является набором ортогональных полиномов:

$$\begin{gathered} \varphi_{2r}(x) = \sum_{k=0}^{m} c_{2k,2r}x^{2k}/l^{2k}, \\ \varphi_{2r-1}(x) = \sum_{k=1}^{m} c_{2k-1,2r-1}x^{2k-1}/l^{2k-1}. \end{gathered} \tag{4}$$

Коэффициенты $c_{2k,2r}$ и $c_{2k-1,2r-1}$ связаны очевидными системами уравнений:

$$\begin{gathered} \sum_{k=0}^{m} c_{2k,2r}\beta_{2k,2l} = \lambda_{2r}c_{2l,2r}/2l, \quad l = 0, ..., m, \\ \sum_{k=1}^{m} c_{2k-1,2r-1}\beta_{2k-1,2l-1} = \lambda_{2r-1}c_{2l-1,2r-1}/2l, \quad l = 1, ..., m, \end{gathered} \tag{5}$$

получающимися после подстановки (4) и (2) (без последнего слагаемого) в (1), выполнения интегрирования и приравнивания множителей при одинаковых степенях x.

Решение систем уравнений (5) (так же как и соответствующих уравнений в [2]) производится следующим образом**.

---

* В этом можно убедиться, анализируя приведенную в [1] формулу плотности вероятностей для композиций $2(m + 1)$ равномерных распределений.

** В [2] после разложения последовательности равноотстоящих отсчетов сигнала на четную и нечетную подпоследовательности собственные векторы находятся из двух систем уравнений, коэффициенты которых являются элементами корреляционных определителей подпоследовательностей ($a_{ij} = \rho((i - j)\tau) + \rho((2N + 1 - i - j)\tau)$, $a_{ij} = \rho((i - j)\tau) - \rho((2N + 1 - i - j)\tau)$ — элементы корреляционных определителей для четной и нечетной подпоследовательностей, $2N$ — число отсчетов, i и j — номера строки и столбца определителей, τ — интервал дискретизации).

1. Приравнивание нулю определителей систем дает «вековые» уравнения для нахождения асимптотических значений последовательностей собственных чисел λ_{2r} ($r = 0, \dots, m$) и λ_{2r-1} ($r = 1, \dots, m$). При этом оказывается, что эта процедура по итоговым результатам эквивалентна описанной в [3] процедуре рекурсивной декорреляции при прогнозе сигнала. Первые члены последовательности просты: $\lambda_0/2l = 1$, $\lambda_1/2l = -\alpha_2 l^2/3$, $\lambda_2/2l = (\alpha_4 - \alpha_2^2)l^4/4$, $\alpha_3/2l = (\alpha_6\alpha_2 - \alpha_4)l^6/7 \cdot 9 \cdot 25|\alpha_2|$. Для дальнейшего оказывается важным, что $\lambda_k/2l = O(l^{2k})$.

2. После исключения из систем (5) первых уравнений оставшиеся переменные выражаются соответственно через c_0, λ_{2r} и c_1, λ_{2r-1}. Предельный переход в соотношениях для $c_{2k,2r}$ и $c_{2k-1,2r-1}$ ($l \to 0$) дает окончательное решение.

Это решение совпадает с полиномами Лежандра ($\varphi_k(x) \approx P_k(x)$) [4]. Предельный переход, приводящий к исчезновению членов более высокого порядка малости, позволяет избавиться от конкретных значений коэффициентов в разложении (2). Однако при этом несколько возрастают дисперсии трансформант и появляется корреляция между ними:

$$\left\langle \int_{-l}^{l} f_{m+1}(x)\varphi_r(x)dx \int_{-l}^{l} f_{m+1}(x)\varphi_p(x)dx \right\rangle = O(|\alpha_{r+p}| l^{r+p}). \tag{6}$$

Вторая часть решения (1) связана с последним слагаемым (2). Дифференцирование (1) $2(m+1)$ раз (после подстановки в него (2)) дает решаемое стандартными методами дифференциальное уравнение

$$-\alpha_{2m+1}\varphi(x) + \lambda\varphi^{(2(m+1))}(x) = 0, \tag{7}$$

решение которого имеет вид

$$\varphi_k(x) = \sum_{k=1}^{2(m+1)} c_k \exp(\mu_k x), \tag{8}$$

где числа μ_k являются корнями уравнения

$$-\alpha_{2m+1} + \lambda\mu^{2(m+1)} = 0 \tag{9}$$

Использование далее граничных условий и применение асимптотического перехода окончательно определяют вторую часть решения.

Общее асимптотическое решение (1) является суммой двух решений.

Приведем решение (1) для сигнала, однократно дифференцируемого в среднеквадратичном ($m = 1$). В этом случае с точностью до нормирующих множителей $\varphi_0(x) = 1$, $\varphi_1(x) = x$. Уравнение (9) принимает вид

$$-\alpha_3 + \lambda\mu^4 = 0, \tag{10}$$

где $\alpha_3 > 0$. Из (10) вытекает, что вторая часть асимптотического решения образуется из тригонометрических и гиперболических синусов и косинусов:

$$\varphi_{2r}(x) = \cos\mu_{2r}x - \mathrm{ch}\mu_{2r}x\sin\mu_{2r}l/\mathrm{sh}\mu_{2r}l, \tag{11}$$

где значения μ_{2r} — корни уравнения

$$\mathrm{tg}\mu_{2r}l = -\mathrm{th}\mu_{2r}l, \tag{12}$$

$$\varphi_{2r-1}(x) = \sin\mu_{2r-1}x + \mathrm{sh}\mu_{2r-1}x\cos\mu_{2r-1}l/\mathrm{ch}\mu_{2r-1}l, \tag{13}$$

здесь значения μ_{2r-1} находятся из уравнения

$$\mathrm{tg}\mu_{2r-1}l = \mathrm{th}\mu_{2r-1}l. \tag{14}$$

Распад асимптотического решения на полиномиальную и «тригонометрическую» составляющие наблюдается и при декорреляции стационарной последовательности равноотстоящих отсчетов сигнала [2].

Например, в случае числа отсчетов $2N = 8$, $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_3 > 0$ «вековые» уравнения для собственных чисел для четных и нечетных собственных векторов в асимптотике ($\tau \to 0$) принимают следующий вид:

ими собственные векторы «соответствуют» полиномам Лежандра $P_0(x)$ и $P_1(x)$. Остальные собственные числа и определяемые ими собственные векторы «соответствуют» решениям (11) и (13). Когда $2N = 8$ и $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_5 = \alpha_7 = \alpha_9 = 0$, $\alpha_{11} > 0$, решение является полиномиальным. Собственные векторы из табл. 2 [2] — значения аналогов полиномов Лежандра, построенных на восьми равноотстоящих точках.

В заключение отметим, что при $m = 0$ уравнение (7) превращается в

$$-\alpha_1\varphi(x) + \lambda\varphi^{(2)}(x) = 0. \qquad (16)$$

Асимптотически оптимальным решением (1) в этом случае является косинусное разложение сигнала. К этому же разложению сводится в асимптотике приведенное в [5] решение (1) для сигнала с марковской корреляционной функцией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения.—М.: Мир, 1967.—Т. 2.
2. Ефимов В. М., Золотухин Ю. Н., Резник А. Л. Асимптотически оптимальная декорреляция стационарной последовательности равноотстоящих отсчетов сигнала // Автометрия.—1991.—№ 4.
3. Бартлетт М. С. Введение в теорию случайных процессов.—М.: ИИЛ, 1958.
4. Джексон Д. Ряды Фурье и ортогональные полиномы.—М.: ГИИЛ, 1948.
5. Давенпорт В. Б., Рут В. Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов.—М.: ИИЛ, 1960.

Поступила в редакцию 3 сентября 1992 г.

УДК 621.3.049.771 : 681.3.019

А. В. Пичуев

(Новосибирск)

БИС «АДАПТИВНЫЙ КОРРЕКТОР»

Используются специальные алгоритмы и устройства обработки сигналов фотоматриц для достижения полной идентичности всех элементов при изготовлении матриц или линеек фотоприемников ИК-диапазона. Рассматривается спроектированная и изготовленная БИС (а также возможный вариант ее использования в системе) коррекции параметров фотоприемников, обеспечивающая существенное сокращение оборудования систем обработки изображения, полученного с помощью линеек фотоприемников.

Введение. В системах обработки изображений, использующих в качестве источников информации линейки фотоприемников, возникает необходимость предварительной коррекции данных, получаемых от каждого из них. Это связано с различием параметров датчиков, вызванным погрешностями техно-