

74. Васильев А. М., Де С. Т., Логинов А. В. Лабораторный ионный лазер с выходной мощностью 5 Вт // Тез. докл. Всесоюз. симп. «Проблемы технического применения голографии в системах контроля качества материалов и изделий». — Пенза: Политехн. ин-т, 1972.
75. Логинов А. В. Порог чувствительности двухдлинноволнового голографического интерферометра // Тез. докл. I Всесоюз. симп. «Оптическое приборостроение и голография». — Львов: Политехн. ин-т, 1976. — Кн. 2.
76. Де С. Т., Денежкин Е. Н., Хандогин В. А. Применение муара интерференционных полос для обнаружения дефектов // Дефектоскопия. — 1984. — № 12.
77. Де С. Т., Денежкин Е. Н., Хандогин В. А. Голографический неразрушающий контроль трехслойных панелей // Там же. — 1986. — № 1.
78. Де С. Т., Денежкин Е. Н., Козачок А. Г., Хандогин В. А. Голографическая система контроля дефектов в сотовых авиационных конструкциях // Тез. докл. X Всесоюз. науч.-техн. конф. «Неразрушающие физические методы и средства контроля», Львов, 1984. — М.: НИИИИ, 1985. — Кн. 1.
79. Хандогин В. А. Особенности измерений полей перемещений методом спекл-фотографии // Автометрия. — 1985. — № 5.
80. Положительное решение на заявку 3777378/24 СССР. Способ измерения дисторсий оптических систем / В. А. Хандогин. — Принято 27.07.84.
81. Гришанов А. Н., Де С. Т., Ильиных С. П., Хандогин В. А. Количественная расшифровка интерферограмм на основе фазовых псевдосдвигов. Ч. I. Анализ и алгоритмы // Автометрия. — 1989. — № 1.
82. Хандогин В. А., Гришанов А. Н., Гурьев Л. П., Поткин А. С. Голографическая интерференция при подвижной регистрирующей среде // Там же.
83. Де С. Т., Ильиных С. П., Хандогин В. А. Количественная расшифровка интерферограмм на основе фазовых псевдосдвигов. Ч. II. Реализация алгоритмов // Там же.
84. Денежкин Е. Н., Ильиных С. П., Хандогин В. А. Количественная расшифровка интерферограмм на основе фазовых псевдосдвигов. Ч. III. Родственные алгоритмы // Там же. — № 2.
85. Де С. Т., Денежкин Е. Н., Ильиных С. П., Хандогин В. А. Универсальная система расшифровки интерферограмм // Тез. докл. зонального науч.-техн. сем. «Применение лазеров в промышленности и научных исследованиях». — Челябинск: Политехн. ин-т, 1988.
86. Денежкин Е. Н., Ильиных С. П., Хандогин В. А. Голографический неразрушающий контроль композитных цилиндрических оболочек // Дефектоскопия. — 1989. — № 3.
87. Ильиных С. П., Хандогин В. А. Программно-алгоритмический комплекс расшифровки интерферограмм // Тез. докл. Всесоюз. симп. «Методы и применение голографической интерферометрии». — Куйбышев: Политехн. ин-т, 1990.
88. Хандогин В. А., Де С. Т., Ильиных С. П. Программно-алгоритмический комплекс для расшифровки интерферограмм // Оптика и спектроскопия. — 1989. — 66, вып. 3.

*Поступила в редакцию 21 сентября 1992 г.*

УДК 535.411.01

**Б. В. Карпюк, Ю. Н. Солодкин**

*(Новосибирск)*

### АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗЫ ИНТЕРФЕРОМЕТРОМ С УПРАВЛЯЕМЫМ ФАЗОВЫМ СДВИГОМ

Рассмотрены как систематические, так и случайные составляющие погрешности измерения фазы интерферометром с управляемым фазовым сдвигом. Получены средние квадратические и максимальные оценки случайной погрешности.

Метод измерения фазы интерферометром с управляемым фазовым сдвигом получил широкое распространение, так как он позволяет определить фазу в пределах  $2\pi$  с высокой точностью по результатам измерений

интенсивности в одной точке интерферограммы [1—4]. Интенсивность  $I_i$  в любой точке интерферограммы, полученной двухлучевым интерферометром с управляемым фазовым сдвигом, определяется, как известно, соотношением

$$I_i = I_0 [1 + V \cos(\varphi - \Psi_i)], \quad (1)$$

где  $I_0$  — среднее значение интенсивности;  $V$  — контраст интерференционных полос.

Для определения фазы  $\varphi$  необходимо выполнить, по крайней мере, три измерения интенсивности при различных фазовых сдвигах  $\Psi_i$ . Решая систему из трех уравнений, получим известную формулу для вычисления  $\varphi$ :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{(I_3 - I_2) \cos \Psi_1 + (I_1 - I_3) \cos \Psi_2 + (I_2 - I_1) \cos \Psi_3}{(I_3 - I_2) \sin \Psi_1 + (I_1 - I_3) \sin \Psi_2 + (I_2 - I_1) \sin \Psi_3}. \quad (2)$$

Алгоритм вычисления фазы (2) (его называют трехточечным алгоритмом) весьма чувствителен к погрешностям управляемых фазовых сдвигов, поэтому для уменьшения влияния этих погрешностей (они, очевидно, являются случайными погрешностями) в [1] предлагается выполнять  $n > 3$  измерений и вычислять  $\varphi$  путем решения системы из  $n$  уравнений методом наименьших квадратов. Для случая равномерного распределения фазовых сдвигов  $\Psi_i$  на интервале  $(0, 2\pi)$  получаем

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{i=1}^n I_i \sin \Psi_i}{\sum_{i=1}^n I_i \cos \Psi_i}. \quad (3)$$

В (3)  $\Psi_i$  являются действительными значениями фазовых сдвигов, которые из-за наличия погрешностей будут отличаться от расчетных значений этих сдвигов. Тогда абсолютная погрешность фазового сдвига может быть определена [2] как

$$\varepsilon_i = \alpha_i - \Psi_i, \quad (4)$$

где  $\alpha_i$  — расчетный (номинальный) фазовый сдвиг.

Подставляя (4) в (1), получим

$$I'_i = I_0 [1 + V \cos(\varphi' - \alpha_i + \varepsilon_i)], \quad (5)$$

а решение новой системы уравнений даст

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{i=1}^n I'_i \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^n I'_i \cos \alpha_i}. \quad (6)$$

Измеренная фаза  $\varphi'$  будет отличаться от истинной фазы  $\varphi$  на величину

$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi, \quad (7)$$

которая и есть абсолютная погрешность измерения фазы, обусловленная погрешностями фазовых сдвигов. Подставляя в (7) значения  $\varphi$  и  $\varphi'$  из (3) и (6), получим

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{i=1}^n I_i' \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^n I_i' \cos \alpha_i} - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \varphi). \quad (8)$$

Используя ортогональность синуса и косинуса и полагая (из-за малости  $\epsilon_i$ )  $\cos \epsilon_i = 1$  и  $\sin \epsilon_i = \epsilon_i$ , из (8) после преобразований получаем

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_i - \cos 2\varphi \sum_{i=1}^n \epsilon_i \cos 2\alpha_i - \sin 2\varphi \sum_{i=1}^n \epsilon_i \sin 2\alpha_i}{n - \sin 2\varphi \sum_{i=1}^n \epsilon_i \cos 2\alpha_i - \cos 2\varphi \sum_{i=1}^n \epsilon_i \sin 2\alpha_i}. \quad (9)$$

Из (9) видно, что погрешность  $\Delta\varphi$  представляется в виде тригонометрического ряда Фурье, содержащего постоянную составляющую (не зависящую от  $\varphi$ ) погрешности, равную  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i$ , и  $2\varphi$  — зависимые составляющие (вторая гармоника) [1]. Для уменьшения влияния случайных погрешностей  $\epsilon_i$  желательно использовать большие  $n$ , но есть ряд причин (дрейф интерферометра, ограничения микрокомпьютера и т. п.), которые ограничивают количество фазовых сдвигов  $n$ , особенно при высокоскоростных измерениях. Поэтому в ряде работ [3, 4] предлагаются алгоритмы четырех- и пятиточечные и оцениваются погрешности для этих частных случаев.

Однако в опубликованных работах, посвященных анализу погрешностей интерферометров с управляемым фазовым сдвигом, так же, как и в формуле (9), учитываются лишь погрешности установки углов управляемого фазового сдвига. В то же время ясно, что при измерении интенсивности также возникают погрешности, причем значительно большие, чем при установке управляемых фазовых углов. Такое наблюдающееся «пренебрежение» этими погрешностями можно объяснить тем, что постоянные систематические составляющие погрешностей измерения интенсивностей в значительной мере компенсируют друг друга, чего нельзя сказать о случайных составляющих этих погрешностей.

Для оценки влияния на погрешность измерения фазы и погрешностей измерения интенсивности их необходимо ввести в (5):

$$I_i \pm \Delta I_i = I_0 [1 + V \cos(\varphi - \alpha_i + \epsilon_i)], \quad (10)$$

где  $\Delta I_i$  — известная абсолютная погрешность измерения интенсивности, которая определяется метрологическими характеристиками (например, классом точности) применяемого средства измерения.

Выполняя в измерениях интенсивностей  $I_i$  при различных фазовых сдвигах  $\alpha_i = \frac{2\pi}{n}(i-1)$ , получим систему из  $n$  уравнений, решение которой методом наименьших квадратов даст:

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{i=1}^n (I_i \pm \Delta I_i) \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^n (I_i \pm \Delta I_i) \cos \alpha_i}, \quad (11)$$

где  $\varphi'$  — измеряемая фаза с учетом погрешностей  $\epsilon_i$  и  $\Delta I_i$ . Тогда

$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\varphi') - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\varphi) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg}\varphi' - \operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}\varphi' \operatorname{tg}\varphi},$$

или

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A \cos\varphi - B \sin\varphi}{B \cos\varphi + A \sin\varphi}, \quad (12)$$

где

$$A = \sum_{i=1}^n (I_i' \pm \Delta I_i) \sin\alpha_i, \quad B = \sum_{i=1}^n (I_i' \pm \Delta I_i) \cos\alpha_i. \quad (13)$$

Подставляя (10) и (13) в (12), получим

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\left[ \sum_{i=1}^n (I_i' \pm \Delta I_i) \sin\alpha_i \right] \cos\varphi - \left[ \sum_{i=1}^n (I_i' \pm \Delta I_i) \cos\alpha_i \right] \sin\varphi}{\left[ \sum_{i=1}^n (I_i' \pm \Delta I_i) \cos\alpha_i \right] \cos\varphi + \left[ \sum_{i=1}^n (I_i' \pm \Delta I_i) \sin\alpha_i \right] \sin\varphi}. \quad (14)$$

Получив  $I_i'$  из (10) и обозначив

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \cos 2\alpha_i = c_1, \quad \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \sin 2\alpha_i = s_1, \quad \delta I_i = \pm \frac{\Delta I_i}{I_0 V},$$

$$\sum_{i=1}^n \delta I_i \cos\alpha_i = c_2, \quad \sum_{i=1}^n \delta I_i \sin\alpha_i = s_2,$$

из (14) после преобразований найдем

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \sin 2\alpha_i - c_2 \cos 2\varphi + 2s_2 \cos\varphi - 2c_2 \sin\varphi}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \cos 2\alpha_i - c_2 \cos 2\varphi + 2c_2 \cos\varphi + 2s_2 \sin\varphi}. \quad (15)$$

Из сравнения (15) и (9) видно, что при учете погрешностей измерения интенсивности погрешность  $\Delta\varphi$ , кроме постоянной составляющей и второй гармоники, содержит также первую гармонику ( $\varphi$  — зависящую составляющую).

Погрешности  $\varepsilon_i$  и  $\delta I_i$  можно считать случайными нормально распределенными величинами, содержащими, быть может, систематические составляющие ( $M[\varepsilon_i] \neq 0, M[\delta I_i] \neq 0$ ). Тогда погрешность  $\Delta\varphi$  также будет случайной и для ее вычисления в соответствии с (15) целесообразно воспользоваться методом статистических испытаний на ЭВМ, так как аналитическое решение приводит к громоздким, приближенным и трудно поддающимся анализу формулам.

Некоторые результаты работы соответствующей программы приведены на рис. 1—3. Примем следующие обозначения:  $E_m, D_m$  — оценки математических ожиданий погрешностей  $\varepsilon_i$  и  $\delta I_i$  соответственно;  $E_k, D_k$  — оценки среднеквадратических отклонений соответственно  $\varepsilon_i$  и  $\delta I_i$ ;  $N$  —  $n$ -точечный алгоритм вычисления  $\varphi$ ;  $N_c$  — объем выборки;  $\varphi_{r.c.}$  — оценка среднеквадратической погрешности  $S_{\Delta\varphi}$ .

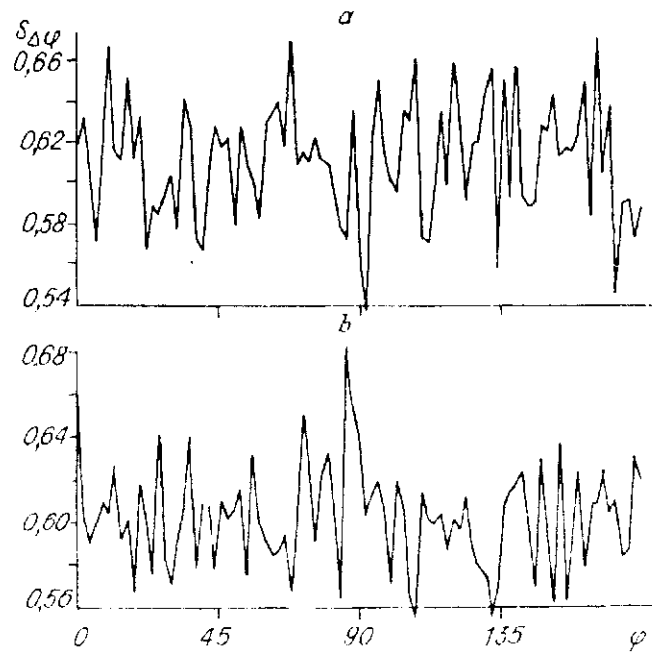


Рис. 1

На рис. 1 приведены графики зависимости среднеквадратической погрешности  $S_{\Delta\varphi}$  от измеряемой фазы для трех- и четырехточечных алгоритмов без учета погрешностей измерения интенсивности ( $a - E_m = 0,572958, E_{ik} = 0,286479, D_m = 0, D_{ik} = 0, N = 3, N_c = 50, \varphi_{ik} = [0,537006, 0,672382]$ ;  $b - E_m = 0,572958, E_{ik} = 0,286479, D_m = 0, D_{ik} = 0, N = 4, N_c = 50, \varphi_{ik} = [0,553299, 0,68303]$ ), а на рис. 2 — с учетом этих погрешностей

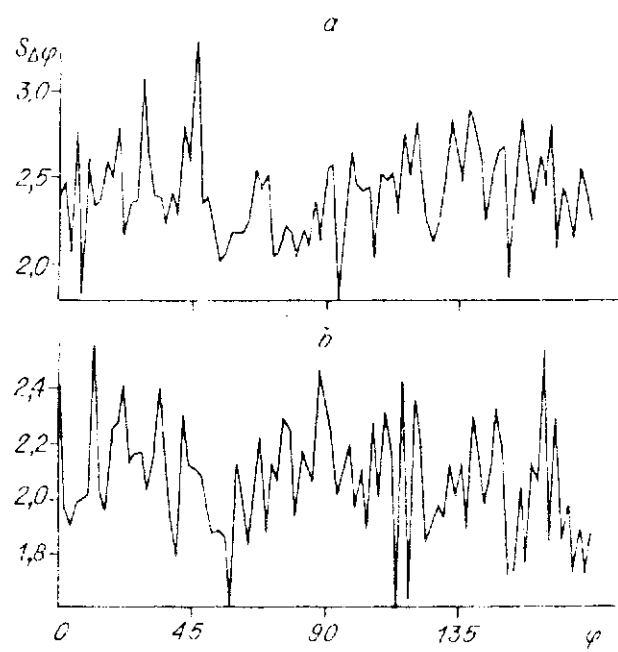


Рис. 2

( $a - E_m = 0,572958, E_{sk} = 0,286479, D_m = 0,1, D_{sk} = 0,05, N = 3, N_c = 50, \varphi_{sk} = [1,795467, 3,310908]$ ;  $b - E_m = 0,572958, E_{sk} = 0,286479, D_m = 0,1, D_{sk} = 0,05, N = 4, N_c = 50, \varphi_{sk} = [1,608234, 2,557616]$ ), в квадратных скобках указаны границы изменения  $S_{\Delta\varphi}$ , т. е.  $S_{\Delta\varphi_{\min}}$  и  $S_{\Delta\varphi_{\max}}$ .

Из графиков видно, что погрешность измерения фазы от неточности измерения яркости в реальных ситуациях значительно выше, чем от неточности задания фазового сдвига. На рис. 3 показано влияние числа  $N$  фазовых сдвигов на погрешность измерения фазы. При увеличении  $N$  погрешность уменьшается очень медленно, поэтому целесообразность использования для повышения точности многоточечного алгоритма должна обсуждаться в каждом конкретном случае.

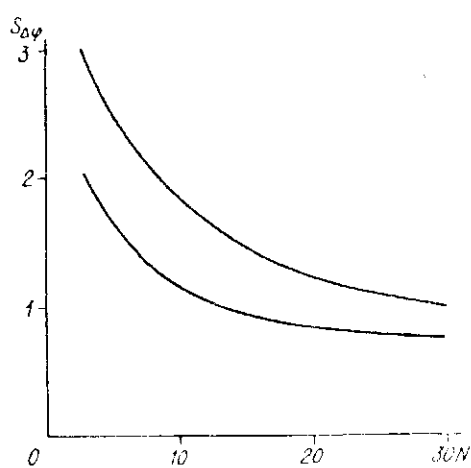


Рис. 3

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brunning J. H., Gallager J. E., Rosenfeld D. P. et al. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses // Appl. Opt.—1974.—13.—P. 2693.
2. Schwider J., Burov R., Elssner K.-E. et al. Digital wavefront measuring interferometry: some systematic error sources // Appl. Opt.—1983.—22.—P. 3421.
3. Cheng Y.-Y., Wyant J. C. Phase shifter calibration in phase-shifting interferometry // Appl. Opt.—1985.—24.—P. 3049.
4. Hariharan P., Oreb B. F., Eiju T. Digital phase-shifting interferometry: a simple error compensating phase calculation algorithm // Appl. Opt.—1987.—26.—P. 2504.

Поступила в редакцию 21 сентября 1992 г.

УДК 621.378.9

В. И. Гужов, А. Е. Подъяков, Ю. Н. Солудкин, З. И. Штейнгольц  
(Новосибирск)

#### ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФАЗЫ ВОЛНОВОГО ФРОНТА НА ОСНОВЕ ОДНОМЕРНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Описана производственная система для анализа плоских оптических поверхностей, основанная на одномерном преобразовании Фурье. Рассмотрены условия, при которых поле разности фаз восстанавливается с точностью до знака. Исследованы точностные характеристики системы.

Получение информации о фазе волнового фронта по интерференционной картине может быть выполнено с помощью различных методик и технических средств. Проведенный анализ и экспериментальные исследования показали, что применение методики, основанной на одномерном преобразовании Фурье, позволяет строить системы восстановления фазы, отличающиеся простотой технической реализации и высоким уровнем автоматизации эксперимента, и получать необходимые точностные характеристики.

Для контроля формы поверхности плоских оптических деталей была разработана оптико-электронная система. Структурная схема системы представ-