

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кривенков Б. Е., Чугуй Ю. В. Дифракция Фраунгофера на объемных телах постоянной толщины // Автометрия.—1987.—№ 3.
2. Чугуй Ю. В. Определение геометрических параметров протяженных объектов постоянной толщины по их дифракционным картинам // Автометрия.—1991.—№ 6.
3. Чугуй Ю. В. Особенности формирования и оконтуривания изображений объемных тел в когерентном свете // Там же.
4. Кривенков Б. Е., Чугуй Ю. В. Качественное оконтуривание двумерных теневых изображений // Автометрия.—1979.—№ 1.
5. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики.—М.: Наука, 1971.
6. Кривенков Б. Е., Чугуй Ю. В. Дифракция Фраунгофера на отражающих объемных телах постоянной толщины // Автометрия.—1991.—№ 4.
7. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику.—М.: Мир, 1970.

Поступила в редакцию 11 сентября 1992 г.

УДК 621.378 : 681.33

Л. А. Борняк, Е. А. Краснопевцев, А. В. Логинов, А. А. Штыгашев
(Новосибирск)

ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРОМЕТРАХ

Выполнена оценка методической и систематической погрешностей измерения перемещений накладными и панорамными голографическими интерферометрами посредством анализа зависимости между входными и выходными параметрами приборов. Рассмотрены влияния теплового расширения базы интерферометра, оптической среды, соединяющей голограмму с объектом, и съемки интерферограмм в непараллельных лучах на точность получаемых результатов. Осуществлена оптическая фильтрация коническим зеркалом для выделения направления наблюдения по окружности.

Обеспечение необходимой точности измерения — одна из главных задач эксперимента. В накладных интерферометрах, когда регистрирующая среда наносится непосредственно на исследуемую поверхность либо прикрепляется к объекту посредством промежуточной оптической среды (ПОС) [1], возникает проблема оценки влияния теплового расширения базы интерферометра и оптической среды, соединяющей голограмму с объектом, на точность измерения перемещений. Актуальна также проблема оценки методической погрешности, связанной с фотографированием интерферограмм в непараллельных лучах. Кроме того, немаловажную роль в повышении точности экспериментальных методов играет возможность понижения порядка системы разрешающих уравнений или сведения ее к простым соотношениям с одним неизвестным. Один из вариантов голографической интерферометрии основан на способе изменения направления наблюдения по окружности, что позволяет определять отдельно тангенциальную и нормальную компоненты вектора перемещения [2]. Оптическая фильтрация с помощью конического зеркала устраняет ряд технических проблем и открывает новые возможности предложенной методики. В панорамных интерферометрах [3], где исследуемый объект закрепляется внутри конического зеркала, а голограмма — на его основании, методическая погрешность связана с расшифровкой интерферограмм и с алгоритмами прямых и обратных преобразований координат поверхности объекта и изображения. В предлагаемой работе выполнена оценка методической и систематической погрешностей измерения перемещений накладными и панорамными интерферометрами посредством анализа вышеперечисленных проблем.

1. Методическая погрешность накладных интерферометров. Количество 1.1. Анализ разрешающих уравнений. Для вычисления методической погрешности используем функциональную зависимость между входными и выходными параметрами интерферометров и проанализируем два алгоритма обработки интерферограмм. В первом алгоритме решается система линейных алгебраических уравнений, во втором — компоненты вектора перемещения вычисляются непосредственно из разрешающего уравнения с одним неизвестным.

В накладном интерферометре компоненты вектора перемещения определяются из системы линейных уравнений вида [1]

$$\begin{aligned} S_U U + S_W W &= N_1, \\ -S_U U + S_W W &= -N_2, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где S_U, S_W — чувствительность интерферометра к перемещениям U, W ; N_i — порядок интерференционных полос.

Используя матричную символику, представим систему уравнений (1.1) в виде

$$AX = b, \quad (1.2)$$

где A — матрица коэффициентов системы алгебраических уравнений вида (1.1); X — матрица неизвестных; b — матрица значений порядка интерференционных полос:

$$A = \begin{pmatrix} S_U & S_W \\ -S_U & S_W \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} U \\ W \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} N_1 \\ -N_2 \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Экспериментальные ошибки измерения приводят к тому, что, вместо уравнения (1.2), необходимо решать уравнение

$$(A + \delta A)(X + \delta X) = (b + \delta b), \quad (1.4)$$

где δA — экспериментальная ошибка определения элементов матрицы A ; δb — экспериментальная ошибка определения порядка интерференционных полос; δX — погрешность определения компонент вектора перемещения.

Используя понятие «нормы и их свойства» [4], преобразуем выражение (1.4) к виду

$$\frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \leq \text{cond}(A) \left[\frac{\|\delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \right], \quad (1.5)$$

где $\text{cond}(A)$ — число обусловленности матрицы A , равное $\|A^{-1}\| \cdot \|A\|$.

Уравнение (1.5) позволяет оценить верхнюю границу ошибок при определении компонент вектора перемещения. Норма матрицы в линейном пространстве квадратичных числовых матриц n -го порядка равна

$$\|A\| = \max_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i(A^*A)|^{1/2}, \quad \|A^{-1}\| = \frac{1}{\min_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i(A^*A)|^{1/2}}, \quad (1.6)$$

где A^* — матрица, транспонированная по отношению к матрице A ; λ_i — спектр собственных значений квадратной матрицы a_{ik} . Собственные значения λ_i являются корнями алгебраических уравнений [5]:

$$\det(A' - \lambda E) \equiv \det[a'_{ik} - \lambda \delta_{ik}] \equiv \begin{vmatrix} a'_{11} - \lambda & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (1.7)$$

где $A' = A^*A$.

Подставив значения $S_U = \frac{\cos\alpha}{\lambda}$ и $S_W = \frac{1 + \sin\alpha}{\lambda}$ [1] в выражение (1.7), получим

$$\lambda_1 = 2\cos^2\alpha, \quad \lambda_2 = 2(1 + \sin\alpha)^2, \quad (1.8)$$

где α — угол наблюдения интерферограммы в плоскости X, Z ; λ — длина волны используемого света.

Следуя выражению (1.6), вычислим число обусловленности матрицы A :

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| = \text{ctg} \frac{\gamma}{2}, \quad (1.9)$$

где $\gamma = 90^\circ - \alpha$ — угол наблюдения, отсчитываемый от оси Z в плоскости X, Z .

Вычислим остальные члены выражения (1.5). Если элементы матрицы a_{ik} являются дифференцируемыми функциями скалярного аргумента α , то, по определению,

$$\frac{d}{d\alpha} [a_{ik}(\alpha)] = \left[\frac{da_{ik}}{d\alpha} \right]. \quad (1.10)$$

Возмущение матрицы A представим в виде [5]

$$\delta A = \frac{dA}{d\alpha} \Delta\alpha. \quad (1.11)$$

Перейдя к нормам, получим

$$\|\delta A\| = \left\| \frac{dA}{d\alpha} \right\| |\Delta\alpha|; \quad (1.12)$$

определим $\left\| \frac{dA}{d\alpha} \right\|$, используя представление матрицы A через элементы коэффициентов чувствительности схемы накладного интерферометра. Следуя правилу (1.7), получим

$$\lambda_1 = 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\gamma \quad \text{и} \quad \lambda_2 = 2\cos^2\alpha = 2\sin^2\gamma. \quad (1.13)$$

Из выражения (1.13) следует, что

$$\left\| \frac{dA}{d\alpha} \right\| = \begin{cases} \sqrt{2} \cos\gamma & \text{при } \gamma \leq 45^\circ, \\ \sqrt{2} \sin\gamma & \text{при } \gamma > 45^\circ. \end{cases} \quad (1.14)$$

Следовательно, составляющая погрешности, обусловленная экспериментальными ошибками определения угла наблюдения согласно выражениям (1.5) и (1.14), равна

$$\Delta A = \text{cond}(A) \frac{\|\delta A\|}{\|A\|} = \begin{cases} \text{ctg}\gamma |\Delta\gamma| & \text{при } \gamma \leq 45^\circ, \\ \Delta\gamma & \text{при } \gamma > 45^\circ. \end{cases} \quad (1.15)$$

Вычислим составляющую погрешности метода, обусловленную ошибкой определения порядка интерференционных полос. Экспериментальную ошибку ΔN представим как случайную переменную. В отсутствие корреляции между ошибками при измерении N_1 и N_2 предполагаем, что погрешности

измерения порядка интерференционных полос равны между собой и равны ΔN . Тогда, по определению,

$$\|\delta b\| = \left| \sqrt{\Delta N_1^2 + \Delta N_2^2} \right| = \sqrt{2} |\Delta N|. \quad (1.16)$$

Норма вектора столбца, состоящего из порядков интерференционных полос N_1 и N_2 , по определению, равна максимальному значению $\left| \sqrt{N_1^2 + N_2^2} \right|$. Следовательно,

$$\Delta b = \text{cond}(A) \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} = \sqrt{2} \text{ctg} \frac{\gamma}{2} \frac{\Delta N}{\sqrt{N_1^2 + N_2^2}} \quad (1.17)$$

и

$$\frac{\|\Delta X\|}{\|X\|} \leq \Delta A + \Delta b = \begin{cases} \Delta \gamma & \text{при } \gamma > 45^\circ, \\ \text{ctg} \gamma |\Delta \gamma| & \text{при } \gamma \leq 45^\circ \end{cases} + \sqrt{2} \text{ctg} \frac{\gamma}{2} \frac{\Delta N}{\sqrt{N_1^2 + N_2^2}}. \quad (1.18)$$

Выражение (1.18) позволяет оценить максимальную погрешность определения компонент вектора перемещения в накладных интерферометрах, когда они вычисляются при решении системы уравнений вида (1.1).

З а м е ч а н и е. Задачу исследования малых формоизменений деформируемой поверхности можно разделить на две. Это исследование перемещений, связанных с изменением линейных размеров элементов в плоскости поверхности и нормальных к поверхности. В первом случае внутривоскостные компоненты перемещений, связанные с деформированием объекта, будут больше либо равны W , а во втором случае $W > U, V$. В зависимости от поставленной задачи необходимо выбирать соответствующий метод регистрации информации. Для определения внутривоскостных перемещений интерферограммы наблюдаются под углом γ , обеспечивающим нужную чувствительность интерферометра, обычно это угол $\geq 30^\circ$. Когда определяется компонента W , то наблюдение интерферограмм осуществляется при углах γ , близких к нулю, и расшифровка интерферограмм производится с использованием разрешающего уравнения с одним неизвестным:

$$W_i = N_i \frac{\lambda}{2}. \quad (1.19)$$

Если формоизменение деформируемой поверхности при исследовании внутривоскостных перемещений сопровождается значительными прогибами, то необходимо исключать влияние этих прогибов, например, заменой стеклянных фотопластинок пленками либо использовать другие схемы интерферометров, в которых перемещения W в меньшей степени влияют на регистрируемую информацию о перемещениях U, V . Следовательно, накладной интерферометр целесообразно использовать для исследования перемещений в плоскости деформируемой поверхности, когда $U, V \geq W$.

Из анализа выражения (1.18) можно сделать следующие выводы:

1. Погрешность измерения компонент вектора перемещения U, V с использованием накладного интерферометра мало зависит от погрешности измерения угла наблюдения $\Delta \gamma$ и в основном определяется погрешностью отсчета порядка интерференционных полос ΔN .

2. Для уменьшения погрешности измерения при определении компонент перемещений U, V интерферограммы необходимо наблюдать под углом $\gamma > 45^\circ$.

В тех случаях, когда расшифровка интерферограмм производится путем решения уравнения с одним неизвестным, анализ погрешности метода осуществим на примере исследования уравнения вида

$$N = S |\Delta r|. \quad (1.20)$$

Это уравнение используется в методах муара, спекл-интерферометрии, изопахик и голографической интерферометрии, при наблюдении интерферограмм на просвет.

Следуя общему правилу вычисления погрешности, получаем

$$\delta(\Delta r) = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta S}{S}. \quad (1.21)$$

В связи с тем, что чувствительность используемых интерферометров S — большое число, а точность определения ΔS — величина малая, погрешностью $\frac{\Delta S}{S}$ в выражении (1.21) можно пренебречь. Следовательно, погрешность измерения компонент вектора перемещения будет зависеть в основном от погрешности определения ΔN , и для повышения точности измерения Δr необходимо повышать точность измерения ΔN .

1.2. *Разделение информации о внутриплоскостных и нормальных перемещениях.* В [2, 4] рассмотрена принципиальная возможность раздельного определения нормальной и тангенциальной компонент вектора перемещения деформируемой поверхности, что в конечном итоге сводит систему уравнений (1.1) к уравнениям с одним неизвестным типа (1.20). Это достигается тем, что соответствующим образом организована регистрация интерферограмм (рис. 1). Плоскость XY декартовой системы координат совмещена с поверхностью объекта, а ось Z — с ее нормалью. На стадии регистрации интерферограмм голограмма освещается в направлении единичного вектора l_0 по нормали к ее поверхности. Наблюдатель перемещается из положения 1 вдоль окружности в диаметрально противоположное положение 2 с учетом числа полос N_{12} , прошедших через точку наблюдения O . Плоскость, в которой лежит окружность, параллельна плоскости голограммы и поверхности объекта. Положения 1 и 2 соответствуют единичные векторы направления наблюдения l_1 и l_2 . Вектор чувствительности S_{21} в этом случае равен $2\sin\alpha$ [4]. Тогда тангенциальная компонента U определяется из выражения

$$U = \lambda \frac{N_{12}}{2\sin\alpha}, \quad (1.22)$$

где 2α — угол раствора конуса, основанием которого является окружность, а вершиной — точка O . Аналогично определяется компонента V . Нормальная компонента W определяется при наблюдении интерферограмм вдоль вектора l_0 . В этом случае вектор чувствительности для внутриплоскостных перемещений равен нулю.

Таким образом принципиально решается задача разделения информации об отдельных компонентах вектора перемещения и сведения системы разрешающих уравнений (1.1) к простым разрешающим уравнениям с

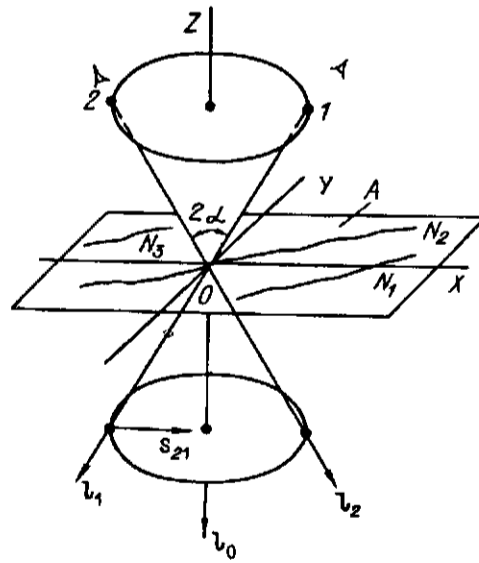


Рис. 1

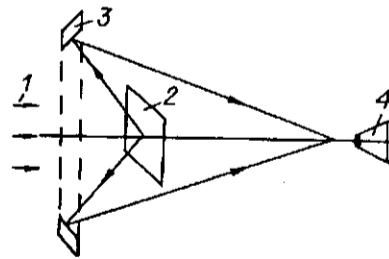


Рис. 2

одним неизвестным типа (1.20). Однако реализация данного метода не нашла широкого применения из-за технических проблем. Для их устранения предлагается на стадии регистрации интерферограмм воспользоваться оптической фильтрацией с помощью конического зеркала. Схема эксперимента представлена на рис. 2. Лазерный пучок света 1 падает на голограмму 2. Восстановленное изображение регистрируется камерой 4 в лучах, отраженных от конического зеркала 3.

На рис. 3, *a* представлена интерферограмма, зарегистрированная по схеме, изображенной на рис. 2. Исследовалось деформированное состояние плоского образца с концентратором в виде кругового отверстия. Объект подвергался осевому растяжению. Здесь же для сравнения на рис. 3, *b* приведена интерферограмма при наблюдении этой же голограммы с одного направления наблюдения, соответствующего положению 1. Геометрические соотношения прямых преобразований координат поверхности объекта из плоскости наблюдения в равном интерферометре исследуемый объект помещается в коническое зеркало и освещается через фотопластинку лазерным пучком света [3]. Отражаясь от зеркального конуса, свет попадает на поверхность объекта и при диффузном рассеянии после вторичного отражения от конуса вновь попадает на фотопластинку с обратной стороны. Информация о перемещениях регистрируется голограммой Ю. Н. Денисюка во встречных пучках.

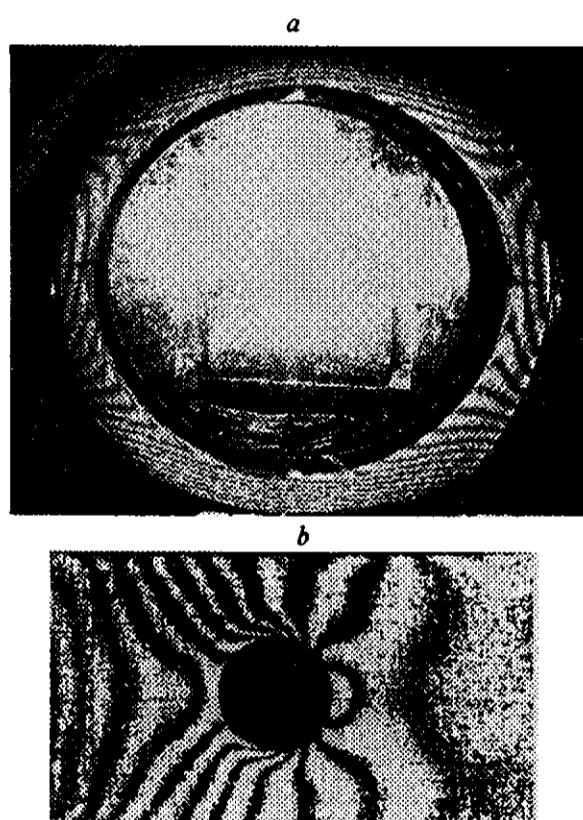


Рис. 3

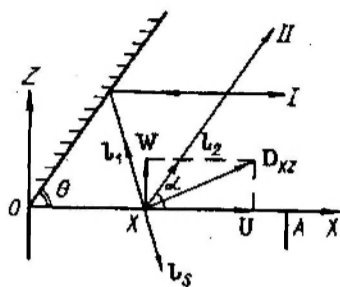


Рис. 4

На стадии восстановления можно выделить лучи *I* и *II*, несущие информацию о нормальных и внутриплоскостных перемещениях (рис. 4), при этом рассматриваются объекты осесимметричной формы.

Исходной информацией для расчета перемещений деформируемой поверхности является порядок интерференционных полос, определенных для соответствующих точек исследуемой поверхности. Элементы этой поверхности преобразуются дважды. Оценим методическую погрешность этих преобразований.

2.1. Погрешность прямых и обратных преобразований информации при ее регистрации в лучах *I*. Координаты точек боковой поверхности объекта (X_P, Y_P, Z_P) удобно задать в цилиндрической системе координат, ось *Z* которой направлена вдоль главной оптической оси, а оси *X, Y* расположены в плоскости, проходящей через основание исследуемого объекта:

$$\begin{cases} X_P = R(Z_P)\cos\varphi_P, \\ Y_P = R(Z_P)\sin\varphi_P, \\ Z_P = Z_P, \end{cases} \quad (2.1)$$

где R — расстояние точки от P до главной оптической оси; φ_P — азимутальный угол; $0 \leq \varphi_P \leq 2\pi$; индекс P связан с поверхностью объекта. Обозначив плоскость наблюдения боковой поверхности объекта в коническом зеркале через π , а плоскость регистрации изображения этой поверхности через π' , сопоставим точку P боковой поверхности объекта с точкой Q с координатами

$$\begin{cases} X_Q = [R(0) + Z_P \cdot \operatorname{tg}\Theta] \cos\varphi_P, \\ Y_Q = [R(0) + Z_P \cdot \operatorname{tg}\Theta] \sin\varphi_P, \\ Z_Q = 0, \end{cases} \quad (2.2)$$

где 2Θ — угол раскрытия конуса. Плоскость π' является сопряженной с плоскостью π . В этом случае образом точки P будет являться точка T с координатами

$$\begin{cases} X_T = \beta^{-1} [R(0) + Z_P \cdot \operatorname{tg}\Theta] \cos(\varphi_P + \pi), \\ Y_T = \beta^{-1} [R(0) + Z_P \cdot \operatorname{tg}\Theta] \sin(\varphi_P + \pi), \\ Z_T = \xi + \xi', \end{cases} \quad (2.3)$$

где $\beta = \xi/\xi'$ — увеличение оптической системы; ξ, ξ', f связаны между собой соотношением $\xi^{-1} + \xi'^{-1} = f^{-1}$. Из выражений (2.1)–(2.3) следует, что погрешность прямых преобразований определяется погрешностью линейных измерений и погрешностью, вносимой объектом.

Рассмотрим обратную задачу, т. е. задачу восстановления трехмерной модели поверхности исследуемого объекта по его изображению в плоскости π' . В общем случае эта задача является некорректной, так как если при прямом отображении каждой точке P поверхности объекта соответствует точка Q плоскости, то при обратном отображении точке Q нельзя без привлечения дополнительной информации об объекте поставить в соответствие точку боковой поверхности объекта. В частности, для восстановления координат (X_P, Y_P, Z_P)

точек боковой поверхности объекта в качестве дополнительной информации необходимо указать, к какому типу поверхностей (цилиндрической, конической, сферической) относится боковая поверхность исследуемого объекта.

Найдем для точки T с координатами (X_T, Y_T, Z_T) , являющейся точкой изображения объекта в плоскости π' , ее прообраз — точку P с координатами (X_P, Y_P, Z_P) боковой поверхности объекта. В цилиндрической системе координат точка T имеет следующие компоненты:

$$\begin{aligned} X_T &= R_T \cos \varphi_T, \\ Y_T &= R_T \sin \varphi_T, \\ Z_T &= \xi + \xi', \end{aligned} \quad (2.4)$$

где R_T — полярный радиус точки T , азимутальный угол φ_T равен

$$\varphi_T = \begin{cases} \arctg(Y_T/X_T), & Y_T > 0, \\ \arctg(Y_T/X_T) + \pi, & Y_T < 0. \end{cases} \quad (2.5)$$

Координаты для прообраза Q точки T , принадлежащего плоскости π :

$$\begin{aligned} X_Q &= \beta R_T \cos(\varphi_T + \pi), \\ Y_Q &= \beta R_T \sin(\varphi_T + \pi), \\ Z_Q &= 0, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $\beta = \xi/\xi'$ — увеличение оптической системы.

Для нахождения координат точек боковой поверхности, как отмечалось выше, необходимо знать тип поверхности объекта. Рассмотрим три случая.

1. Ц и л и н д р и ч е с к а я п о в е р х н о с т ь. Координаты точки P являются прообразом точки T , принадлежащей плоскости π' , и равны

$$\begin{aligned} X_P &= \beta R_{\min} \cos(\varphi_T + \pi), \\ Y_P &= \beta R_{\min} \sin(\varphi_T + \pi), \\ Z_P &= \beta(R_T - R_{\min}) \operatorname{ctg} \Theta, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где R_{\min} — значение радиуса внутренней окружности изображения развертки боковой поверхности.

2. К о н и ч е с к а я п о в е р х н о с т ь. Координаты точки P имеют вид:

$$\begin{aligned} X_P &= (\beta R_{\min} - Z_P \operatorname{tg} \gamma) \cos(\varphi_T + \pi), \\ Y_P &= (\beta R_{\min} - Z_P \operatorname{tg} \gamma) \sin(\varphi_T + \pi), \\ Z_P &= \beta(R_T - R_{\min}) \operatorname{ctg} \Theta, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где 2γ — угол раскрытия конической поверхности. Отметим, что в случае исследования усеченных конических поверхностей необходимо в качестве дополнительной информации задавать угол γ . Для неусеченной конической поверхности $\operatorname{tg} \gamma$ можно определить по значениям минимального R_{\min} и максимального R_{\max} радиусов изображения развертки боковой поверхности, т. е.

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \operatorname{tg} \Theta. \quad (2.9)$$

В этом случае координаты точки P имеют вид

$$\begin{aligned} X_P &= \beta R_{\min} \frac{R_{\max} - R_T}{R_{\max} - R_{\min}} \cos(\varphi_T + \pi), \\ Y_P &= \beta R_{\min} \frac{R_{\max} - R_T}{R_{\max} - R_{\min}} \sin(\varphi_T + \pi), \\ Z_P &= \beta(R_T - R_{\min}) \operatorname{ctg} \Theta. \end{aligned} \quad (2.10)$$

3. С ф е р и ч е с к и й с е г м е н т. Восстановим по параметрам R_{\min} и R_{\max} параметры сферического сегмента:

а) высота сферического сегмента

$$Z_n = \beta(R_{\max} - R_{\min}) \operatorname{ctg} \Theta, \quad (2.11)$$

б) радиус сферической поверхности сегмента

$$r_c = \frac{Z_n^2 + \beta^2 R_{\min}^2}{2Z_n}, \quad (2.12)$$

в) центр сферической поверхности сегмента

$$l_c = \frac{-Z_n^2 + \beta^2 R_{\min}^2}{2Z_n}. \quad (2.13)$$

Координаты точки P , являющейся прообразом точки T плоскости π' , имеют вид

$$\begin{aligned} X_P &= \beta R_{\min} \left[1 + (R_{\max} - R_T)(R_T - R_{\min}) \frac{\operatorname{ctg}^2 \Theta}{R_{\min}^2} - \frac{R_T - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \right]^{1/2} \cos(\varphi_T + \pi), \\ Y_P &= \beta R_{\min} \left[1 + (R_{\max} - R_T)(R_T - R_{\min}) \frac{\operatorname{ctg}^2 \Theta}{R_{\min}^2} - \frac{R_T - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \right]^{1/2} \sin(\varphi_T + \pi), \\ Z_P &= \beta(R_T - R_{\min}) \operatorname{ctg} \Theta. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Вычисляя подкоренное выражение в (2.14), окончательно имеем следующее выражение для координат точки:

$$\begin{aligned} X_P &= \beta R_{\min} \left[1 - (R_T - R_{\min})(R_T - R_{\max}) \frac{\operatorname{ctg}^2 \Theta}{R_{\min}^2} - \frac{R_T - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \right]^{1/2} \cos(\varphi_T + \pi), \\ Y_P &= \beta R_{\min} \left[1 - (R_T - R_{\min})(R_T - R_{\max}) \frac{\operatorname{ctg}^2 \Theta}{R_{\min}^2} - \frac{R_T - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \right]^{1/2} \sin(\varphi_T + \pi), \\ Z_P &= \beta(R_T - R_{\min}) \operatorname{ctg} \Theta. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Таким образом, формулы (2.6)–(2.15), полученные в параксиальном приближении, позволяют восстановить по изображению развертки боковой поверхности координаты поверхности исследуемого объекта.

Восстанавливаемый угол φ_P определяется выражением

$$\varphi_P = \operatorname{arctg} \left(\frac{Y_P}{X_P} \right). \quad (2.16)$$

Подставляя в (2.16) соответствующие выражения (2.6)–(2.15), находим

$$\varphi_P = \varphi_T + \pi. \quad (2.17)$$

Следовательно, угловая погрешность $\Delta\varphi_P$ равна погрешности $\Delta\varphi_T$ определения полярного угла.

Радиальная составляющая искомой точки P определяется как

$$R_P^2 = X_P^2 + Y_P^2. \quad (2.18)$$

Так как величины R_T, R_{\min}, R_{\max} определяются с точностью до приборной погрешности, то

$$\xi' = \xi' \quad (2.19)$$

Учитывая, что $\Delta\xi = \Delta\xi'$ и характерные размеры оптической системы $\xi \sim \xi' \sim 1$ м, а $\Delta\xi \sim 10^{-3}$ м, то $\Delta\beta \leq 10^{-3}$. Следовательно, погрешностью

увеличения можно пренебречь.

Для рассмотренных выше трех случаев получены следующие оценки погрешности ΔR_P определения координат боковой поверхности объекта:

а) для цилиндрической поверхности

$$\Delta R_P = [\beta^2 \Delta R_T^2 + \beta^2 \Delta R_{\min}^2]^{1/2} \approx \sqrt{2} \beta \Delta R, \quad (2.21)$$

б) для конической поверхности

$$\Delta R_P = \beta \frac{R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \left[1 + \left(\frac{R_T - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \right)^2 + \left(\frac{R_{\max} - R_T}{R_{\min} - R_{\max} - R_{\min}} \right)^2 \right]^{1/2} \Delta R, \quad (2.22)$$

в) для сферического сегмента

$$\begin{aligned} \Delta R_P = \beta \frac{1}{2R_P} & \left[\left((R_{\max} + R_{\min} - 2R_T) \operatorname{ctg}^2 \Theta - \frac{R_{\max}^2}{R_{\max} - R_{\min}} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \left((R_T - R_{\min}) \operatorname{ctg}^2 \Theta + R_{\min}^2 \frac{R_T - R_{\min}}{(R_{\max} - R_{\min})^2} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \left(2R_{\min} + (R_T - R_{\min}) \operatorname{ctg}^2 \Theta + \frac{3R_{\min}^2 - 2R_T R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} - R_{\min}^2 \frac{R_T - R_{\min}}{(R_{\max} - R_{\min})^2} \right)^2 \right]^{1/2} \Delta R. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Погрешность определения Z -компоненты прообраза P точки T равна

$$\Delta Z = \sqrt{2} \beta \operatorname{ctg} \Theta \Delta R \quad (2.24)$$

для всех типов боковых поверхностей объекта.

3. Систематические погрешности. В ходе эксперимента возникают отклонения от условий, при выполнении которых справедливы методы расшифровки интерферограмм, что служит дополнительным источником систематической погрешности измерения. Рассмотрим некоторые из них.

3.1. Изменение линейных размеров базы интерферометра. Вывод разрешающих уравнений для накладного интерферометра осуществлялся в предположении о том, что линейные размеры регистрирующей среды не изменяются при деформациях поверхности. Однако существуют два фактора, которые могут повлиять на линейные размеры базы интерферометра.

Первый фактор связан с тепловым расширением стеклянной подложки фотопластинки при изменении температуры окружающей среды, второй — с воздействием на фотопластинку усилий, обусловленных напряжениями, возникающими в ПОС при деформациях объекта, так как нижняя граница ПОС деформируется совместно с поверхностью конструкции.

Температурные деформации в пластинке из изотропного материала при малых изменениях температуры определяются зависимостью вида

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \delta \Delta T, \quad (3.1)$$

где δ — температурный коэффициент линейного расширения; ΔT — приращение температуры.

Во время первой экспозиции регистрируется начальное состояние поверхности объекта, во время второй — деформированное. Если между экспозициями температура окружающей среды изменилась на ΔT , то при расшифровке интерферограмм необходимо учесть влияние расширения стеклянной подложки фотопластинки. Температурные деформации, вычисленные по интерферограммам $\epsilon_{\text{экс}}$, равны разности между средними температурными деформациями материала объекта $\epsilon_{\text{м}}$ и средними температурными деформациями стеклянной подложки $\epsilon_{\text{ст}}$:

$$\epsilon_{\text{экс}} = \epsilon_{\text{м}} - \epsilon_{\text{ст}} = \Delta T(\delta_{\text{м}} - \delta_{\text{ст}}). \quad (3.2)$$

В процессе эксперимента изменение температуры окружающей среды обычно не превышает 10°C . Предположим, что исследуется пластина из материала Д16Т. Используя табличные данные для температурных коэффициентов линейного расширения, вычислим средние температурные деформации, которые будут зарегистрированы интерферометром: $\epsilon_{\text{экс}} = 10(22,5 - 8,5) \cdot 10^{-6} = 1,4 \cdot 10^{-4}$. За счет теплового расширения или сжатия фотопластинки на интерферограмме регистрируется фиктивная деформация, равная $8,5 \cdot 10^{-6}$, что составляет около 6 % исследуемой тепловой деформации самой пластины. Следовательно, данную информацию необходимо учитывать в виде поправки к результату эксперимента, если наблюдаются существенные колебания температур между двумя экспозициями.

Влияние второго фактора оценивалось экспериментально. Для этого собирался двойной интерферометр, в основу которого положен контактный способ регистрации голограмм. Объект в виде пластины с центральным отверстием из материала Д16Т подвергался осевому растяжению. Его диффузная поверхность была зачернена. На поверхности пластины посредством ПОС закреплялась фотопластинка эмульсией наружу. Таким образом моделировался накладной интерферометр. К эмульсии посредством ПОС крепился фазовый скрещенный растр с $\psi_{\#} = 1400 \text{ мм}^{-1}$. Размеры квадрата фотосъемки и растра соответствовали поперечным размерам образца. Фазовый растр служил для формирования стационарного интерференционного поля, в котором дважды экспонировалась эмульсия фотопластинки: в нагруженном и ненагруженном состояниях объекта. После проявления муаровая картина, наблюдаемая на фотопластинке, отражала характер ее деформированного состояния. Тем самым оценивалось влияние ПОС на изменение линейных размеров базы интерферометра.

Усилие растяжения выбиралось таким, чтобы средние деформации при удалении от концентратора равнялись 10^{-3} . Предварительно деформированное состояние образца исследовалось методом голографической интерферометрии. Расшифровка муаровой картины, зарегистрированной фотопластинкой, показала, что деформации фотопластинки однородны и по величине составляют $4 \cdot 10^{-5}$. В поперечном направлении средние деформации — 10^{-5} .

Аналогичные результаты получались, когда между фазовым растром и эмульсией фотопластинки был воздушный зазор. Растр механически крепился к поверхности фотопластинки.

$$l_1 = \sqrt{R^2 + l_0^2}, \quad l_2 = \sqrt{(R - U)^2 + (l_0 - W)^2},$$

$$l_3 = \sqrt{(R + U)^2 + (l_0 - W)^2}, \quad R = l_0 \operatorname{tg} \gamma_1.$$

Разность оптических путей, выраженных уравнениями (3.7), (3.8), представим в виде

$$\Delta_1 - \Delta_2 = l_3 - l_2. \quad (3.9)$$

Подставив значения l_2, l_3 через параметры схемы эксперимента (см. рис. 5), получаем

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \sqrt{l_1^2 + r^2 + 2(RU - l_0W)} - \sqrt{l_1^2 + r^2 - 2(RU + l_0W)}, \quad (3.10)$$

где $l_1^2 = R^2 + l_0^2, r^2 = U^2 + W^2$.

Преобразуем выражение (3.10) к виду

$$\Delta_1 - \Delta_2 = l_1(\sqrt{1 + \alpha} - \sqrt{1 + \beta}), \quad (3.11)$$

где $\alpha = [r^2 + 2(RU - l_0W)]/l_1^2, \beta = [r^2 - 2(RU + l_0W)]/l_1^2$. Так как $|l_1| > |r|, |R|, |U|, |l_0|, |W|$, то $|\alpha|$ и $|\beta| < 1$. Воспользовавшись аппроксимацией квадратного корня, представим выражение (3.11) в виде

$$\Delta_1 - \Delta_2 = l_1 \left(1 + \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2}{8} - 1 - \frac{\beta}{2} + \frac{\beta^2}{8} \right) = 2U \cos \alpha_1 (1 + \delta), \quad (3.12)$$

где $\delta = \sin^2 \alpha_1 \left(\frac{W}{l_0} - \frac{r^2}{2l_0^2} \right)$ — добавка к выражению, из которого определяются компоненты перемещения при съемке интерферограмм в параллельных лучах. Из уравнения (3.12) следует, что при реальных условиях фотографирования интерферограмм, когда $l_0 \geq 1$ м, а $|W|$ и $|r| \sim 10^{-4}$ м, добавкой δ можно пренебречь, т. е. отклонение от съемки в непараллельных лучах вносит малую погрешность, составляющую сотые доли процента.

Таким образом, из проведенного анализа систематической погрешности для интерферометров видно, что при выполнении измерений основное внимание необходимо уделять термостабилизации экспериментальной установки, так как наибольший вклад в погрешность вносят температурные деформации.

ВЫВОДЫ

Анализ точности определения перемещений в накладных и панорамных интерферометрах позволяет сделать вывод о том, что данные интерферометры по метрологическим параметрам могут быть рекомендованы для решения технических задач. В зависимости от требуемой точности определения компонент вектора перемещений рассмотренные погрешности можно учесть в виде поправки к результатам эксперимента либо ими пренебречь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борыняк Л. А., Герасимов С. И., Жилкин В. А. Практические способы записи и расшифровки голографических интерферограмм, обеспечивающие необходимую точность определения компонент тензора деформаций // Автометрия. — 1982. — № 1.
2. Жилкин В. А., Борыняк Л. А. Оптические способы определения малых перемещений и деформаций элементов конструкций. Голографические измерительные системы / Под ред. А. Козачка. — Новосибирск: НЭТИ, 1976.
3. Борыняк Л. А., Краснопецев Е. А., Логинов А. В., Штыгашев А. А. Панорамные интерферометры для исследования деформаций объектов осесимметричной формы // Автометрия. — 1992. — № 2.

4. Островский Ю. И., Щепиков В. П., Яковлев В. В. Голографические интерференционные методы измерения деформаций.—М.: Наука, 1988.
5. Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.—М.: Мир, 1969.

О. Е. Трофимов

(Новосибирск)

СПОСОБ РАСЧЕТА КИНОФОРМОВ, ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Рассматривается способ расчета киноформных элементов с использованием случайных функций, при котором математическое ожидание получаемого изображения совпадает с заданной функцией, а дисперсия стремится к нулю при стремлении шага дискретизации к нулю.

Использование ЭВМ для управления лазерным лучом позволяет создавать устройства для получения объектов, которые с точки зрения геометрии являются ступенчатыми функциями с размерами высоты ступеньки порядка долей длины волны света в видимом диапазоне. Если подобные объекты изготовлены из прозрачного материала, то они могут быть использованы в качестве оптических элементов. Оптические элементы такого рода принято называть киноформными оптическими элементами, или киноформами [1—3]. Термин киноформ впервые появился в [1] применительно к одному классу подобных объектов, о котором более подробно будет сообщено ниже. Однако в настоящее время этот термин используется для обозначения широкого класса оптических элементов, создаваемых с помощью ЭВМ и имеющих различные формы с характерными размерами порядка долей длины волны [4—9].

Одна из причин интереса к киноформным элементам заключается в том, что при прохождении оптических лучей размеры, кратные длине волны, не влияют на формируемое изображение, что позволяет сделать оптические элементы практически плоскими. Очень интересной является также возможность обеспечивать высокие точности по координатам, лежащим в плоскости, перпендикулярной оптической оси элемента. Использование ЭВМ позволяет создавать элементы, толщина которых z сложным образом зависит от координат x и y . Расчет и создание киноформных элементов являются сложной вычислительной и технологической задачей. Учет специфики подобных элементов и необходимость изучения их возможностей делают целесообразной постановку и исследование ряда математических задач [2, 5—7]. Одна из таких задач будет рассмотрена в настоящей работе.

Отметим, что задачи синтеза киноформных элементов являются в некотором смысле двойственными к задачам интегральной геометрии, и в частности томографии. В задачах томографии нужно восстановить объект по его проекциям. В задачах синтеза киноформов необходимо создать объект, при освещении которого получается заданное изображение.

В [1] приводятся описание объекта, названного киноформом, и способ его создания. Объект представляет собой прозрачную пластину, дающую при освещении монохроматическим светом изображение, близкое к заданному, в зоне наблюдения, для которой справедливо приближение Френеля. Разность между толщиной пластины в различных точках может не превосходить длины волны падающего на пластину света. Изображением, использовавшимся в [1], было слово "kinoforn". С математической точки зрения способ создания объекта заключается в следующем [2, 7].