

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 3

1994

УДК 621.315.592 : 772.99

В. П. Коронкевич, И. Г. Пальчикова

(Новосибирск)

**ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ЗОННЫХ ПЛАСТИНОК**

Исследовано интерференционное поле за амплитудными и фазовыми зонными пластинками (ЗП), освещенными белым или монохроматическим источником. Зонная пластинка выполняет роль интерферометра, формирующего интерференционное поле, подобно классическим схемам с зеркалами Френеля и Ллойда. В ЗП-интерферометре рекомбинация интерферирующих пучков осуществляется без дополнительных оптических компонентов, оптические ветви совмещены и интерферирующие пучки имеют общий ход. Референтной волной в интерферометре может служить любой из дифрагированных пучков. Полная интерференционная картина интерпретируется как набор двухлучевых картин.

**Введение.** Зонная пластинка преобразует излучение от точечного источника в ряд сходящихся и расходящихся световых волн, центры кривизны которых лежат на оптической оси в пространстве предметов и изображений. Пучок нулевого порядка представляет собой недифрагированную волну. Фактически ЗП эквивалентна набору положительных и отрицательных линз с совмещенными главными плоскостями. Ее линзоподобные свойства широко используются в практике. Двухфокусный искусственный хрусталик глаза [1] и «световая игла» в лазерных проигрывателях [2] — характерные примеры таких применений. Волновые или интерференционные свойства ЗП в практике используют не часто: синтез элементов для рентгеновской области спектра — один из редких примеров [3].

В дифракционных интерферометрах [4] ЗП выполняет роль светоделиителя и рекомбинатора пучков [5]. Для образования интерференционного поля необходимы дополнительные оптические компоненты: зеркала, линзы и светоделиительные кубики. В этом классе интерферометров образуются полосы ньютоновского типа, наблюдаемые при широких источниках света. Свойства данных интерферометров достаточно полно представлены в литературе [6] и здесь не рассматриваются.

Предлагаемая работа посвящена изучению интерференции Френеля. Нелокализованные интерференционные полосы за ЗП формируются пучками, вышедшими из одной и той же точки источника под углом друг к другу. Общеизвестны трудности получения полос Френеля [7]. Они наблюдаются в белом или монохроматическом свете только при весьма малом точечном источнике излучения. ЗП-интерферометр можно отнести к классу схем с делением волнового фронта подобно классическим интерферометрам с зеркалами Френеля, Ллойда и линзами Бийе [8]. В отличие от последних он не рассматривается в курсах оптики и его волновые свойства не изучены с достаточной для практики ясностью. Вместе с тем интерференционные явления за ЗП, вероятно, наблюдал каждый, кто работал с зонными пластинками. При современных способах освещения (световолокно, лазеры) интерференцию Френеля за ЗП можно наблюдать на больших экранах и демонстрировать в аудитории. Примеры практических применений ЗП-интерферометра будут постоянно возрастать так же, как дифракционные схемы типа Юнга нашли важные применения в микроскопии и астрономии.

Целью предлагаемой работы является изучение интерференционного поля вне каустик, которое формируется излучением, прошедшим через зонные пластинки.

Для анализа волновых свойств ЗП можно воспользоваться формализмом геометрической теории интерферометров [7]. Опираясь принятыми в геометрической оптике понятиями о входных и выходных зрачках и люках, удастся определить параметры полос интерференционного поля, вычислить их ширину в зависимости от положения источника и приемника и сделать заключение о качестве (контрасте) интерференционной картины. Обратимся к оптическим параметрам ЗП-интерферометра.

Зрачки и люки интерферометра. Для исследования были выбраны амплитудные и фазовые зонные пластинки Френеля, Соле и Рэлея — Вуда, границы зон которых выполнены в соответствии с соотношением

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 f' + m^2 \lambda_0^2 / 4}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, M, \quad (1)$$

где  $r_m$  — радиус  $m$ -й зоны;  $f'$  — фокусное расстояние для пучков, дифрагировавших в  $+1$ -й порядок;  $\lambda_0$  — длина волны, для которой рассчитана ЗП.

Обратимся к рис. 1, где представлена схема наблюдения полос на экране  $V$  при освещении ЗП источником  $S$ , расположенным на расстоянии  $l$  от пластинки. Положение пластинки задано главными плоскостями  $HH'$ . Ее фокусное расстояние для  $\pm 1$ -х порядков обозначено  $f'$  и  $f$ . На рисунке выполнено общее правило построения интерференционных схем: через выбранную точку поля  $P$  проведены интерферирующие лучи ( $0$ -го и  $\pm 1$ -х порядков), вышедшие из одной и той же точки  $S$  источника. Здесь  $S'$  и  $S''$  есть изображения точки  $S$  в нучках  $+1$ -го и  $-1$ -го порядков. Дифрагированные пучки высших порядков пока не рассматриваются, чтобы не затенять существа дела.

По аналогии с традиционными интерферометрами [7] диафрагму, ограничивающую источник  $S$ , можно назвать входным зрачком интерферометра. Ее изображения  $S'$  и  $S''$  в дифрагированных пучках  $\pm 1$ -х порядков есть выходные зрачки. В плоскости экрана рекомбинируют световые волны от  $S$ ,  $S'$  и  $S''$ , образуя круговые нелокализованные полосы Френеля. Переналожение волн осуществляется без дополнительных оптических компонентов.

Совокупность зрачков  $S$ ,  $S'$  и  $S''$  и экрана  $V$  (люк) можно отнести к пространству изображений интерферометра. Для определения параметров интерференционной картины (ширины и направления полос) достаточно оперировать только пространством изображения.

Качество интерференционной картины (яркость и контраст) существенным образом зависит от диаметра  $b$  входного зрачка  $S$  и положения люков ЗП-интерферометра. В рассматриваемой схеме реальной диафрагмой, ограни-

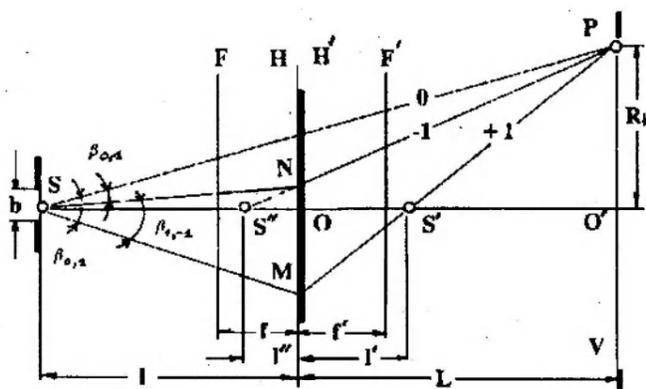


Рис. 1

чивающей пучок, является оправа зонной пластинки. Ее можно назвать входным люком интерферометра. Изображения оправы (фактически проекции на экран) в пучках 0-го и  $\pm 1$ -х порядков есть выходные люки интерферометра. Подобно тому, как это принято для обычных оптических приборов, совокупность зрачка и люка входа можно отнести к пространству предметов интерферометра.

На рис. 2 представлены контуры выходных люков на экране  $V$  для пучков 0-го и  $\pm 1$ -х порядков. Одинаковыми знаками отмечены соответственные точки. Под соответственными точками понимаются изображения точки люка входа в пучках 0-го и  $\pm 1$ -х порядков.

Обращение к понятиям геометрической оптики позволяет упростить определение разности хода интерферирующих

пучков, сведя его к вычислению разности отрезков от зрачков  $S$ ,  $S'$  и  $S''$  до выбранной точки поля, а также даст возможность элементарным путем разобраться в сложной интерференционной картине при произвольных положениях источника и экрана. Критический размер источника света (зрачка входа), при котором наблюдаются контрастные полосы, может быть определен, если известен угол между соответственными лучами, участвующими в образовании интерференционного поля [7—9].

Суммарную интерференционную картину в плоскости  $V$  (см. рис. 1) можно представить как «переналожение» двухлучевых картин. Такой упрощенный подход допустим по следующим соображениям:

1. Структуру поля интерференции задают двухлучевые полосы наиболее сильных порядков, например  $[+1, -1]$  для ЗП Вуда. С ростом числа интерферирующих пучков  $N$  между двухлучевыми максимумами появляются  $N - 2$  побочных, соответствующих  $\pm 3, \pm 5$ , вплоть до  $\pm 7$ -х, порядков. Анализ двухлучевых картин позволяет определить свойства многолучевых.

2. Вклад в интерференционную картину дифрагированных пучков  $\pm 3, \pm 5$  и  $\pm 7$  незначителен из-за их высокой расходимости и низкой дифракционной эффективности.

3. В произвольном сечении поля энергия дифрагированных пучков распределяется по разной площади в зависимости от положения источника и экрана. В ближней зоне за ЗП ( $L < f/2$ ) наблюдаются многолучевые полосы, в дальней ( $L > f/2$ ) — двухлучевые. Эта ситуация изменяется, если источник приблизить к ЗП ( $l \approx f/2$ ). Тогда яркие и контрастные многолучевые полосы можно наблюдать в дальней зоне на больших расстояниях от пластинки. Предлагаемый подход позволяет идентифицировать и эти сложные интерференционные картины.

В качестве характерного примера наблюдения двухлучевых полос на рис. 3 представлен следующий случай: если положение экрана совпадает с изображением  $S'$  входного зрачка  $S$ , то дифрагированные пучки  $+1$ -го порядка концентрируются в центре поля. Все поле занимают двухлучевые полосы

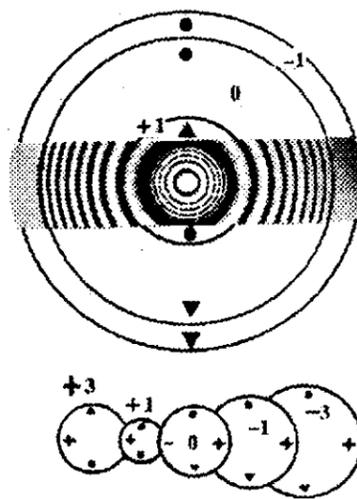


Рис. 2

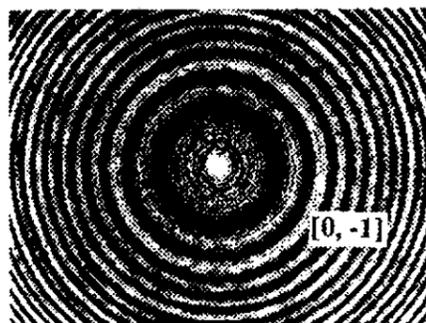


Рис. 3

типа  $[0, -1]$ . Если экран отодвинуть от ЗП, то характер двухлучевых полос  $[0, -1]$  сохранится, но в центре расфокусированного изображения зрачка  $S$  возникнут двухлучевые полосы  $[+1, -1]$  как «полосы на зрачке». В поле будут видны две двухлучевые картины: в центре полосы типа  $[+1, -1]$  и на периферии  $[0, -1]$ . При дальнейшем движении экрана от пластинки они будут перекладываться.

Трудности получения интерференции за зонной пластинкой заключаются в том, что эксперименты удаются только при незначительных действительных или угловых размерах светящегося тела, т. е. при малом угловом расхождении взаимодействующих пучков. Обратимся к пространству предметов ЗП-интерферометра (см. рис. 1). Пучки, образующие поле в точке  $P$ , выходят из источника  $S$  под разными углами между соответственными лучами. Известно, что полосы Френеля наблюдаются только при условии, если размер источника

$$b \leq \lambda / \sin \beta,$$

где  $\beta$  — угол расхождения интерферирующих пучков из  $S$ .

На рис. 1 угол  $\beta_{0,1}$  обозначает угловой размер источника при образовании в окрестности точки  $P$  двухлучевых полос при интерференции  $+1$ -го и  $0$ -го порядков,  $\beta_{1,-1}$  —  $-1$ -го и  $+1$ -го порядков,  $\beta_{0,-1}$  —  $-1$ -го и  $0$ -го порядков. Из геометрического рассмотрения хода лучей очевидно, что угол  $\beta$  зависит от величины фокусного расстояния зонной пластинки и номера рассматриваемого порядка дифракции, а также от положения экрана и источника относительно зонной пластинки. Если источник расположен далее фокуса  $-1$ -го порядка от зонной пластинки  $l > f$ , а  $L > f'$ , то для порядков  $(m, n)$ , более высоких, чем  $+1$ , соответствующие углы имеют меньшие величины:  $\beta_{m,n} < \beta_{1,-1} < \beta_{0,1}$ , а значит, допустимы входные зрачки больших размеров и условия наблюдения интерференции для этих порядков облегчаются. Наиболее ярко это проявляется, если экран расположен ближе фокальной плоскости  $+1$ -го порядка:  $L < f'$ , что подтверждается экспериментально. Большие размеры входного зрачка допустимы и в случае расположения его ближе фокусного расстояния  $l < f$ . Реальные пластинки, с которыми мы работали, имели относительное отверстие  $1 : 5$ , т. е.  $\beta \sim 0,2$ . Требуемый размер зрачка входа в этом случае  $b \sim 5\lambda$ . Для того чтобы обойти это жесткое условие, приходилось уменьшать относительное отверстие ЗП до значений  $0,01 + 0,1$ . При таком относительном отверстии контрастные интерференционные полосы наблюдались на расстояниях в несколько десятков метров от ЗП.

Влияние на интерференционную картину изменения зрачка входа можно проиллюстрировать на примере фазовой зонной пластинки Рэлея — Вуда (рис. 4). При освещении пластинки параллельным пучком поле интерференции (при  $L \gg f'$ ) заполняют яркие и контрастные полосы типа  $[+1, -1]$ . На их фоне видны слабые полосы  $[0, +1]$  (см. верхнюю часть рис. 4). Уменьшая диаметр люка входа, мы уменьшаем угол  $\beta_{0,1}$  ( $\beta_{0,1} > \beta_{1,-1}$ ), при этом угол  $\beta_{1,-1}$  сокращается в меньшей степени. В этом случае возрастает контраст полос типа  $[0, +1]$ . Они как бы проявляются и начинают заполнять центральную часть поля зрения (см. нижнюю часть рис. 4).

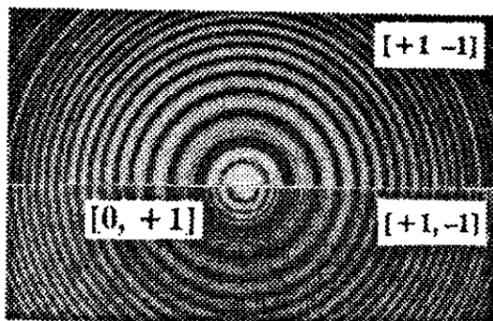


Рис. 4

Указанные особенности интерференции при источниках конечных размеров давно получили важные приложения в астрономии и микроскопии на основе схемы Юнга. Согласно [10] можно утверждать, что ЗП-интерфе-

рометр может служить инструментом для выявления «микроструктуры» источника света. В частности, при освещении ЗП-лазером или через световолокно модовая структура источника или волокна оказывает влияние на контраст и видимость полос. Этот эффект может найти применение в практике.

Разность хода пучков. Возвратимся к рис. 1. Разность хода для каждой пары интерферирующих пучков равна разности отрезков:

$$\begin{aligned}\delta_{0,-1} &= SP - (SN + NP), \\ \delta_{0,+1} &= SP - (SM + MP), \\ \delta_{1,-1} &= (SM + MP) - (SN + NP).\end{aligned}\quad (2)$$

Она представима в виде ряда по степеням радиальной координаты  $R$  точки поля  $P$ :

$$\delta_{m,n} = A + BR^2 - CR^4 + \dots \quad (3)$$

Здесь учтена круговая симметрия схемы и  $A, B, C$  — постоянные, зависящие от положения источника  $S$  и экрана  $V$ ,  $m, n$  — целые.

Поскольку  $S$  и  $S'$ , а также  $S$  и  $S''$  — сопряженные точки, то в силу условия таутохронизма путь от  $S$  до  $S'$  (от  $S$  до  $S''$ ) одинаков для всех лучей, выходящих из источника. При вычислении разности хода его можно не учитывать, считая, что постоянный член в (3) можно отбросить. Полагаем также, что в (3)  $C = 0$ , поскольку для получения нелокализованных полос Френеля необходима малая линейная апертура ЗП с малым числом зон. Известно [11], что число зон пластинки  $M$ , при которых в изображении отсутствует сферическая абберация, равно  $M = [2f/\lambda]^{1/2}$ . Это условие в эксперименте заведомо было выполнено.

Следовательно, вычисление разности хода предельно упрощается. Необходимо лишь вычислить разность стрелок прогиба для сферических волн от  $S, S'$  и  $S''$ :

$$\begin{aligned}\delta_{0,-1} &= R^2 \left[ \frac{1}{2(L+l'')} - \frac{1}{2(L+l)} \right], \\ \delta_{0,+1} &= R^2 \left[ \frac{1}{2(L-l')} - \frac{1}{2(L+l)} \right], \\ \delta_{1,-1} &= R^2 \left[ \frac{1}{2(L-l')} - \frac{1}{2(L+l'')} \right].\end{aligned}\quad (4)$$

Из последнего соотношения при интерференции пучков  $\pm 1$ -х порядков, приравнявая  $\delta_{1,-1}$  к  $k\lambda$ , можно определить угловой радиус полос  $\rho_k = R_k/L$  (см. рис. 1). Обозначим расстояние между зрачками  $S'$  и  $S''$  через  $a = l' + l''$ , тогда

$$\rho_k^2 = \frac{2k\lambda}{a}, \quad \begin{matrix} L \gg l', \\ L \gg l'', \end{matrix} \quad k - \text{целое.} \quad (5)$$

Радиусы круговых полос соотносятся между собой как корни квадратные из целых чисел. Это аналогично правилу Ньютона, действительному для круговых полос в двухлучевых интерферометрах.

Из (5), полагая  $\Delta k = 1$ , определим угловую ширину полосы:

$$\Delta \rho_k = \lambda / a \rho_k. \quad (6)$$

Если экран установлен на определенном расстоянии от пластинки, то угловая ширина полос зависит только от расстояния между выходными зрач-

ками  $S'$  и  $S''$ , номера  $k$ , а следовательно, радиуса  $R_k$ , на котором наблюдается полоса. Можно легко определить угловую ширину полос и сделать заключение об изменениях в структуре полос, вызванных движением источника вдоль оптической оси путем вычисления  $a$ . При произвольном положении источника  $S$  в пространстве предметов перед ЗП или в пространстве изображений за ЗП местоположение зрачков  $S'$  и  $S''$  на оптической оси определяется по законам геометрической оптики.

Для анализа интерференционных явлений при произвольном расположении источника  $S$  обратимся к диаграмме рис. 5, где положение главных плоскостей ЗП обозначено через  $HH'$ . Фокальные плоскости для пучков +1-го порядка есть  $f'$  и  $-f$ , а -1-го порядка —  $-f'$  и  $f$  соответственно. Проводя рассмотрение согласно этой диаграмме, мы пользуемся правилом знаков, принятым в оптике. Источник  $S$  перемещается из бесконечности к пластинке. Его последовательные положения показаны точками  $S_1, S_2, \dots, S_9$ . Положения зрачков выхода  $S'$  и  $S''$  вычислены для каждого  $S$  из формулы линзы. Экран, на котором наблюдаются интерференционные явления, находится на постоянном расстоянии  $L$  от пластинки.

Из диаграммы видно, что при изменении положения источника от  $S_1$  до  $S_5$  (или в более широких пределах от  $-\infty$  до пластинки) зрачок  $S''$  практически остается на месте. Его расстояние до ЗП не превышает фокусного расстояния. В то же время расстояние до изображения  $S'$  претерпевает сильные изменения. Когда источник расположен в  $S_4$ , изображение зрачка уходит в  $+\infty$ , затем скачком переходит в  $-\infty$  и при дальнейшем движении источника совпадает с плоскостью ЗП. В этом случае расстояние между зрачками для полос [+1, -1] вначале возрастает, а затем при переходе источника передней фокальной плоскости (точка  $S_4$ ) начинает уменьшаться. Расстояние между зрачками для

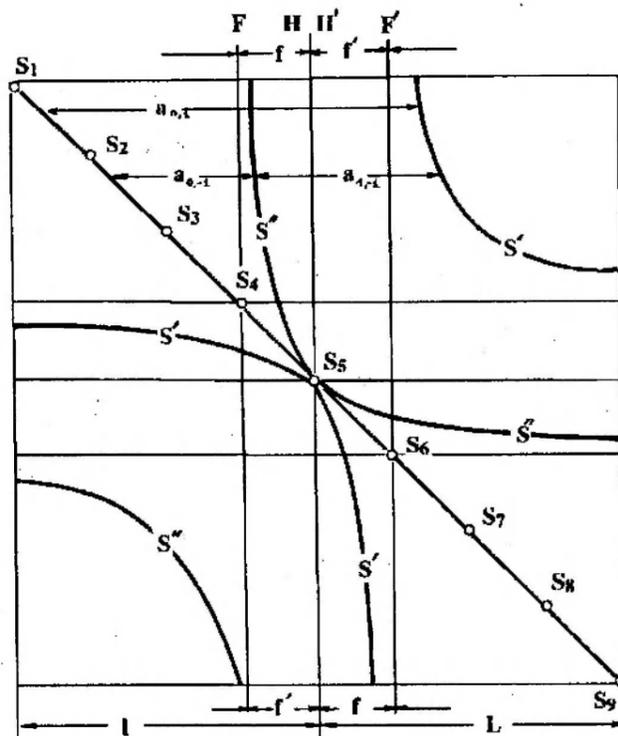


Рис. 5

полос  $[0, -1]$  во всем диапазоне положений источника уменьшается. Полосы этого типа постоянно увеличивают свою ширину, пока она не превзойдет размах  $a_{0, +1} \gg a_{1, -1}$ .

Если источник расположен между  $S_3$  и  $S_4$ , изображение  $S'$  проецируется на экран, поле занимают полосы  $[0, -1]$  (рис. 6. 2). Этот рисунок аналогичен рис. 3. Далее в положениях, близких к  $S_4$ , в центре поля наблюдаются полосы  $[+1, -1]$  как полосы на зрачке. При переходе сферической волны через фокус вследствие эффекта Гюй наблюдается скачок фазы (рис. 6. 1—5). Центр поля интерференции становится темным по мере удаления от фокуса (рис. 6. 3—5). На периферии поля видны полосы типа  $[0, -1]$ .

Таким образом, при положении источника в пространстве предметов от  $-\infty$  до  $f/2$  круговые полосы можно интерпретировать как сумму двухлучевых картин  $[+1, -1]$  и  $[0, -1]$ . Зная расстояние до пластинки и экрана, параметры полос можно определить из соотношений (4) и (5) и, наоборот, по параметрам полос можно вычислить оптические характеристики пластинки, в частности ее фокусное расстояние.

Действительно, при  $l = \infty$  отрезки  $l' = l'' = f$  и  $a = 2f$ . Измерив радиусы  $k$ -й и  $m$ -й полос поля, из (4) можно определить фокус ЗП:

$$f = \frac{(k - m)\lambda L^2}{R_k^2 - R_m^2}. \quad (7)$$

Эта процедура аналогична определению радиуса кривизны линзы по кольцам Ньютона.

Если источник расположен в области от  $-f$  до 0 (от  $S_4$  до  $S_5$ ), в интерференционную картину начинают вносить вклад пучки  $+3$ -го,  $+5$ -го порядков, вплоть до  $+7$ -го. На экран в этих случаях попадают изображения источника в пучках  $+3$ -го,  $+5$ -го порядков (рис. 7). Характер явлений, наблюдаемых на экране, когда источник находится вблизи фокуса  $n$ -го порядка, аналогичен рассмотренным. При переходе через  $n$ -й фокус возникает скачок фазы, а в центре поля преобладают полосы  $(n, 0)$ -х порядков. Периферию поля занимают многолучевые полосы, хотя основные контрастные темные максимумы принадлежат полосам  $[0, +1]$ ,  $[+1, -1]$  и  $[0, -1]$ . Расстояние между выход-

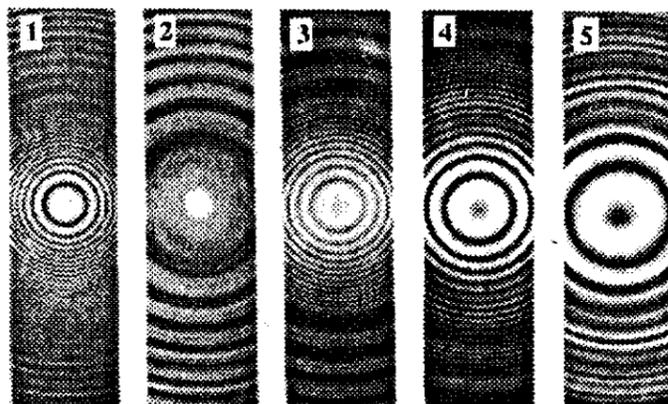


Рис. 6

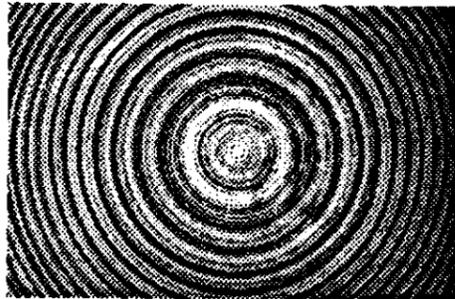


Рис. 7

ными зрачками для этих полос стремится к нулю. Ширина полос возрастает и при приближении источника к пластинке превышает поле зрения, т. е. становится равной бесконечности.

Если источник расположен в пространстве изображений (освещение сходящимся пучком), характер наблюдаемых явлений не меняется. Меняются как бы функции зрачков. Теперь при движении источника от пластинки к  $+\infty$  остается в фокальной зоне зрачок +1-го порядка, а не

-1-го, как было раньше. Последнее понятно из диаграммы рис. 5.

Подведем предварительные итоги. Сложную многолучевую интерференционную картину за ЗП можно интерпретировать как набор двухлучевых френелевских полос. В ряде случаев достаточно учитывать лишь три типа полос:  $[0, -1]$ ,  $[0, +1]$  и  $[+1, -1]$ . Параметры этих полос определяются из простых соотношений (5) и (6).

Для фазовой зонной пластинки Рэлея — Вуда наблюдаемые явления имеют некоторые особенности (рис. 8). В экспериментах применялась пластинка, рассчитанная в соответствии с соотношением (1). Если источник расположен в бесконечности, то при отсутствии 0-го порядка в поле зрения наблюдаются яркие и контрастные полосы типа  $[+1, -1]$  (рис. 8. 1). Если источник находится не в расчетном положении, то недифрагированный пучок 0-го порядка проходит через пластинку. Это приводит к образованию полос  $[0, -1]$ . Изменяя положение источника, можно подобрать такое расстояние между зрачками  $S$ ,  $S'$  и  $S''$ , что полосы типа  $[0, -1]$  будут находиться в промежутке между полосами  $[+1, -1]$  (рис. 8. 2). На рис. 8. 3 представлены сечения поля интерференции, когда пучки +1-го порядка фокусируются на экран, а периферию поля занимают полосы  $[0, -1]$ . Рис. 8. 4 соответствует случаю, когда источник находится вблизи пластинки.

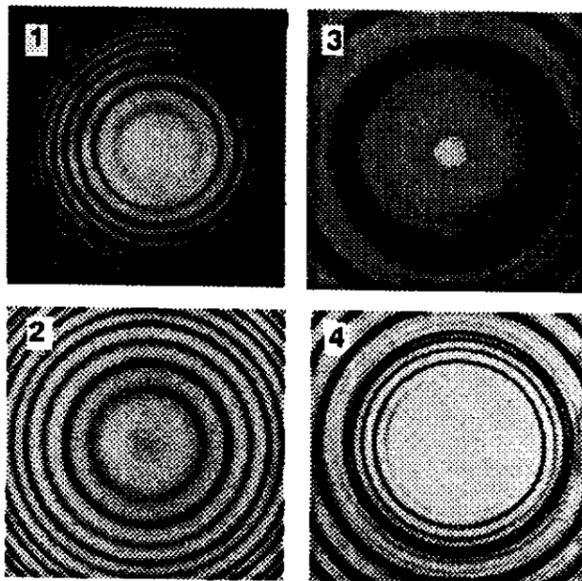


Рис. 8

Таким образом, характер интерференционных явлений для фазовой пластинки аналогичен рассмотренным выше.

**Контраст двухлучевых полос.** Оценим аналитически контраст двухлучевых интерференционных картин. Пусть на ЗП падает плоская однородная монохроматическая световая волна и освещенность ЗП равна  $E$ , тогда согласно закону сохранения энергии сила света  $I_n$  для вторичных источников, соответствующих фокусам  $n$ -го порядка, находится как

$$\eta_n E = I_n / f_n^2 \rightarrow I_n = \eta_n f_n^2 E, \quad (8)$$

где  $\eta_n$  — дифракционная эффективность  $n$ -го порядка,  $f_n = \frac{f'}{n}$ .

В плоскость наблюдения на площадку  $\tilde{S}$  попадает энергия  $\epsilon_n$  от  $n$ -го вторичного источника:

$$\epsilon_n = \eta_n f_n^2 E \frac{\tilde{S} \cos^3 \alpha_n}{\xi_n^2 n^2}, \quad (9)$$

где  $\xi_n$  — расстояние от плоскости наблюдения до фокальной плоскости  $n$ -го порядка ( $\xi_n = L - f'/n$ ;  $\operatorname{tg} \alpha_n = R_k / \xi_n$ ),  $\alpha_n$  — угол падения лучей на выбранную площадку. Согласно [9] контраст  $K$  интерференционной картины равен

$$K = \frac{2\sqrt{\epsilon_n/\epsilon_m}}{(\epsilon_n/\epsilon_m) + 1}, \quad (10)$$

где  $m, n$  — целые номера порядков дифракции;

$$\frac{\epsilon_n}{\epsilon_m} = \frac{\eta_n}{\eta_m} \left( \frac{m\xi_m}{n\xi_n} \right)^2 \left( \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_m} \right)^3. \quad (11)$$

Первый множитель формулы (11) определяет зависимость контраста от типа ЗП, второй — от местоположения плоскости наблюдения, а третий — от расстояния между точкой наблюдения и оптической осью. Наиболее сильно контраст зависит от дифракционной эффективности порядков и величины  $\xi$ , поэтому рассмотрим подробнее эти зависимости в приближении  $\cos \alpha_n \approx \cos \alpha_m \approx 1$ .

ЗП Френеля [12] имеет  $\eta_0 = 1/4$  для 0-го порядка,  $\eta_n = 1/(n^2 \pi^2)$  — для  $n$ -го порядка. В таблице приведены выражения для контраста  $K$  двухлучевых картин ( $n, m$ ) в зависимости от отношения  $x = L/f$ .

На рис. 9 даны соответствующие графики. Более высокие порядки не рассматривались, так как их дифракционная эффективность мала ( $\eta_3 = 1,1$ ;  $\eta_5 = 0,4$ ;  $\eta_7 = 0,2$  %), и в точке наблюдения интенсивности этих порядков в десятки и даже в сотни раз меньше интенсивности основных, если экран  $V$  удален от фокальных плоскостей 3-го, 5-го, 7-го и т. д. порядков.

Изменение знака  $K$  свидетельствует об «обращении» светлых и темных полос, т. е. их скачкообразном смещении на половину ширины полосы после прохождения световой волны через фокус. В монохроматическом свете это проявляется в гораздо более медленном, чем у рефракционных линз, спадании интенсивности в осевых точках после прохождения через фокус.

Легко находят аналогичные зависимости  $K(x)$  и для других типов ЗП, если известна зависимость  $\eta(n)$ .

Результаты экспериментов по определению контраста приведены на рис. 10 для ЗП Френеля и

$(n, m)$	[+1, -1]	[0, +1]	[0, -1]
$K$	$\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$	$\frac{4\pi(x - 1)}{\pi^2(x - 1)^2 + 4}$	$\frac{4\pi(x + 1)}{\pi^2(x + 1)^2 + 4}$

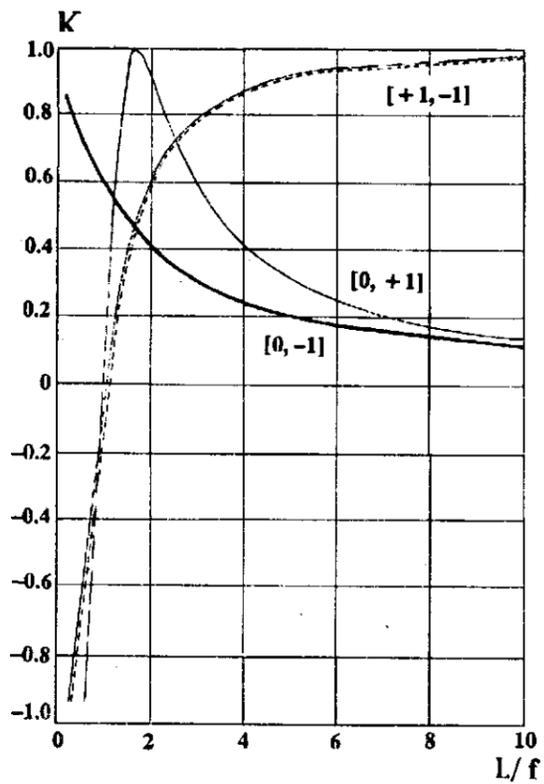


Рис. 9

на рис. 11 для ЗП Вуда. Наблюдается качественное совпадение экспериментальных и расчетных результатов. Количественные расхождения вызваны погрешностями изготовления ЗП и отличиями реальных значений дифракционных эффективностей от теоретических.

Из рис. 9 следует, что у ЗП Френеля на расстояниях  $x < 2,5$  практически всегда наблюдается многолучевая картина, при  $x > 10$  преобладает двухлучевая интерференция  $[+1, -1]$ -х порядков и лишь вблизи оси возникает слабая картина  $[+1, 0]$  на фоне яркого 0-го пучка.

Распределение интенсивности в интерференционных кольцах. Распределение интенсивности в поле интерференции можно представить в виде суммы по интерферирующим пучкам:

$$\sum_{m,n} A_n A_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{m,n}\right), \quad (12)$$

где  $A_n$  и  $A_m$  — амплитуды пучков  $n$ -го и  $m$ -го порядков;  $\delta_{m,n}$  — разность хода между парами интерферирующих пучков  $[m, n]$ .

Значения  $A_n$  и  $A_m$  могут быть определены для каждого типа ЗП из рассмотрения функции пропускания.

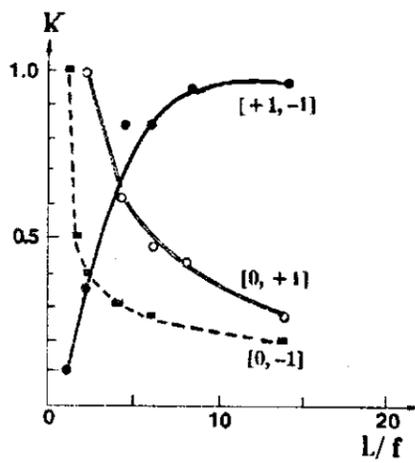


Рис. 10

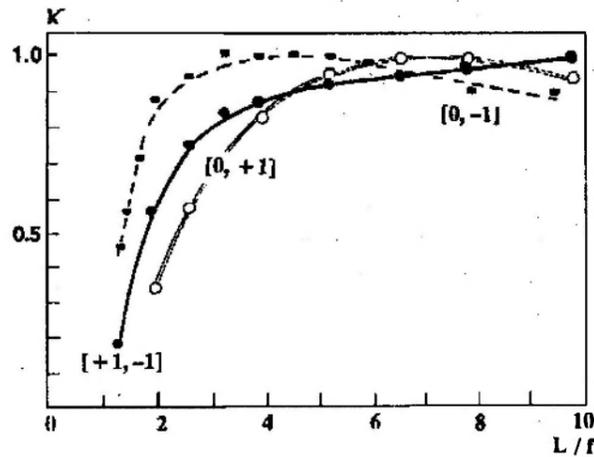


Рис. 11

При вычислении разности хода в соотношении (4) мы оперировали разностью стрелок прогиба для сферических волн от  $S$ ,  $S'$  и  $S''$  (см. рис. 1). Последнее допустимо при условии  $L \gg f$ . При точном решении задачи выражение для разности хода пучков будет иметь вид:

$$\delta_{m,n} = \left( \frac{R}{L - l'_m} \right)^2 \left( \frac{l'_m{}^2}{2l} ; \frac{L}{2} \right) - \left( \frac{R}{L + l'_n} \right)^2 \left( \frac{l'_n{}^2}{2f} ; \frac{L}{2} \right). \quad (13)$$

Величины  $l'_m$  и  $l'_n$  — это расстояния от ЗП до изображений источника, получаемых в  $n$ -м или  $m$ -м порядке, они связаны с соответствующими фокусами ( $f_n = f'/n$  и  $f_m = f'/m$ ) формулой линзы.

Как показано выше, обычно преобладает трехлучевая интерференция +1-го, -1-го и 0-го порядков. Для этого случая из (13) находим

$$\begin{aligned} \delta_{(+1,-1)} &= \left( \frac{y+1}{xy+x-y} \right)^2 \left( \frac{y}{(y+1)^2} + x \right) - \left( \frac{y-1}{xy-x+y} \right)^2 \left( \frac{y}{(y-1)^2} + x \right), \\ \delta_{(+1,0)} &= \left( \frac{y+1}{xy+x-y} \right)^2 \left( \frac{y}{(y+1)^2} + x \right) - \frac{1}{x+y}, \\ \delta_{(-1,0)} &= \left( \frac{y-1}{xy-x+y} \right)^2 \left( \frac{y}{(y-1)^2} + x \right) - \frac{1}{x+y}, \end{aligned} \quad (14)$$

где для удобства анализа использованы нормированные координаты:  $x = L/f$ ,  $y = l/f$ .

Тогда, учитывая (12) и (14), интерференционная часть сигнала будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & \frac{2y^2[x^2y^2 - (x-y)^2] \cos[(\pi f'/\lambda) \tilde{R}^2 \delta_{(+1,-1)}]}{\pi^2 [\tilde{R}^2(y+1)^2 + (x+xy-y)^2] [\tilde{R}^2(y-1)^2 + (-x+xy+y)^2]} + \\ & + \frac{y^2(x+y)(xy+x-y) \cos[(\pi f'/\lambda) \tilde{R}^2 \delta_{(+1,0)}]}{\pi [\tilde{R}^2 + (x+y)^2] [\tilde{R}^2(y+1)^2 + (x+xy-y)^2]} + \\ & + \frac{y^2(x+y)(xy-x+y) \cos[(\pi f'/\lambda) \tilde{R}^2 \delta_{(-1,0)}]}{\pi [\tilde{R}^2 + (x+y)^2] [\tilde{R}^2(y-1)^2 + (-x+xy+y)^2]}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $x = L/f$ ,  $y = l/f$ ,  $\tilde{R} = R/f$  — нормированные координаты.

Амплитуды волн нормированы таким образом, чтобы в плоскости ЗП в обратном ходе лучей амплитуда волны  $n$ -го порядка дифракции на оси равнялась  $\sqrt{\eta_n}$ . Это соответствует единичной амплитуде падающей волны.

На рис. 12 показаны расчетные зависимости интенсивности  $I$  от радиальной координаты  $R/f$  для ЗП Френеля в различных плоскостях  $V$ .

Если экран расположен в главной фокальной плоскости и освещающий пучок сколлимирован, то +1-й порядок фокусируется в кружок Эйри, а 0-й и -1-й порядки образуют четкую картину двухлучевой интерференции (рис. 12, *a*). Эта картина тщательно исследовалась: кроме визуального наблюдения и фотографирования, проводились измерения радиусов 25 первых интерференционных колец и результаты сравнивались с расчетными значениями. Относительная погрешность измерений зависит от ширины полос и резко уменьшается с увеличением номера полосы. Для первой темной полосы она составила 14, для третьей — 4, а для десятой — всего 0,1 %.

Рис. 12, *b* соответствует положению экрана на двойном фокусном расстоянии  $L = 2f$  (на рис. 12, *c*  $L = 10f$ ). Хорошо прослеживается изменение периода и контраста двухлучевых колец.

Наблюдение интерференции в белом свете. Из многочисленных публикаций по ЗП нам не удалось обнаружить экспериментальные работы, где были бы приведены результаты по наблюдению интерференции в белом свете. При таком освещении ЗП выполняет функции спектрального прибора, скрещенного с интерферометром. Это приводит к образованию необычной интерфе-

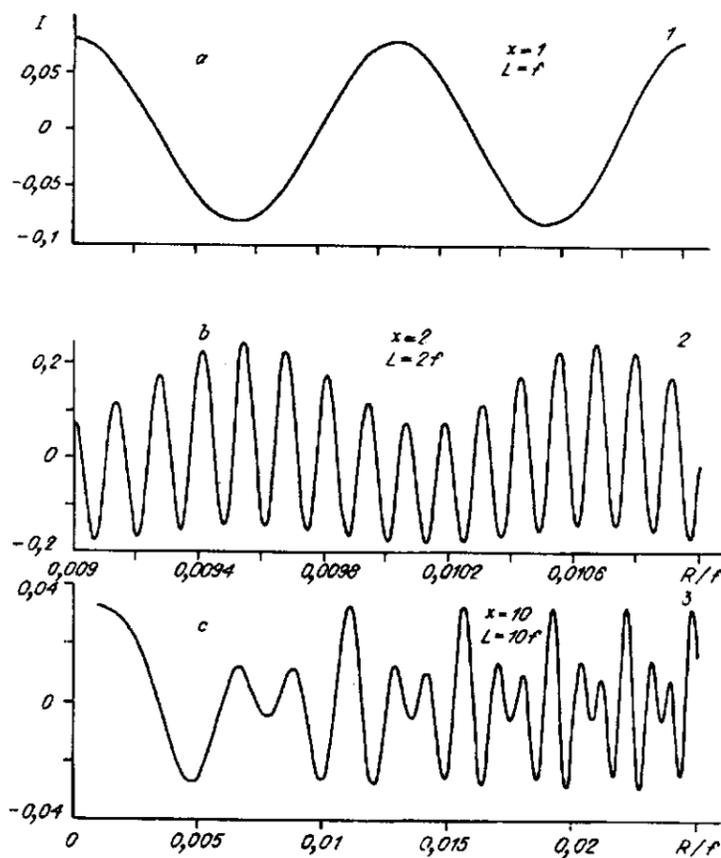


Рис. 12

ренционной картины, которой трудно найти аналоги в классической интерферометрии.

Обратимся к пространству изображений ЗП-интерферометра (см. рис. 1). Из-за дисперсии пластинки изображение источника  $S$  трансформируется в пучках  $+1$ -го порядка в спектр, вытянутый вдоль оптической оси. Выходные зрачки  $S'$  и  $S''$  будут представлять собой отрезки яркой разноцветной каустики, состоящей из точечных изображений  $S$  в разных длинах волн

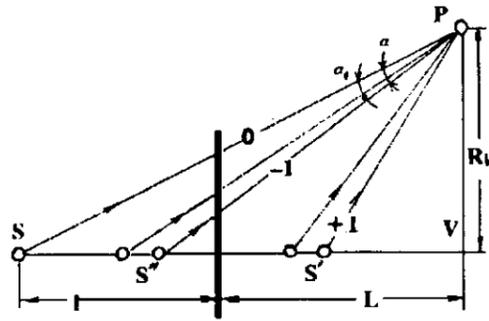


Рис. 13

видимого диапазона. Если экран  $V$  совместить с фиолетовым концом каустики, то ее яркое фиолетовое пятно будет наблюдаться на зелено-красном некогерентном фоне, который образуют пучки, расходящиеся из зеленых и красных фокусов каустики. На этом фоне видны двухлучевые полосы  $[0, -1]$ . При их образовании в точке  $P$  интерферируют прямые пучки от  $S$  и соответственные им пучки от  $S''$ . Пучки от источника к  $P$  для разных длин волн идут по одному и тому же направлению, от  $S''$  к  $P$  — по разным. Локальная ширина полосы в  $P$  равна

$$\lambda/\alpha, \quad (16)$$

где  $\alpha$  — угол между соответственными лучами для одной длины волны.

Из рис. 13 видно, что с ростом  $\lambda$  возрастает и  $\alpha$ . Если спектральный состав источника света таков, что  $\alpha$  линейно зависит от  $\lambda$ , то в  $P$  будет наблюдаться «квазахроматическая» полоса, так как для разных цветов ширины интерференционных полос будут практически одинаковы. В центре двухлучевых полос  $[0, -1]$  на оптической оси находится белая ахроматическая полоса 0-го порядка, а далее черное ахроматическое кольцо порядка  $1/2$  и 8—10 цветных полос. Если соотношение (16) выполняется, то наблюдается несколько черных ахроматических полос. В эксперименте это выявить не удалось из-за низкой яркости картины.

Интересной особенностью картины является инверсия цветов в окраске черной ахроматической полосы при прохождении через фокус. Если экран расположен между фокусами, то красная полоса находится на внутренней стороне (имеющей меньший радиус) темной полосы, а фиолетовая — на внешней. После перемещения экрана через фокальную область, удаленную от ЗП, фиолетовая окраска наблюдается на внутренней стороне темной полосы, а красная — на внешней.

С помощью полученных выражений легко оценить сдвиг максимумов в двухлучевых полосах при изменении  $\delta\lambda$  длины световой волны.

Если ЗП освещается коллимированным пучком света, то сдвиг максимума  $n$ -й полосы  $\partial R$ , отнесенный к ее ширине  $R_{k+1} - R_k$ , равен

$$\frac{\partial R}{R_{k+1} - R_k} = \frac{k}{\lambda} \frac{x+1}{x-1} \partial\lambda \quad \text{— двухлучевые полосы } [+1, 0]\text{-х порядков,} \quad (17)$$

$$\frac{\partial R}{R_{k+1} - R_k} = \frac{k}{\lambda} \frac{x+3}{x+1} \partial\lambda \quad \text{— двухлучевые полосы } [-1, 0]\text{-х порядков.}$$

Из (17) следует, что сдвиг максимума полосы зависит от ее номера  $n$ , положения плоскости наблюдения  $x = L/f$  и изменения длины волны. Найденные выражения отличаются от традиционных [7] наличием множителей,

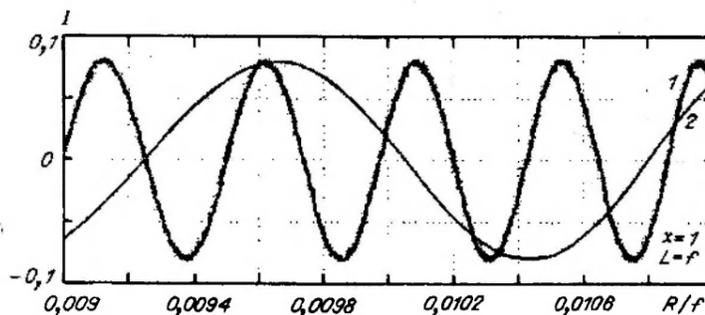


Рис. 14

зависящих от  $x$ . В эксперименте это проявляется сильной зависимостью окраски полос от местоположения плоскости наблюдения, особенно если  $x < 1$ . Рис. 14 иллюстрирует наложение двух систем полос различной ширины. Расчет проведен для двух длин волн  $\lambda_2 = 766,5$  (2) и  $\lambda_1 = 396,8$  нм (1) в двухлучевой картине [0, -1]-х порядков.

**Закключение.** При освещении ЗП точечным источником света за пластинкой образуются круговые, нелокализованные полосы Френеля. Их можно наблюдать в белом и монохроматическом свете. Глубина области интерференции составляет несколько десятков метров. В ближней зоне ( $L < f'/2$ ) поле заполнено многолучевыми полосами, в дальней ( $L \gg f'$ ) — двухлучевыми. В промежуточной области видны полосы смешанного типа, являющиеся оптическим переналожением двухлучевых картин, образованных дифрагированными пучками 0-го и  $\pm 1$ -х порядков.

Структуру поля задают двухлучевые полосы. Между их максимумами возникают побочные максимумы интерференции пучков высоких порядков дифракции. Центральная нулевая полоса картины является ахроматической. Она светлая, если интерферирующие волновые фронты инвертированы, в противном случае центральная полоса темная.

Интерференционные явления Френеля несут информацию об оптических параметрах ЗП, ее аберрациях, структуре зон и глубине фазового рельефа. Характерным примером здесь могут служить полосы за ЗП, имеющей эллиптические зоны.

Важной особенностью полос Френеля является их чувствительность к «микроструктуре» источника света, например, его модовому составу при освещении лазером или через световолокно.

В ЗП-интерферометре взаимодействующие пучки имеют одинаковые оптические пути вдоль общей оси. Для этого класса интерферометров типичной является относительная стабильность интерференционной картины по отношению к тепловым и вибрационным воздействиям.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Simpson M. J. Diffractive multifocal intraocular lens image quality // *Appl. Opt.*—1992.—31, N 5.—P. 3621.
2. Kimura Y., Sugama S., Ono Y. Compact optical head using a holographic optical elements for CD players // *Appl. Opt.*—1988.—27, N 4.—P. 668.
3. Shmahl G., Rudolph D., Guttman P., Christ O. Zone plates for X-ray microscopy // *X-ray Microscopy*.—Berlin: Springer, 1984.—P. 87.—(Springer Ser. Optic. Sci.; V. 43).
4. Smart R. N. An interferometer with zone plate // *Appl. Opt.*—1974.—13, N 5.—P. 1093.
5. Lohmann A. W. An interferometer with a zone plate as beam-splitter // *Optica Acta*.—1985.—12.—P. 1468.
6. Духопел И. И., Образцов В. С., Подоба В. И. Дифракционный интерферометр с рассеивающей пластинкой // *Опт.-мех. пром-сть*.—1991.—№ 1.
7. Захарьевский Л. Н. Интерферометры.—М.: Оборонгиз, 1952.

8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.—М.: Наука, 1970.
9. Коломийцов Ю. В. Интерферометры.—Л.: Машиностроение, 1976.
10. Вавилов С. И. Собр. соч.—Т. 2.—М.: Изд-во Академии наук СССР, 1952.
11. Young M. Zone plates and their aberrations // JOSA.—1972.—62.—Р. 972.
12. Коронкевич В. П., Пальчикова И. Г. Современные зонные пластинки // Автометрия.—1992.—№ 1.

*Поступила в редакцию 14 марта 1994 г.*

---

**Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!**