РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК Сибирское отделение

АВТОМЕТРИЯ

Nº 5

1994

УДК 681.327.68

В. С. Соболев, Г. А. Кащеева, И. В. Филимоненко

(Новосибирск)

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МАГНИТООПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА ФАЗОВОЙ ОШИБКИ

Предложена модель магнитооптического сигнала, учитывающая величину цифровой апертуры объектива и скорость вращения диска. Сравниваются два способа аналого-импульсного преобразования этого сигнала (пороговый и дифференциальный) с точки зрения отношения сигнал/шум и флуктуаций фазы преобразованиого сигнала. Обосновывается предпочтительность дифференциального способа преобразования. Показано, что использование оптимальной фильтрации, согласованной с крутизной сигнала, обеспечивает минимально возможное значение фазовой ошибки «дрожания» фронта импульса, определяющей точность считывания информации.

Введение. Информация на магнитооптическом диске так же, как и на обычном жестком, хранится в виде перемагниченных участков его активного слоя. В режиме чтения отраженное от этого слоя излучение лазера вследствие эффекта Керра претерпевает поворот плоскости поляризации и с помощью анализаторов, а затем фотоприемников преобразуется в аналоговый электрический сигнал. Поскольку декодирование и собственно чтение данных осуществляются средствами цифровой техники, то вначале производится преобразование полученного сигнала в импульсы ТТЛ-уровней. Эта операция осуществляется аналоговой электронной частью накопителя. В силу особенностей кодирования/декодирования данных на оптических дисках преобразование должно проводиться таким образом, чтобы флуктуации фронтов сформированных импульсных сигналов (фазовые ошибки), обусловленные присутствием неизбежных шумов канала чтения, были минимальными. Решению именно этой задачи и посвящена настоящая работа. С этой целью вначале находится модель магнитооптического сигнала, а затем определяется процедура аналого-импульсного преобразования по критерию минимума фазовой ошибки в полученном выходном сигнале.

Модель сигнала. Единице информации, записанной на магнитооптическом диске, соответствует перемагниченный микроучасток его активного слоя, который по аналогии с локальными углублениями на компакт-дисках условно назовем питом. Размеры этого участка определяются распределением интенсивности лазерного излучения в фокусе объектива, временем записи и скоростью вращения диска. Будем полагать, что мощность излучения лазера выбрана такой, что диаметр участка активного слоя, прогреваемого до температуры, превышающей точку Кюри или точку компенсации, равен диаметру аппаратной функции объектива на уровне 0,7 ее максимума. Поскольку перемагничивание диска осуществляется полем значительной интенсивности, обеспечивающим режим насыщения, распределение намагниченности записанного участка можно считать равномерным. Учитывая высокое заполнение апертуры записывающего объектива, можно полагать, что распределение интенсивности излучения в фокусе совпадает с его аппаратной функцией [1]:

$$U(z) = \left\{ \frac{2J_1[2\pi(NA)r/\lambda]}{2\pi(NA)r/\lambda} \right\},\tag{1}$$

где J(z) — функция Бесселя первого рода; NA — цифровая апертура объектива; λ — длина волны лазерного излучения; r — расстояние от центра пучка до рассматриваемой точки: $r = \sqrt{\chi_1^2 + y_1^2}$; x_1, y_1 — ее координаты.

рассматриваемой точки: $r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$; x_1 , y_1 — ее координаты. График функции (1) приведен на рис. 1, *а* в форме $U(z) = 4J^2(z)/z^2$, где $z = 2\pi (NA)r/\lambda$. Для характерных значений NA = 0,56 и $\lambda = 0,78$ мкм диаметр пятна на уровне 0,7 максимальной интенсивности будет равен 0,52 мкм. Этот размер соответствует диаметру записанного пита без учста движения диска.

При записи информации на вращающийся диск длина записанного пита (без учета динамики нагрева) будет равна произведению линейной скорости перемещения точки фокусировки луча на время записи плюс диамстр лазерного пятна на уровне 0,7. Его ширина будет определяться только диаметром луча. Таким образом, форма записанного пита будет иметь вид, показанный на рис. 1, b: прямоугольный участок в центре, замыкаемый полуокружностями по краям. Длина прямоугольного участка $l_{\rm np}$ определяется как $l_{\rm np} = v_{\rm лин} t_{\rm san}$, где $v_{\rm лин} = \omega r$ — линейная скорость перемещения соответствующей точки на дорожке диска; $t_{\rm заn}$ — время записи; $\omega = 2\pi n$ — угловая скорость вращения диска; n — число оборотов диска в секунду; r — радиус соответствующей дорожки на диске. Для заданных значений угловой скорости n = 30 об./с, стандартного времени записи $t_{\rm san} = 40$ нс и внешнего и внутреннего диаметров диска $D_{\rm ext} = 130$ мм и $D_{\rm in} = 60$ мм получим следующие значения длин участков ($l_{\rm ext}$ и $l_{\rm in}$), на которых записан пит:

$$l_{\text{ext}} = l_{\text{np.ext}} + D_{0,7} = \pi n D_{\text{ext}} t_{\text{san}} + D_{0,7} = 1 \text{ MKM}, \tag{2}$$

$$l_{\rm in} = l_{\rm np,in} + D_{0,7} = \pi n D_{\rm in} t_{\rm san} + D_{0,7} = 0,75 \text{ MKM.}$$
(3)

Сигнал, считываемый с магнитооптического диска, представляет собой интеграл свертки аппаратной функции объектива (1) и сигнальной функции записанного канального пита. Сигнальная функция определяется как интенсивность отраженного света с единицы поверхности пита. Ее значение предполагается постоянным, поскольку величины намагниченности и коэффициента отражения одинаковы для всей рассматриваемой поверхности. В целях упрощения выкладок (без существенных потерь в точности оценок) примем, что площадка записанного пита имест вид прямоугольника шириной $D_{0,7}$ и длиной



••

 $l_{
m skb} = l_{
m np} + \Delta l$, где Δl находится из условия $\Delta l \times D_{0,7} = \pi D_{0,7}^2 / 4$. При вращении диска записанный пит перемещается относительно неподвижного объектива в направлении оси х и сигнал, получаемый от диска, можно найти следующим образом:

$$I(x) = \int_{x_1 = x_H y_1 = y_H}^{x_1 = x_H y_1 = y_H} U_1(x - x_1, y_1) U_2(x_1, y_1) dx_1 dy_1,$$
(4)

где $U_1(x - x_1, y_1)$ — сигнальная функция интенсивности отраженного света от записанного пита; U₂(x₁, y₁) — аппаратная функция объектива; $U_1(x - x_1, y_1) = 1 = \text{const в пределах } x_H + x_K, y_H + y_K, \text{где } x_H, x_K - \text{начальный и}$ конечный пределы интегрирования по направлению x, а ун, ук — соответственно по направлению у; х — величина перемещения центра пита относительно оси луча при вращении диска:

$$x_{\rm R} = x - l_{\rm 2KB}/2, \quad x_{\rm K} = x + l_{\rm 2KB}/2; \qquad y_{\rm H} = -D_{0,7}/2, \quad y_{\rm K} = +D_{0,7}/2,$$

где $l_{\text{экв}}$ — эквивалентная длина пита, определяемая как $l_{\text{экв}} = l_{\text{пр}} + \pi D_{0,7}/4$. Поскольку интеграл (4) в явном виде не существует, аппроксимируем аппаратную функцию U(z) гауссоидой вида $\exp(-z^2/4)$, при этом для интересующего диапазона значений z (когда $\exp(-z^2/4) \ge 0,7$) погрешность ап-проксимации не превышает долей процента. В данном случае $z = \gamma r$, $\gamma =$ $= 2\pi (NA)/\lambda, r^2 = x_1^2 + y_1^2$. Для заданных значений NA = 0,56 и $\lambda = 0,78$ мкм получим $\gamma = 4,51 + 10^6 1/м$. С учетом проведенных упрощений выражение (4) можно записать в виде

$$I(x) = \int_{x_1 = x - l_{3KB}/2}^{x_1 = x + l_{3KB}/2} \int_{y_1 = -D_{0,7}/2}^{y_1 = x + D_{0,7}/2} \exp\left[-\frac{\gamma^2}{4}(x_1^2 + y_1^2)\right] dx_1 dy_1 =$$

=
$$\int_{y_1 = -D_{0,7}/2}^{y_1 = x - L_{3KB}/2} \exp\left[-\frac{\gamma^2}{4}y_1^2\right] dy_1 \int_{x_1 = x - L_{3KB}/2}^{x_1 = x + L_{3KB}/2} \exp\left[-\frac{\gamma^2}{4}x_1^2\right] dx_1.$$
(5)

Первый интеграл в (5), который обозначим как А₁, является постоянной величиной для заданных условий записи информации и равен в соответствии c [2]

$$A_{1} = \int_{y_{1} = -D_{0,7/2}}^{y_{1} = +D_{0,7/2}} \exp\left[-\frac{\gamma^{2}}{4}y_{1}^{2}\right] dy_{1} = \frac{2\sqrt{\pi}}{\gamma} \operatorname{erf}\left(\frac{\gamma}{2}\frac{D_{0,7}}{2}\right).$$
(6)

Второй интеграл в (5), обозначаемый как A2, является функцией смещения х и несет информацию о сигнале. В силу симметричности аппаратной функции будем рассматривать только положительные смещения х. Тогда для А2 можно записать:

$$A_{2} = \int_{x_{1}=x-l_{3KB}/2}^{x_{1}=x+l_{3KB}/2} \exp\left[-\frac{\gamma^{2}}{4}x_{1}^{2}\right] dx_{1} = \int_{x-l_{3KB}/2}^{0} \exp\left(-\frac{\gamma^{2}}{4}x_{1}^{2}\right) dx_{1} + \int_{0}^{x+l_{3KB}/2} \exp\left(-\frac{\gamma^{2}}{4}x_{1}^{2}\right) dx_{1} = \\ = \frac{2\sqrt{\pi}}{\gamma} \left\{ \exp\left[\frac{\gamma}{2}\left(x+l_{3KB}/2\right)\right] - \exp\left[\frac{\gamma}{2}\left(x-l_{3KB}/2\right)\right] \right\}.$$
(7)

Если $x < l_{3RB}/2$, т. е. $(x - l_{3RB}/2) < 0$, то erf(-z) = -erf(z), и тогда в фигурных скобках выражения (7) будем иметь сумму двух слагаемых. Возвращаясь к (5), с учетом (6) и (7) получим

$$I(x) = I_0 A_1 A_2(x, \gamma, l_{\text{SEB}}/2) = A_3 \left\{ \text{erf}\left[\frac{\gamma}{2} \left(x + l_{\text{SEB}}/2\right)\right] - \text{erf}\left[\frac{\gamma}{2} \left(x - l_{\text{SEB}}/2\right)\right] \right\},$$
(8)



где
$$A_3 = \frac{4\pi}{\gamma^2} \operatorname{erf}\left(\frac{\gamma}{2} \frac{D_{0,7}}{2}\right).$$

Графически зависимость (8) представлена на рис. 2, *a*, где входящие в (8) значения γ и $l_{3\kappa B}$ определены выше ($\gamma = 4,51 \cdot 10^6 \ 1/m$; $l_{3\kappa B,ext} = 0,9$ мкм; $l_{3\kappa B,in} = 0,65$ мкм). Полученная зависимость может быть с точностью не хуже десятых долей процента (рис. 2, *b*) аппроксимирована гауссоидой. Тогда аналитическая модель сигнала примет вид:

$$I(x) = I_0 \exp(-0.36x^2/x_{0,7}^2), \qquad (9)$$

1

где $x_{0,7}$ — полуширина кривой на уровне 0,7 от ее максимума. Для рассматриваемых параметров системы будем иметь $(x_{0,7})_{ext} = 0,4$ мкм; $(x_{0,7})_{in} = 0,34$ мкм. При переходе во временную область, полагая x = vt и, следовательно, t = x/v и $t_{0,7} = x_{0,7}/v$, получим окончательную модель сигнала во временной области:

$$I(t) = I_0 \exp(-0.36t^2/t_{0,7}^2) = I_0 \exp(-\alpha t^2),$$
(10)

где $(t_{0,7})_{\text{ext}} = 0,4$ мкм/12,25 м/с = 32 нс, $(t_{0,7})_{\text{in}} = 0,34$ мкм/5,65 м/с = 60 нс, $\alpha = 0,36/t_{0,7}^2$.

Для последовательности N битов результирующий сигнал можно представить в виде

$$I(t) = \sum_{i=1}^{N} C_i \exp[-0.36(t-t_i)^2/t_{0.7}^2].$$
(11)

Осциллограмма реального магнитооптического сигнала представлена на рис. 3. Видно (правая часть осциллограммы), что сигналы от отдельных питов, действительно, близки к гауссовой форме, а при более плотной записи, как следует из (11), происходит их переналожение.

Аналого-импульсное преобразование магнитооптических сигналов. Особенностью кодов, используемых в устройствах оптической дисковой памяти [1—5], является жесткая привязка записываемых или считываемых питов к тактовому интервалу частоты, синхронизирующей работу накопителя. Записываются при этом только единицы канальных бит, а все богатство регистрируемой информации заключено в промежутках между ними. С учетом сказанного достоверность чтения данных в присутствии неизбежных шумов может быть обеспечена только при минимально возможной фазовой ошибке

3* 35



Puc. 3

аналого-импульсного преобразования получаемых сигналов. На практике используется два способа такого преобразования. Первый из них - пороговый — заключается в том, что преобразуемые сигналы подаются на компаратор, который сравнивает их с некоторым заданным порогом (П). По его достижении формируется передний фронт импульса, длительность которого соответствует времени превышения сигналом порогового уровня. Данный способ преобразования иллюстрируется рис. 4, а. Как следует из теории подобных преобразований [3], с целью минимизации ошибок пороговый уровень выбирается таким образом, чтобы крутизна аналогового импульса в точке пересечения с порогом была максимальной. Основным недостатком этого способа является сильная зависимость фазы импульсного сигнала (положения его переднего или заднего фронтов на оси времени) от значений амплитуды исходных сигналов и величины паразитного низкочастотного пьедестала.

Второй способ преобразования предполагает предварительное дифференцирование исходного сигнала с последующей подачей его на компаратор с нулсвым пороговым уровнем. Соответствующий принцип преобразования иллюстрируется рис. 4, b. Этот способ более предпочтителен, поскольку исключает влияние низкочастотной компоненты и колебаний амплитуды сигналов. Кроме того, местоположение заднего фронта сформированного импульса, соответствующее нуль-пересечению его производной, практически совпадает с центром записанного канального пита. Однако при дифференцировании сигнала подвергается дифференцированию и шум, присутствующий в сигнале, что, естественно, вызывает резкое возрастание амплитуд высокочастотных спектральных составляющих шума. Таким образом, отношение сигнал/шум на входе компаратора в результате дифференцирования входного сигнала ухудшается.

Оценка ошибок аналого-импульсного преобразования сигналов. В качестве модели шума примем нормальный случайный процесс с постоянной спсктральной плотностью N₀ в полосе f_c пропускания фотоприемника. Такая модель отвечает действительности, поскольку применяемый в магнитооптических накопителях дифференциальный фотоприемник позволяет существенно подавить шумы лазера и шумы диска. Нескомпенсированным остается лишь дробовой шум, статистические характеристики которого, как известно, соответствуют выбранной модели. Будем полагать также, что форма сигнала U(t)является гауссовой (см. выражение (10)) и в заданной полосе частот fc не искажается. Дисперсия рассматриваемого шума будет, как известно, равна

 $\sigma_{\rm m}^2 = N_0 f_{\rm c} [3].$



Отношение шум/сигнал обозначим через С1:

$$\sigma_{\rm m}/U_0 = C_1 = \sqrt{N_0 f_c} / U_0, \tag{12}$$

где U₀ — амплитуда сигнала.

Вначале проанализируем ошибки порогового способа преобразования. Пусть на вход компаратора поступают импульсный сигнал гауссовой формы и аддитивный флуктуационный шум с нулевым средним значением и малой дисперсией ($\sigma_{\rm m} \ll A$, где A — заданный пороговый уровень, рис. 5). Будем полагать, что при отсутствии флуктуационного шума сигнал достигает порогового значения в некоторый момент времени t_0 , определяемый равенством

$$U(t_0) = A. \tag{13}$$

При наличии флуктуаций $\xi(t)$ момент t_1 достижения порогового уровня сигнала и шума будет отличаться от



Puc. 5

37

· · · · · · · · · · · ·

Поскольку дисперсия флуктуационного шума предполагается малой, то и смещение формируемого импульса также будет малым. Поэтому левую часть равенства (14) можно разложить в степенной ряд в окрестности точки t_0 и ограничиться линейным приближением относительно Δ . Таким образом, равенство (14) можно записать в следующем виде:

$$U(t_0 - \Delta) + \xi(t_0 - \Delta) = U(t_0) + \xi(t_0) - U(t_0)\Delta - \xi(t_0)\Delta = A,$$
(15)

где $\dot{U}(t_0) = dU/dt$; $t = t_0$.

С учетом (13) из (15) можно получить выражение для ∆:

$$\Delta = \frac{\xi(t_0)}{U(t_0) + \dot{\xi}(t_0)} = \frac{\xi(t_0)}{\dot{U}(t_0)[1 + \dot{\xi}(t_0)/\dot{U}(t_0)]} = \frac{\xi(t_0)}{\dot{U}(t_0)} \left[1 - \frac{\dot{\xi}(t_0)}{\dot{U}(t_0)} + \frac{\dot{\xi}^2(t_0)}{\dot{U}^2(t_0)} \cdots \right].$$
 (16)

Обозначим дисперсию производной $\xi(t_0)$ флуктуационного шума через σ_1^2 . Тогда при выполнении неравенства $\sigma_1^2 \ll U(t_0)$ из (16) получим

$$\Delta = \frac{\xi(t_0)}{\dot{U}(t_0)}; \qquad \sigma_{\star} = \frac{\sigma_{\xi}}{\dot{U}(t_0)}$$
(17)

Вводя обозначение $\sigma_{\xi} = \sigma_{\rm m}$, где σ_{ξ} — среднеквадратичное значение шума, получим выражение для среднеквадратичного значения фазовой ошибки, под которым понимается временной сдвиг момента срабатывания аналого-им-пульсного преобразователя по достижении суммой сигнала и шума заданного порога,

$$\sigma_{A} = \sigma_{a} / \dot{I} I(t_{a}) \tag{18}$$

Максимальное значение крутизны и соответствующий ему момент времени *t*_{max} могут быть найдены исходя из условия

$$\dot{U}(t) = \dot{U}_{\text{max}}$$
 при $d\dot{U}(t)/dt = 0$, т.е. $d^2 U/dt^2 = 0$. (19)

Определяя первую и вторую производные сигнала (10) и приравнивая последнюю нулю, находим

$$t_{\max} = 1/\sqrt{2\alpha}; \qquad |\dot{U}_{\max}| = (\sqrt{2\alpha})U_0 \exp(-0.5),$$
 (20)

где $\alpha = \frac{0.50}{t_{0.7}^2}$. Амплитуда сигнала в этот момент равна 0,6 максимального значения.

Таким образом, в соответствии с (18) и (20) минимальное среднеквадратичное значение фазовой ошибки при пороговом способе преобразования определится как

$$\sigma_{\Delta t} = \sigma_{\mu t} / \dot{U}(t_0) = \sqrt{N_0 f_c} \exp(0.5) / (\sqrt{2\alpha} U_0).$$
(21)

Если от абсолютной величины фазовой ошибки (21) перейти к относительной, взяв в качестве базы отрезок времени, соответствующий длине пита $t_{0,7} = 0.6/\sqrt{\alpha}$ и, следовательно, тактовому интервалу следования канальных бит, получим

$$\varepsilon_n = \frac{\sigma_M}{t_{0.7}} = 1,95C_1. \tag{22}$$

Таким образом, фазовая ошибка порогового способа аналого-импульсного преобразования определяется только отношением шум/сигнал на входе и превышает его почти в 2 раза.



Рассмотрим теперь второй способ. После дифференцирования односторонняя спектральная плотность шума в соответствии с [3] определится как

$$S_{du}(\omega) = \omega^2 S_{\rm m}(\omega) = \omega^2 N_0/2. \tag{23}$$

Его дисперсия и среднеквадратичное значение будут равны

Отношение шум/сигнал для дифференциального способа преобразования определится отношением выражений (25) и (20)

• • • •

$$\frac{\sigma_{du}}{U_{dmax}} = \left[2\pi f_{c} \exp(0,5) / \sqrt{6\alpha} \right] C_{1}.$$
(26)

Чтобы оценить полученный результат, в качестве полосы пропускания фотоприемника f_c примем эквивалентную ширину амплитудного спектра сигнала $S(j\omega)$, определенную следующим образом:

$$f_{\text{SKB}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)| \, d\omega = \sqrt{\alpha/\pi} \, .$$

Подставляя $f_c = f_{3KB} = \sqrt{\alpha/\pi}$ в (26), получим

$$\frac{\sigma_{dili}}{U_{dmax}} = 2,38C_1.$$

Сравнивая этот результат с (12), видим, что дифференцирование, действительно, существенно увеличило отношение сигнал/шум.

Величина фазовой ошибки для данного способа преобразования может быть определена на основании выражения (18), где вместо σ_{μ} необходимо использовать $\sigma_{d\mu}$ (25), а вместо крутизны \dot{U}_0 — крутизну \dot{U}_d , определяемую путем двойного дифференцирования выражения (10) и нахождения \dot{U}_{dmax} :

$$\dot{U}_{d} = \frac{dU(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[-2\alpha t U_{0} \exp(-\alpha t^{2}) \right] = -2\alpha U_{0} (1 - 2\alpha t^{2}) \exp(-\alpha t^{2}),$$
$$\dot{U}_{d} = \dot{U}_{dmax} \quad \text{при} \quad d\dot{U}_{d}/dt = 0,$$
(27)

т. е.

$$-U_0(2\alpha t)[3-2\alpha t^2]\exp(-\alpha t^2)=0.$$

Решением уравнения (27) будут значения t = 0 и $t = \pm \sqrt{3/2\alpha}$. При этом

$$\dot{U}_{dmax} = 2\alpha U_0$$
 при $t = 0.$ (28)

Величина абсолютной фазовой ошибки с учетом (25), (28) и (18) будет равна

$$\sigma_{\Delta u(d)} = \sigma_{du} / \dot{U}_{dmax} = C_1 \frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{f_c}{\alpha}, \qquad (29)$$

а величина относительной фазовой ошибки составит

$$\varepsilon_{(d)} = \frac{\sigma_{\Delta f(d)}}{(0.6/\sqrt{\alpha})} = \frac{\pi f_c}{1.038\sqrt{\alpha}} C_1.$$
(30)

39

ĥ

Если так же, как и ранее, подставить сюда $f_c = \sqrt{\alpha/\pi}$, получим окончательно $\varepsilon_{(d)} = 1,7C_1$.

Сравнивая полученное значение величины относительной фазовой ошибки при дифференцировании сигнала и шума с выражением (22) (без дифференцирования) ($\varepsilon_n = 1,95C_1$), получаем, что дифференцирование смеси сигнала и шума уменьшает величину фазовой ошибки на 13 %. На первый взгляд, этот небольшой выигрыш не позволяет однозначно высказаться в пользу аналого-импульсного преобразования с дифференцированием, но следует иметь в виду, что нами анализировался случай постоянной амплитуды сигнала, т. е. случай, когда в тракте чтения работает идеальная система автоматической регулировки усиления (АРУ). Если же допустить флуктуации амплитуды, например, в 20 %, то дополнительная относительная фазовая ошибка даже в отсутствие шума составит 22 %. Таким образом, при использовании первого способа без системы АРУ, наряду с ошибкой по фазе, обусловленной шумом, получим существенную добавку от флуктуаций амплитуды, в то время как при использовании способа с дифференцированием нестабильность амплитуды практически не вносит дополнительной ошибки по фазе. Кроме того, следует отметить, что если амплитуда сигнала уменьшится более чем на 50 %, то в первом случае (пороговом) при отсутствии АРУ возникает катастрофическая ситуация, поскольку весь сигнал окажется ниже уровня порога и тракт чтения вообще не будет работать. Учитывая изложенное, на практике предпочтение следует отдать способу преобразования с дифференцированием.

Оптимальная фильтрация сигналов магнитооптического диска по критерию минимума фазовой ошибки. Из предыдущего рассмотрения следует, что величина фазовой ошибки прямо пропорциональна среднсквадратичному значению шума. Поэтому одной из главных задач предварительной обработки получаемых сигналов является максимальное подавление сопровождающего шума. Из теории помехоустойчивого приема [4] известно, что при заданной форме сигнала и известных статистических характеристиках шума простейшим решением задачи является применение оптимальной согласованной фильтрации. Оптимальные фильтры, согласованные по крутизне входного сигнала, как показано в [4], обеспечивают на своем выходе максимальное отношение пикового значения крутизны сигнала к среднеквадратичному значению помехи (шума), т. е. величина фазовой ошибки (в соответствии с ес определением (18)) при использовании таких фильтров будет минимальной. Синтез фильтра, оптимального по крутизне входного сигнала, требует знания его передаточной функции (комплексной частотной характеристики), которая, как известно [4], в случае воздействия на вход фильтра аддитивной смеси сигнала и нормального белого шума совпадает по форме с комплексно сопряженным спектром производной входного сигнала и связана с ним следующим соотношением:

$$K_1(j\omega) = b_1 S_U^*(j\omega) \exp(-j\omega t_{\rm s}), \qquad (31)$$

где b_1 — некоторая не зависящая от частоты постоянная соответствующей размерности, характеризующая усиление фильтра; $t_{\rm k}$ — момент времени, соответствующий максимуму крутизны выходного сигнала.

Выражение для амплитудного спектра S_U(jw) входного сигнала (10) определяется его фурье-преобразованием и имеет вид

$$S_U(j\omega) = U_0 \sqrt{\pi/\alpha} \exp(-\omega^2/4\alpha). \tag{32}$$

Выражение для амплитудного спектра производной сигнала (10) может быть найдено или как фурье-преобразование этой производной $(\dot{U}(t) = U_0(-2\alpha t)\exp(-\alpha t^2))$, или по формуле [6]

$$S_{U}(j\omega) = j\omega S_{U}(j\omega), \qquad (33)$$

откуда с учетом (32) получим

$$S_{\dot{U}}(j\omega) = j\omega U_0 \sqrt{\pi/\alpha} \exp(-\omega^2/4\alpha).$$
(34)

На основании выражений (31) и (34) можно записать:

$$K_1(j\omega) = b_1(j\omega)U_0\sqrt{\pi/\alpha}\exp(-\omega^2/4\alpha)\exp(-j\omega t_{\kappa}). \tag{35}$$

Выражения для дисперсии шума $\sigma_{\rm m}^2$, сигнала на выходе фильтра $U_{\rm abrx}(t)$ и производной выходного сигиала $\dot{U}_{\rm abrx}(t)$ могут быть с учетом (35) и (32) записаны следующим образом:

$$\sigma_{\rm nr}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\rm nr}(\omega) |K_1(j\omega)|^2 d\omega = (b_1^2/4) U_0^2 N_0 \sqrt{2\pi\alpha}, \qquad (36)$$

$$U_{\rm BbIX}({\bf k})(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_U(j\omega) K_1(j\omega) e^{j\omega t} d\omega =$$

= $(b_1/2) U_0^2 \sqrt{2\pi\alpha} (t - t_{\bf k}) \exp[-\alpha (t - t_{\bf k})^2/2],$ (37)

$$\dot{U}_{Bbtx}(\mathbf{x})(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega S_U(j\omega) K_1(j\omega) e^{j\omega t} d\omega =$$

= $(b_1/2) U_0^2 \sqrt{2\pi\alpha} \left[1 - \alpha (t - t_k)^2 \right] \exp\left[-\alpha (t - t_k)^2 / 2 \right],$ (38)

где $S_{\rm m}(\omega)$ — спектральная плотность мощности шума $N_0/2$; индекс (к) означает оптимизацию по крутизне.

Из (38) следует, что максимальное значение производной имеет место в точке $t - t_{\rm g} = 0$, при этом

$$\dot{U}_{\text{Bbbx. max}} = (b_1/2)U_0^2 \sqrt{2\pi\alpha}$$
. (39)

Графически общий вид входного, выходного сигналов и производной выходного сигнала, определяемых выражениями (10), (37) и (38), показан на рис. 6, *а.* Переходя к определению фазовой ошибки (18), с учетом (36) и (39) получим

$$\sigma_{\Delta t(\Phi)} = \frac{(b_1/2)U_0\sqrt{N_0}}{(b_1/2)U_0^2\sqrt{2\pi\alpha}} = \frac{\sqrt{N_0}}{U_0}\frac{1}{\sqrt[4]{2\pi\alpha}}.$$
(40)

Выражение (40) дает среднеквадратичное значение минимально возможной фазовой ошибки. Для относительной фазовой ошибки, которую определяем аналогично (22), получим

$$\varepsilon_{\phi(\kappa)} = \frac{\sigma_{\Lambda}(\phi)}{(1/\sqrt{\alpha})} = 1,66 \frac{\sqrt{N_0}}{U_0} \sqrt[4]{\alpha/(2\pi)}.$$
(41)

Отметим, что в момент t = 0, соответствующий максимальной крутизне сигнала на выходе фильтра, выходное напряжение $U_{\rm sbix}(t) = 0$ (см. (37)). Эта точка является центром симметрии выходного импульса и ее положение на оси времени не зависит от уровня сигнала. В отличие от порогового способа аналого-импульсного преобразования в рассматриваемом случае напряжение порога ($U_{\rm nop}$) срабатывания компаратора устанавливается отрицательным и равным выбранному значению гистерезиса. Таким образом, задний фронт формируемого импульса совпадает с моментом времени, соответствующим нульпересечению выходного сигнала фильтра, как показано на рис. 6, b. Фазовая

4 Автометрия № 5, 1994 г.



Puc. 6

ошибка при этом будет минимальной, а задний фронт сформированного импульса будет точно соответствовать центру записанного пита.

Система фазовой автоподстройки частоты накопителя (ФАПЧ) исходя из этого строится таким образом, чтобы подстройка осуществлялась именно задним фронтом сформированного импульса, а частота управляемого генератора была бы в 2 раза выше тактовой частоты записи канальных бит. Такой режим работы компаратора и системы ФАПЧ будет оптимальным с точки зрения достоверности чтения. При данном способе компарирования значение фазовой ошибки не будет зависеть от амплитуды сигнала, что можно рассматривать как серьезное преимущество данного вида фильтрации, так как стандарт на диски допускает разброс значений их отражательной способности, а следовательно, и амплитуды сигнала в 3 раза.

Сравним результаты преобразования сигналов при оптимальной фильтрации по крутизне и амплитуде. Фильтрация по амплитуде, как известно, обеспечивает максимально возможное значение отношения амплитуды выходного сигнала к среднеквадратичному значению шума и успешно применяется в тех случаях, когда необходимо зафиксировать сам факт наличия или отсутствия сигнала на фоне шума. Найдем величину фазовой ошибки и отношение шум/ сигнал для фильтра, оптимизированного по амплитуде сигнала. Значение фазовой ошибки в рассматриваемом случае, как и раньше, будет определяться выражением (18), комплексная частотная характеристика оптимального фильтра $K(j\omega)$ представлена выражением, аналогичным (31), а амплитудный спектр $S_U(j\omega)$ имеет вид (32). Выражения для среднеквадратичного значения шума на выходе фильтра, выходного сигнала $U_{вых}$ и его производной в соответствии с [4] будут представлены следующим образом:

$$\sigma_{uu(a)} = (b_a/2) U_0 \sqrt{N_0} \sqrt[4]{2\pi/\alpha};$$
(42)

$$U_{\rm abox}(t) = (b_a/2) U_0^2 \sqrt[4]{2\pi/\alpha} \exp[-(\alpha/2)(t-t_a)^2]; \tag{43}$$



$$\dot{U}_{\rm Bbix}(t) = -(b_a/2)U_0^2 \sqrt{2\pi\alpha} t \exp(-\alpha t^2/2); \tag{44}$$

 $\dot{U}_{\rm BMIX}(t) = \dot{U}_{\rm BMIX, max}$ в точке $t = 1/\sqrt{\alpha}$ и равно

$$\dot{U}_{\rm BMX, max} = -(b_a/2)U_0^2 \sqrt{2\pi} \exp(-0.5). \tag{45}$$

Индекс (а) указывает на оптимизацию по амплитуде.

Подставляя (42) и (45) в (18), получим для абсолютного значения фазовой ошибки (при компарировании по уровню, соответствующему точке максимальной крутизны выходного сигнала) следующее выражение:

$$\sigma_{\Delta t(a)} = \frac{\sigma_{\rm tot}(a)}{U_{\rm ab(x, max)}} = \frac{\sqrt{N_0}}{U_0} \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi \alpha}} \exp(0,5). \tag{46}$$

Выражение для относительной ошибки будет иметь вид

$$\varepsilon_{\phi(a)} = \frac{\sigma_{\Delta t(a)}}{(0,6/\sqrt{\alpha})} = 1,66 \frac{\sqrt{N_0}}{U_0} \sqrt[4]{\alpha/(2\pi)} \exp(0,5).$$
(47)

Общий вид сигналов (10), (43), (44) показан на рис. 7.

Сравнивая (47) с (41) видим, что величина фазовой ошибки в случас оптимальной фильтрации по амплитуде в 1,65 раза выше, чем при оптимальной фильтрации по крутизне сигнала. Значение выходного сигнала в точке максимума крутизны в соответствии с (43) составляет 0,6 максимума амплитуды, и при изменениях последней, связанных с изменением отражательной способности диска, точка компарирования, выбранная для заданного уровня амплитуды, не будет соответствовать изменившемуся уровню, что существенно скажется на всличине фазовой ошибки. Чтобы исключить влияние амплитуды в этом случае, можно сигнал (43) с выхода оптимального фильтра подать на дифференцирующую цепь, а компаратор настроить на точку нульперессчения продифференцированного сигнала. Анализ такого варианта преобразования показал, что он полностью эквивалентен оптимальной фильтрации по критерию максимума крутизны и имеет все преимущества, отмеченныс выше.

Сравним теперь результаты анализа ошибок аналого-импульсного преобразования сигналов в полосе пропускания фотоприемника f_c (без дополнительной фильтрации) и при использовании оптимальных фильтров. Анализ прове-



4* 43

дем, полагая, что полоса фотоприемника f_c равна эквивалентной полосе амплитудного спектра сигнала, т. е. $f_c = \sqrt{\alpha/\pi}$.

Для рассмотренных выше условий записи/чтения значения f_{3KB} лежат в пределах 5—10 МГц в зависимости от радиуса дорожки. Величины относительной фазовой ошибки в указанной полосе для случаев порогового и дифференциального преобразований сигналов могут быть найдены при подстановке значения f_{3KB} в (12), (22) и (30). С учетом (41) результаты сравнения примут вид:

$$\varepsilon_{\rm m} = 1,39\varepsilon_{\phi,\kappa}$$
 — пороговый способ, (48)

 $\varepsilon_{\rm g} = 1,22\varepsilon_{\rm d.~\kappa}$ — дифференциальный способ.

Заключение. Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что минимальная фазовая ошибка достигается в результате оптимальной фильтрации сигнала по крутизне и его компарирования по нулевому уровню. Если же оптимальную фильтрацию не использовать и ограничиться преобразованием сигнала в полосе, равной эквивалентной ширине его амплитудного спектра, то потери в точности преобразования составят соответственно 39 % для порогового способа и 22 % — для дифференциального.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Боухьюз Г., Браат Дж., Хейсер А. Оптические дисковые системы: Пер. с англ. /Под ред. М. Ф. Стельмаха.—М.: Радио и связь, 1991.
- 2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматтиз, 1963.

3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Сов. радио, 1966.

- 4. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
- International Standart ISO/IEC10089-91. Information technology 130 mm rewritable optical disk cartridge for information interchange.

6. Харкевич А. А. Спектры и анализ. — М.: Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию 21 марта 1994 г.