

С. Л. Звонарев, В. А. Тарлыков

(Санкт-Петербург)

## СТРУКТУРА ДИФРАКЦИОННОГО СПЕКТРА КРУГЛОГО ОТВЕРСТИЯ С ЛОКАЛЬНЫМ ДЕФЕКТОМ

Рассмотрена структура линий экстремумов дифракционного поля круглого отверстия с локальным дефектом. Формирование поля анализируется с точки зрения геометрической теории дифракции. Попарная интерференция двух крайних волн отверстия и сферической волны дефекта приводит к модуляции дифракционной картины круглого отверстия. Линии экстремумов модуляции соответствуют двум семействам эллипсов (дефект внутри отверстия) или гипербол (дефект вне отверстия).

**Введение.** В науке и технике широкое применение нашли изделия, имеющие круглые отверстия в диапазоне диаметров от единиц до сотен микрометров. Для измерения диаметра в указанном диапазоне наиболее широко используются оптические приборы — микроскопы и проекторы [1], но их применение встречает определенные трудности, связанные с ограниченной точностью измерения (1-2 мкм), малой глубиной резкости, необходимостью фиксации измеряемого изделия и т. п. Особые трудности при контроле встречаются при выявлении мелких дефектов контура, что актуально для целого ряда изделий.

Применение дифракционного метода контроля практически снимает целый ряд ограничений, присущих визуальным способам контроля, основанным на законах геометрической оптики [2]. Достоинством дифракционного метода является его высокая чувствительность к отклонениям формы и, в частности, локальным нарушениям контура — дефектам, наличие которых существенным образом изменяет структуру дифракционной картины. И эта специфика картины может быть использована для определения характерных параметров дефектов.

Изделия, в которых выполняются отверстия, имеют конечную толщину, а при решении дифракционных задач важным параметром является соотношение между размером объекта и его протяженностью в направлении облучения. В данной работе рассматривается случай, когда диаметр отверстия  $2a \gg \sqrt{\lambda H}$ , где  $\lambda$  — длина волны света,  $H$  — глубина отверстия. Для такого рода изделий, принимая во внимание, что  $\lambda \ll a$ , можно воспользоваться принципом Гюйгенса — Френеля и использовать для расчетов дифракционной картины интеграл Френеля — Кирхгофа для случая отверстия в бесконечно тонком плоском экране.

Цель данной работы — дать наглядную картину закономерностей образования дифракционного поля в зоне Фраунгофера от круглого отверстия с одиночным дефектом в системе представлений геометрической теории дифракции (ГТД) и указать связь параметров дифракционной картины с размером и расположением дефекта.

Структура дифракционного поля от круглого отверстия с дефектом в приближении ГТД. Как известно, дифракционное изображение круглого отверстия представляет систему концентрических колец, окружающих его центр (максимум дифракционного изображения). Мы рассмотрим метод опреде-

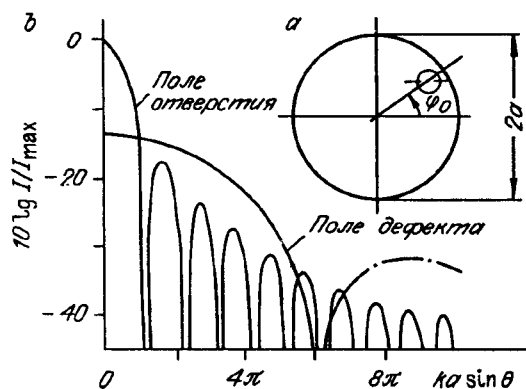


Рис. 1. Схема отверстия с дефектом и области интерференции полей отверстия и дефекта

ления геометрических параметров дефекта на основе анализа периферии дифракционной картины, образование которой можно трактовать как результат интерференции системы краевых волн [3].

Дифракционное изображение отверстия (рис. 1, а) можно представить алгебраической суммой поля отверстия и поля дефекта:  $U_{\Sigma} = U_{\text{отв}} \pm U_{\text{деф}}$ .

Так как результирующее поле есть сумма двух полей, а размеры дефекта малы по сравнению с отверстием, то размер поля дифракции главного лепестка дефекта много больше размера главного дифракционного лепестка отверстия. В соответствии с разным пространственным периодом интерферирующих волн можно выделить несколько характерных областей интерференции, отличающихся друг от друга формой и характерными размерами. В качестве таких областей целесообразно выделить области, соответствующие главному и боковым лепесткам дефекта.

Дифракционную картину в области, соответствующей наложению поля главного дифракционного лепестка дефекта и поля отверстия, можно трактовать как результат интерференции двух краевых волн отверстия и сферической волны дефекта, излучаемой источником, расположенным в центре масс, считая при этом, что фаза поля в пределах сферической волны дефекта постоянна. Замена краевых волн, излучаемых контуром дефекта, одной волной делается в предположении, что разность фаз краевых волн дефекта много меньше разности фаз краевых волн основного отверстия.

Вне области главного дифракционного лепестка дефекта ситуация более сложная — здесь складываются две краевые волны отверстия и краевые волны дефекта, количество которых уже зависит от его формы (рис. 1, б). При переходе к ней необходимо учесть изменение знака фазы волны дефекта на  $\pi$ , что является следствием конечного его размера.

Рассмотрим первую область. Она соответствует интерференции трех лучей, два из которых соответствуют отверстию, а третий — дефекту (рис. 2). В

ГТД нас интересует сетка экстремумов поля, которая определяется разностями фаз интерферирующих волн. Рассмотрим линии, вдоль которых разность фаз этих компонент постоянна, т. е. линии, где  $k(S_1 - S_2) = l_1$ ,  $k(S_1 - S_3) = l_2$ ,  $k(S_2 - S_3) = l_3$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $S_1, S_2, S_3$  — эйконалы в геометрической оптике,  $l_1, l_2, l_3 = \text{const}$ .

Интерференция двух краевых волн отверстия (точки В и С на рис. 2) в силу симметричного расположения источников должна давать систему концентри-

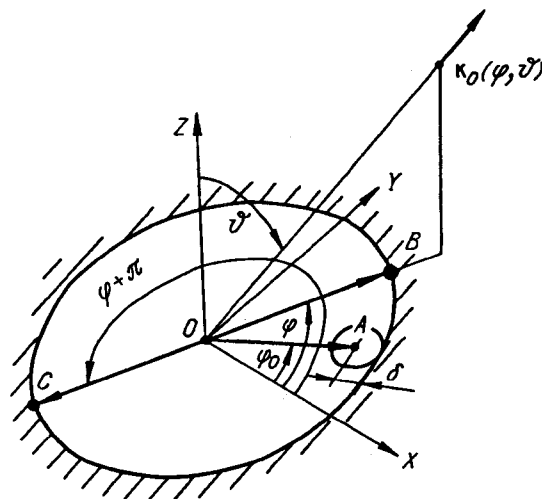


Рис. 2. Схема источников излучения круглого отверстия с дефектом

ческих окружностей. Результат же интерференции краевой волны и дефекта (пары точек  $A$  и  $B$ ,  $A$  и  $C$ ) зависит от угла  $\varphi$ , и поэтому линии постоянной разности фаз для плоской задачи образуют однопараметрическое семейство (по параметрам  $l_2, l_3$ ) и таким образом описываются кривыми второго порядка (эллипс, гипербола и парабола).

В силу симметрии исходной задачи уравнения, описывающие результат интерференции краевых волн отверстия с краевой волной дефекта, для заданного расположения его должны иметь одинаковый вид, а фокусы кривых должны совпадать. Кроме того, сами кривые должны быть симметричны и ориентированы в противоположные стороны, так как краевые волны отверстия исходят из противоположных точек контура. Это следует и из свойства симметрии дифракционных картин [4], которое утверждает, что при наличии плоскости симметрии отверстия дифракционная картина Фраунгофера будет иметь уже две плоскости симметрии, одна из которых параллельна плоскости симметрии отверстия, а другая перпендикулярна ей. Конкретный вид кривой второго порядка (эллипс, гипербола или парабола) будет определяться расположением дефекта относительно контура отверстия.

Таким образом, дифракционная картина отверстия должна быть промодулирована семейством двух пар интерферирующих волн. И в зависимости от синфазного или противофазного сложения точкам пересечения концентрических окружностей с кривыми второго порядка будут соответствовать либо максимумы, либо минимумы поля, а это обстоятельство уже позволяет предсказать структуру поля.

При построении сетки экстремумов нас будет интересовать результат интерференции в направлении, определяемом углами  $\varphi$  и  $\theta$ . Рассмотрим интерференцию луча, выходящего из центра масс дефекта (точка  $A$ ), и двух лучей, соответствующих наиболее удаленным точкам контура отверстия —  $B$  и  $C$  (эти точки лежат на линии, которая является следом плоскости, перпендикулярной плоскости отверстия дифракции, проходящей через его центр и содержащей орт  $\bar{k}_0(\varphi, \theta)$ , задающий направление наблюдения (см. рис. 2)). Поскольку положение точек отрыва луча, уходящего в заданном направлении, не зависит от  $\theta$  [5], будем рассматривать результат сложения векторов на плоскости  $k \sin \theta, \varphi$ . Найдем проекции векторов  $\bar{r}_A, \bar{r}_B$  и  $\bar{r}_C$  на направление наблюдения, представляющие собой скалярные произведения соответствующего вектора и орта  $\bar{k}_0(\varphi, \theta)$ , т. е.

$$S_1 = [\bar{r}_A \bar{k}_0(\varphi, \theta)] = (a \pm \delta) \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0);$$

$$S_2 = [\bar{r}_B \bar{k}_0(\varphi, \theta)] = a \sin \theta;$$

$$S_3 = [\bar{r}_C \bar{k}_0(\varphi, \theta)] = -a \sin \theta,$$

где  $a$  — радиус отверстия;  $\delta$  — расстояние от центра дефекта до окружности (характерный размер дефекта).

Рассмотрим разность фаз двух краевых волн отверстия, соответствующую синфазному или противофазному сложению:

$$k(S_2 - S_3) = 2k a \sin \theta = \pi/4(3 + 2m), \quad (1)$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Четным  $m$  соответствует синфазное сложение, нечетным — противофазное. Из выражения (1) следует, что линии постоянной разности фаз интерферирующих лучей образуют на плоскости  $k a \sin \theta, \varphi$  систему концентрических окружностей, отстоящих друг от друга на расстоянии  $k a \sin \theta = \pi$ .

Рассмотрим теперь линии постоянной разности фаз краевого луча отверстия  $B$  и луча дефекта, выходящего из точки  $A$ , т. е.

$$k(S_1 - S_2) = k[(a \pm \delta) \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0) - a \sin \theta] = \pi(3/4 + n).$$

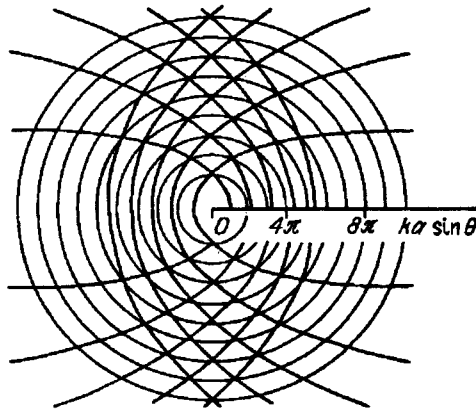


Рис. 3. Схематическое изображение линий постоянной разности фаз при интерференции двух краевых волн отверстия и сферической волны дефекта

После преобразования получим

$$kasin\theta = \frac{-\pi(3/4 + n)}{1 - \text{ecos}(\varphi - \varphi_0)}, \quad (2)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Здесь при рассмотрении сдвига фаз между интерферирующими лучами необходимо принять во внимание, что если дефект находится внутри отверстия, то необходимо учесть слагаемое " $-\pi$ " в качестве дополни-

тельного экрана (по отношению к отверстию) в соответствии с принципом Бабинне [6].

Из (2) видно, что уравнение искомого семейства линий нулей и экстремумов в полярной системе координат является семейством подобных эллипсов или гипербол с эксцентриситетом  $e = 1 \pm \delta/a$ , где случаю « $\rightarrow$ » соответствует эллипс ( $e < 1$ ), а « $+$ » — гипербола ( $e > 1$ ).

Полюс полярной системы координат располагается в фокусе, полярная ось направлена от фокуса к ближайшей вершине и развернута на угол  $\varphi_0$ .

Подобие кривых второго порядка следует из постоянства величины эксцентриситета для всего семейства. Необходимо также отметить, что параболическая зависимость физически не реализуется, так как она соответствует случаю расположения дефекта на окружности, что эквивалентно нулевому размеру дефекта.

Третья разность ( $S_2 - S_3$ ) приводит к аналогичному выражению, которое также описывает семейство подобных кривых второго порядка, но их ориентация на плоскости изменяется на  $180^\circ$ , положение фокуса сохраняется.

Пересечение двух семейств кривых, определяемых уравнениями  $k(S_2 - S_3)$  и  $k(S_1 - S_2)$  или  $k(S_2 - S_3)$  и  $k(S_1 - S_3)$ , приводит к образованию характерного рисунка модуляции дифракционного поля круглого отверстия. В точках, соответствующих синфазному сложению двух семейств кривых (семейства концентрических окружностей и семейства эллипсов, гипербол), наблюдаются максимумы поля, а в точках, соответствующих противофазному сложению, — минимумы поля.

Схема расположения координат экстремумов интерференционной картины, полученная путем наложения двух семейств кривых, приведена на рис. 3.

Анализ рисунка показывает, что в направлении диаметра, проходящего через центр дефекта, модуляция в дифракционной картине практически отсутствует, что позволяет указать на ориентацию дефекта.

Интегральное представление поля и его коротковолновая асимптотика. Сравним полученную схему экстремумов поля с результатами расчета.

В приближении ГТД дифракционные поля образуются в результате интерференции краевых волн, которые в дифракционном интеграле Френеля — Кирхгофа возникают при его вычислении методом стационарной фазы при  $kasin\theta \rightarrow \infty$  [7]. При выводе асимптотического выражения примем еще одно допущение, что  $a \gg \delta \gg \lambda$ . В результате для поля круглого отверстия в дальней зоне имеем

$$W(kasin\theta, \varphi) \sim \frac{1}{(kasin\theta)} \sqrt{(2a)/\pi} \left[ e^{jkasin\theta} - e^{-jkasin\theta} \right] \pm B e^{jk\delta sin\theta} e^{-jhksin\theta \cos(\varphi - \varphi_0)}, \quad (3)$$

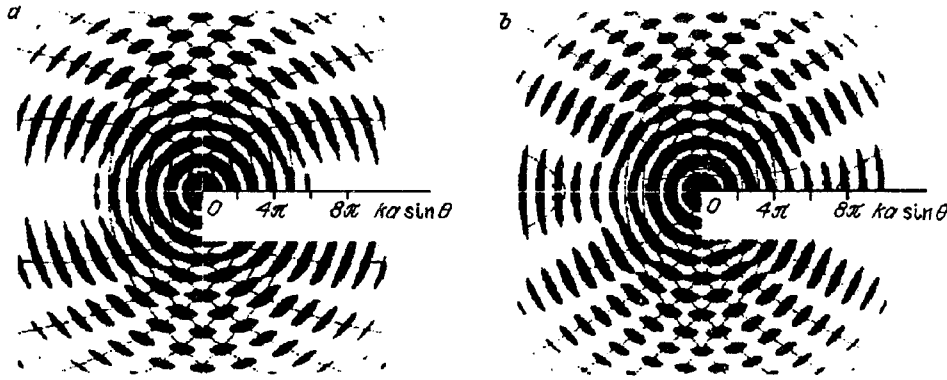


Рис. 4. Структура распределения интенсивности в дифракционной картине от круглого отверстия для случая круглого дефекта:

*a* — дефект расположен внутри отверстия; *b* — дефект расположен вне отверстия. Отношение  $\delta/a = 1/10$

где  $h$  — смещение центра дефекта относительно начала координат;  $B$  — константа, зависящая от размера и формы дефекта. В соответствии с выражением (3) мы имеем интерференцию трех источников: двух краевых волн отверстия и сферической волны, излучаемой точечным источником, расположенным в центре масс дефекта.

Если форма дефекта круглая (с радиусом  $\delta$ ), то точное фурье-преобразование отверстия с таким дефектом равно

$$W(k \sin \theta, \varphi) \sim \frac{2\pi a^2 J_1(k a \sin \theta)}{k a \sin \theta} \pm \frac{2\pi \delta^2 J_1(k \delta \sin \theta)}{k \delta \sin \theta} e^{-j h k \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0)}. \quad (4)$$

На рис. 4 приведены линии равной интенсивности, рассчитанные по (4) для двух случаев расположения дефекта относительно отверстия. На этом рисунке хорошо видна периодическая структура в виде системы концентрических колец, соответствующая дифракции на круглом отверстии. Система колец промодулирована, причем максимумы и минимумы модуляции принадлежат двум семействам эллипсов, имеющим общий фокус, совпадающий с центром дифракционной картины. Большая ось двух систем эллипсов лежит на одной прямой, соответствующей направлению на дефект. Для подтверждения этого факта на рис. 4, *a* нанесен ряд эллипсов, построенных в соответствии с уравнением (2) для рассматриваемого случая.

Аналогичная структура поля наблюдается и для дефекта, расположенного вне отверстия. Но здесь уже экстремумы модуляции принадлежат двум семействам гипербол.

**Заключение.** Предложенная качественная интерпретация структуры дифракционной картины методом ГТД позволяет предсказывать вид линий, соответствующих нулям и экстремумам поля, определять расположение дефекта относительно контура отверстия (внутренний или внешний), а также направление расположения дефекта (при условии, что характерный размер дефекта много меньше размера отверстия).

Показано, что линии нулей и экстремумов описываются кривыми второго порядка и в зависимости от расположения дефекта относительно контура отверстия образуют два семейства подобных эллипсов (дефект расположен внутри отверстия) или гипербол (дефект расположен вне отверстия).

Экспериментальная проверка на моделях отверстий, полученных методами фотолитографии с различными соотношениями размера дефекта и отверстия, подтвердила применимость предложенной модели. Данная модель выявления «дефектов» отверстия была экспериментально опробована в промышленности при качественном контроле дефектности алмазных волок и показала высокую эффективность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саркин В. И., Круглов М. Г. // Измерение, контроль, автоматизация. 1981. № 5(39).
2. Крылов К. И., Прокопенко В. Т., Митрофанов А. С. Применение лазеров в машиностроении и приборостроении. Л.: Машиностроение, 1978.
3. Кинбер Б. Е., Тарлыков В. А., Звонарев С. Л. Дифракционный метод определения дефекта малых отверстий // Волны и дифракция-90. М.: Физ. об-во, 1990. Т. 1.
4. Гехт Э. Свойства симметрии в картинах дифракции Фраунгофера // УФН. 1973. 111, вып. 2.
5. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970.
7. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. М.: Мир, 1971.

*Поступила в редакцию 18 мая 1994 г.*

---

---

---

**Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!**