

УДК 621.391

М. А. Райфельд

(Новосибирск)

**РАНГОВАЯ БИНАРНАЯ СЕГМЕНТАЦИЯ
ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Рассматривается задача сегментации полутоновых изображений, представляемых фасеточной моделью. Такая модель адекватно описывает пространственно-неоднородные изображения, состоящие из областей, яркости которых подчиняются различным законам распределения. Рассмотрен простейший случай, когда отсчеты изображения описываются распределениями одного вида, отличающимися средними значениями. Предполагается, что вид функции распределения яркости не известен. Предложен подход к решению задачи сегментации на основе ранговых статистик. Синтезирован алгоритм сегментации. Получены и проанализированы его рабочие характеристики.

При решении задач, связанных с обработкой изображений, часто используются алгоритмы сегментации отсчетов по яркостному признаку. Это может быть необходимым, например, для компактного представления данных, локализации на изображениях объектов произвольной формы и размеров и т. д. [1]. В ряде случаев результатом сегментации многоуровневого (полутонового) изображения является изображение, представленное двумя уровнями. Такая бинарная сегментация используется, когда, например, исходным является изображение однородного по яркости объекта, наблюдаемого на однородном фоне при наличии шума. Для большинства реальных приложений алгоритмов сегментации характерна априорная неопределенность относительно вида функции распределения (ФР) яркости наблюдений. При этом известно, что распределения яркости объекта и фона имеют различные средние значения. В этих условиях сегментация осуществляется с помощью гистограммных методов (например, метода квантования мод [2]). Эти методы применимы, если моды гистограммы, соответствующие разным яркостным классам, хорошо различимы. Это условие вместе с требованием унимодальности распределений классов, а также с проблемами формализации задачи выделения глобального минимума гистограммы (особенно при малых объемах выборок) зачастую делает проблему сегментации даже для бинарного случая трудноразрешимой.

В данной статье предлагается ранговый метод сегментации полутоновых изображений, использование которого позволяет снять ряд проблем, имеющих место при использовании гистограммных методов. Этот алгоритм применим для пространственно-неоднородных изображений, адекватно описываемых моделью сдвига ФР яркости различных классов (имеется в виду случай двух классов) при априорной неопределенности относительно вида ФР. Предполагается также, что с каждым яркостным классом на изображении связана некоторая пространственно-компактная область (или группа областей), наблюдения различных классов пространственно не перемешиваются (рис. 1, а, б). Изображения такого типа также называются фасеточными или лоскутными [2]. В контексте решаемой бинарной задачи без ограничения общности рассуждений положим, что на изображении имеется область (условно называемая объектом), средняя яркость которой выше, чем средняя яркость другой

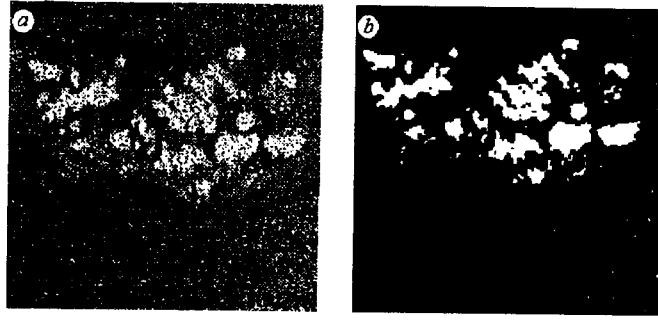


Рис. 1

области, на фоне которой она наблюдается. Если наблюдения областей характеризуются ФР одного вида, то можно записать:

$$F_0(x) = F_1(x - \Delta). \quad (1)$$

Здесь $F_0(x)$, $F_1(x)$ — ФР объекта и фона соответственно. Такая модель адекватно описывает изображения, получаемые, например, в результате аддитивного взаимодействия двумерного двухуровневого эталона S , $S = \{M_0, M_1\}$ и белого шума ξ_{ij} (см. рис. 1, а, б). При этом

$$x_{ij} = S_{ij} + \xi_{ij}, \quad (2)$$

где x_{ij} — отсчет изображения. Упомянутый выше алгоритм квантования мод для бинарного случая представляется в виде

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} \Lambda_0, & x_{ij} \leq C, \\ \Lambda_1, & x_{ij} > C, \end{cases} \quad (3)$$

где x_{ij} — отсчет изображения; $\Lambda_{0,1}$ — метка яркостного класса отсчета; C — порог сегментации. Для метода квантования мод он выбирается по межмодовому минимуму гистограммы. Представим правило ранговой бинарной сегментации в форме, подобной (3):

$$\gamma_{R_{ij}} = \begin{cases} \Lambda_0, & R_{ij} \leq C_R, \\ \Lambda_1, & R_{ij} > C_R, \end{cases} \quad (4)$$

где R_{ij} — ранг x_{ij} отсчета изображения; C_R — порог сегментации. Можно показать, что выбор порога $C_R = l$, где l — количество элементов фона изображения, обеспечивает минимум безусловной ошибки классификации $P_{\text{ош}}$ отсчета изображения с помощью правила (4):

$$P_{\text{ош}} = \frac{(n-l)}{n} P_{0/1} + \frac{l}{n} P_{1/0}. \quad (5)$$

Здесь $P_{0/1}$, $P_{1/0}$ — условные вероятности ошибки классификации фонового отсчета как отсчета объекта и отсчета объекта как фонового соответственно; n — общее количество элементов изображения. При неперекрывающихся рас-

пределениях яркости объекта и фона правило (4) обеспечивает нулевую вероятность ошибки классификации. Очевидно, что в большинстве реальных приложений информация о количестве элементов фона изображения отсутствует. Поэтому в (4) предлагается использовать оценку количества элементов фона, построенную по имеющейся выборке наблюдений. В книге [3] показано, как получить упомянутую оценку для случая двух классов нормально распределенных наблюдений, отличающихся средними значениями при известных дисперсиях. Указанную оценку можно получить также с помощью гистограммных методов, однако при этом возникают те же трудности, которые имеют место и при сегментации изображений с помощью этих методов.

Покажем, как построить упомянутую оценку количества фоновых элементов с помощью выборки рангов отсчетов сегментируемого изображения. Предположим, что на изображении, состоящем из n точек, имеются области фона, содержащие в общем l элементов. Количество элементов объекта в этом случае $n - l$. Предположим также, что каждому отсчету изображения x_{ij} поставлен в соответствие его ранг R_{ij} в вариационном ряду, составленном из всех элементов изображения. Сформируем рабочую выборку из рангов m элементов изображения $\{R_1, R_2, \dots, R_m\}$, локализующихся в компактную (пространственно) область на изображении. Форма упомянутой области, из которой извлекаются отсчеты рабочей выборки, роли не играет. Так, рабочая выборка может быть сформирована из отсчетов, попадающих в квадратное «окно». Ранги наблюдений, не попавших в рабочую выборку, составляют опорную выборку. В общем случае вследствие произвольного способа формирования рабочей выборки последняя является неоднородной, т. е. содержит ранги элементов как объекта, так и фона. Распределение рангов неоднородной рабочей выборки зависит от количества фоновых элементов l , имеющих на данном изображении (параметр, который нам необходимо оценить), и количества элементов фона, содержащихся в рабочей выборке k . При неперекрывающихся распределениях яркости объекта и фона можно показать [3, 4], что достаточной статистикой для параметра l является вектор $\{R^{(k)}, R^{(k+1)}\}$. Здесь $R^{(k)}$, $R^{(k+1)}$ — k - и $k + 1$ -порядковые статистики ранговой рабочей выборки. С учетом этого максимально правдоподобная (МП) оценка l вычисляется следующим образом:

$$\hat{l} = \underset{l}{\operatorname{argmax}} P_R(R^{(k)}, R^{(k+1)} / l, k). \quad (6)$$

Положим сначала, что количество фоновых отсчетов изображения, попавших в рабочую выборку, известно и равно k . Подставляя выражения для соответствующих распределений в (6), получаем следующий алгоритм вычисления МП-оценки l :

$$\hat{l} = \begin{cases} R^{(k)}, & g(R^{(k)}) < g(R^{(k+1)}), \\ R^{(k+1)}, & g(R^{(k)}) > g(R^{(k+1)}). \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $g(x)$ — функция, определенная на множестве натуральных чисел следующим образом:

$$g(x) = C_x^k C_{n-x}^{m-k}. \quad (8)$$

В реальной ситуации параметр k заранее не известен. Построим МП-оценку k с помощью наблюдений рабочей выборки. Можно показать, что для неперекрывающихся распределений эта оценка может быть найдена следующим образом:

$$\hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \left(C_{R^{(k)}}^{k-1} C_{n-R^{(k)}}^{m-k} \right). \quad (9)$$

С учетом этого

$$\hat{l} = \hat{l}(\hat{k}), \quad (10)$$

где \hat{k} — МП-оценка количества фоновых элементов рабочей выборки; $\hat{l}(\hat{k})$ — функция (7). Необходимо отметить, что МП-оценка \hat{l} , вычисляемая согласно (7), является смещенной. Можно показать, что несмещенная оценка \hat{l}_0 вычисляется следующим образом:

$$\hat{l}_0 = \begin{cases} R^{(k)} + (R^{(k)} - k)/k, & g(R^{(k)}) < g(R^{(k+1)} - 1), \\ R^{(k+1)} - (n - R^{(k+1)} - m + k)/(m - k), & g(R^{(k)}) > g(R^{(k+1)} - 1). \end{cases} \quad (11)$$

Все приведенные выше рассуждения справедливы в предположении, что распределения яркости элементов объекта и фона не перекрываются. Рассмотрим теперь случай перекрытия распределений объекта и фона. Для изображения, описываемого моделью аддитивного взаимодействия двухуровневого эталона S и шума ξ (2), приведенное условие означает, что среднеквадратическое отклонение шума σ оказывается соизмеримым с расстоянием между уровнями эталона ($M_1 - M_0$). Перекрытие распределений яркости объекта и фона приводит к смещенности оценки \hat{l} , построенной на основании статистик $R^{(k)}$, $R^{(k+1)}$, тем большей, чем меньше контраст яркости областей объекта и фона h :

$$h = (M_1 - M_0)/\sigma. \quad (12)$$

Исследования показали, что большей устойчивостью в этом случае обладает оценка \hat{l}'_0 , построенная на основе статистик $R^{(k+q_2)}$, $R^{(k-q_1)}$. Указанные статистики получают в результате отбрасывания q_1 элементов верхней части вариационного ряда из отсчетов рабочей выборки $\{R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R^{(k)}\}$ (q_1 -кратное цензурирование) и q_2 элементов нижней части вариационного ряда из отсчетов $\{R^{(k+1)}, R^{(k+2)}, \dots, R^{(m)}\}$ (q_2 -кратное цензурирование). Опуская громоздкие выкладки, выполненные по аналогии с приведенными выше, запишем сразу выражение для вычисления несмещенной МП-оценки \hat{l} с учетом цензурирования рабочей выборки. Имеем

$$\hat{l}'_0 = \begin{cases} \hat{l}' + (\hat{l}' - k)/k, & g(R^{(k-q_1)}) < g(R^{(k+q_2)}), \\ \hat{l}' - (n - \hat{l}' - m + k)/(m - k), & g(R^{(k-q_1)}) > g(R^{(k+q_2)}). \end{cases} \quad (13)$$

Здесь

$$\hat{l}' = \begin{cases} [R^{(k-q_1)}k/(k - q_1)], & g(R^{(k-q_1)}) < g(R^{(k+q_2)}), \\ n - [(n - R^{(k+q_2)})(m - k)/(m - k - q_2)], & g(R^{(k-q_1)}) > g(R^{(k+q_2)}), \end{cases} \quad (14)$$

$[\cdot]$ — операция взятия целой части числа. По определению $l \in \{0, n\}$. В том случае, если при вычислении по формуле (14) получается величина, большая n либо меньшая нуля, то в качестве оценки \hat{l} принимается n либо нуль соответственно.

Качественные характеристики ранговой МП-оценки количества элементов фона на изображении при наличии аддитивного шума (зависимость

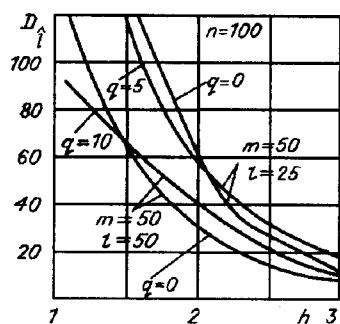


Рис. 2

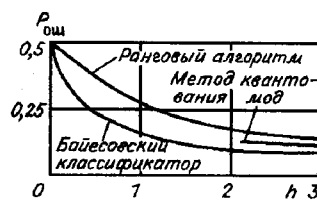


Рис. 3

дисперсий оценок (11), (13) D_i от яркостного контраста объекта и фона h), полученные методом статистического моделирования для гауссова распределения наблюдений, приведены в виде графика на рис. 2. Анализируя этот график, можно отметить, что дисперсия оценки количества точек фона D_i на изображении, характеризующемся большим контрастом областей объекта и фона, меньше при $q = 0$ (использовалось симметричное цензурирование, т. е. предполагалось, что $q_1 = q_2 = q$). Цензурирование рабочей выборки нежелательно в случае большого контраста областей. Однако при слабом контрасте возрастает величина неконтролируемого смещения оценки, поэтому в этом случае необходимо пользоваться правилом с ненулевой кратностью цензурирования выборки. Анализ качественных характеристик собственно алгоритма сегментации также проводился с помощью метода статистического моделирования для гауссова распределения наблюдений. На рис. 3 приведены сквозные характеристики алгоритма ранговой сегментации (зависимость полной вероятности ошибок от контраста областей объекта и фона). На этом же графике для сравнения приведены соответствующие характеристики байесовского классификатора и алгоритма квантования мод. Отметим, что предлагаемое ранговое правило сегментации работоспособно при более низких значениях контраста областей, чем гистограммный метод (исследования показали, что ранговое правило остается работоспособным пока выполняется условие (1)). При этом характеристики рангового алгоритма сегментации достаточно близки к потенциально достижимым характеристикам байесовского классификатора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. М.: Мир, 1982. Кн. 2.
2. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. радио, 1979.
3. Леман Э. Теория точечного оценивания. М.: Наука, 1991.
4. Дэйвид Г. Порядковые статистики. М.: Наука, 1979.

Поступила в редакцию 26 января 1995 г.