РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

Nº 5

1995

УДК 681.7.06

Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский, В. А. Сойфер

(Самара)

РАСЧЕТ БИНАРНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ФОКУСИРОВКИ В ЗАДАННУЮ ДВУМЕРНУЮ ОБЛАСТЬ

Рассмотрен метод расчета бинарных дифракционных оптических элементов (ДОЭ) для фокусировки излучения в заданную плоскую область. Метод основан на градиентной оптимизации небинарной функции, аппроксимирующей функцию комплексного пропускания бинарного ДОЭ. Метод применен для расчета ДОЭ, предназначенных для фокусировки гауссова пучка, и многопорядковых дифракционных решеток с числом порядков до 51 × 51. Энергетическая эффективность рассчитанных ДОЭ составляет 71-75 % при среднеквадратической ошибке формирования заданного профиля интенсивности 2-5%.

Введение. Фазовые дифракционные оптические элементы (ДОЭ) для фокусировки в заданную двумерную область с требуемым распределением интенсивности важны в задачах преобразования и выравнивания распределения интенсивности лазерного пучка.

Бинарные ДОЭ представляют особый интерес вследствие простоты их изготовления методами фотолитографии: бинарный рельеф формируется за одно травление подложки.

Многопорядковые фазовые дифракционные решетки (ФДР) являются частным случаем ДОЭ для фокусировки в заданную область. Один период ФДР не обеспечивает распада фокальной области на ряд пятен, а формирует непрерывное распределение интенсивности в прямоугольной области. Это позволяет рассматривать фазу на периоде ФДР как фазовую функцию ДОЭ для фокусировки пучка с постоянной интенсивностью в прямоугольник.

Известно много методов расчета бинарных ФДР. К ним относятся градиентные алгоритмы [1—3], проекционные алгоритмы [4] и различные методы стохастической оптимизации [5—10].

В данной статье предлагается итерационный метод расчета бинарных ДОЭ. Метод состоит из следующих шагов: аппроксимация функции комплексного пропускания (ФКП) бинарного ДОЭ небинарной амплитудной ФКП; градиентный метод для оптимизации небинарной ФКП и обратный переход к бинарной ФКП.

По сравнению с известными мстодами [1—10], ориентированными на расчет бинарных ФДР, предлагаемый метод обладает следующими преимуществами: 1) учет распределения интенсивности освещающего пучка; 2) существенная двумерность, актуальная для нефакторизуемых областей фокусировки и достижения высокой энергетической эффективности.

1. Постановка задачи. Требуется рассчитать ДОЭ с бинарной фазовой функцией $\varphi_b(\mathbf{u})$, который при освещении пучком с распределением интенсивности $I_0(\mathbf{u})$ и сходящимся сферическим волновым фронтом (фокус *f*) должен формировать в плоскости z = f область D с требуемым распределением интенсивности $I_D(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in D$ (рис. 1).



Рис. 1. Геометрия задач фокусировки

Распределение интенсивности $I(\mathbf{x})$ в плоскости z = f в скалярном приближении связано с фазовой функцией ДОЭ $\varphi_b(\mathbf{u})$ через интеграл Френеля — Кирхгофа:

$$I(\mathbf{x}) = \left| \frac{1}{\lambda f} \int_{G} \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp\left(i\varphi_b(\mathbf{u}) - i\frac{k}{f} \mathbf{x} \mathbf{u} \right) d^2 \mathbf{u} \right|^2, \tag{1}$$

где $k = 2\pi/\lambda; \lambda$ — длина волны; G — апертура ДОЭ.

Распределение интенсивности, формируемое бинарным ДОЭ, является центрально-симметричным: $I(\mathbf{x}) = I(-\mathbf{x})$. Поэтому область D и заданное распределение интенсивности $I_D(\mathbf{x})$ предполагаются центрально-симметричными. ДОЭ с бинарной функцией $\varphi_b(\mathbf{u})$, принимающей значения 0 и π , может быть представлен бинарной амплитудной функцией

$$A_b(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{u} \in G_0 = \{\mathbf{u}; \varphi_b(\mathbf{u}) = 0\}, \\ -1, & \mathbf{u} \in G_\pi = \{\mathbf{u}; \varphi_b(\mathbf{u}) = \pi\}. \end{cases}$$
(2)

В общем случае при расчете бинарного ДОЭ область G_{π} представляется набором непересскающихся областей G_j с различной формой. Параметры, описывающие границы областей G_j , определяют распределение интенсивности в плоскости z = f и являются параметрами оптимизации для расчетного алгоритма [5, 7, 10]. Представление области G_{π} в виде областей произвольной формы является наиболее общим, но очень сложным для реализации расчетного алгоритма, требующего конечный, «хорошо опредсленный» набор параметров оптимизации [5, 7, 10]. Представим ФКП бинарного ДОЭ в виде

$$A_b(\mathbf{u}) = \exp\left(i\Phi_b[\varphi(\mathbf{u})]\right),\tag{3}$$

где $\varphi(\mathbf{u})$ — некоторая небинарная функция, определенная в интервале $[0, 2\pi);$

$$\Phi_{b}[\xi] = \begin{cases} 0, & \xi \in [0, \pi), \\ \pi, & \xi \in [\pi, 2\pi), \end{cases}$$
(4)

--- бинарная функция, описывающая квантование по двум уровням. Представление (3) является более удобным. Оно позволяет не вводить конкретное

описание областей G_j в расчетный алгоритм, а оптимизировать функцию $\varphi(\mathbf{u})$, однозначно определяющую области G_0 и G_{π} .

_

2. Приближенное решение для ФКП бинарного ДОЭ. Для иллюстрации идеи предлагаемого метода предварительно рассмотрим расчет $\varphi(\mathbf{u})$ в (3), позволяющий получить приближенное решение для ФКП бинарного ДОЭ. Представим область фокусировки D в виде объединения двух центральносимметричных областей D_1 и D_2 . Пусть функция $\varphi_h(\mathbf{u})$ является фазовой функцией ДОЭ для формирования распределения интенсивности

$$I_{h}(\mathbf{x}) = \begin{cases} I_{D}(\mathbf{x}), & x \in D_{1}, \\ 0, & x \notin D_{1}. \end{cases}$$
(5)

Расчет небинарной функции $\varphi_h(\mathbf{u})$, принимающей значения в интервале [0, 2π), не представляет сложности. Для расчета небинарной функции $\varphi_h(\mathbf{u})$ может быть использован итерационный алгоритм Герчберга — Сскстона (ГС) или его модификации [11]. Расчет $\varphi_h(\mathbf{u})$ также может быть проведен аналитически в приближении геометрической оптики [12, 13].

Проведем анализ работы ДОЭ (3) при $\varphi(\mathbf{u}) = \text{mod}_{2\pi}[\varphi_h(\mathbf{u})]$, где $\text{mod}_{2\pi}[\cdot] - \phi$ ункция приведения к интервалу $[0, 2\pi)$. Для этого разложим функцию $\exp(i\Phi_b[\xi])$ на интервале $[0, 2\pi)$ в ряд Фурье:

$$\exp\left(i\Phi_b[\xi]\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(in\xi), \tag{6}$$

где

. _ . _ ..

$$c_n = \begin{cases} \frac{1 - (-1)^n}{\pi i n}, & n \neq 0, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots, \\ 0, & n = 0, \end{cases}$$
(7)

— коэффициенты Фурье. Полагая $\xi = \text{mod}_{2\pi}[\varphi_h(\mathbf{u})]$ в (6), представим ФКП бинарного ДОЭ с учетом 2π -периодичности в виде

$$\exp\left(i\Phi_{b}[\varphi(\mathbf{u})]\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n} \exp\left(in\varphi_{h}(\mathbf{u})\right).$$
(8)

Разложение (8) соответствует суперпозиции пучков с фазовыми функциями:

$$\varphi_n(\mathbf{x}) = n\varphi_h(\mathbf{x}). \tag{9}$$

Квадраты модулей коэффициентов Фурье (7) представляют распределение энергии между пучками, а функции (9) определяют структуру изображений, формируемых в дифракционных порядках бинарного ДОЭ. Интенсивности полей, формируемых бинарным ДОЭ (3) в 1-х и -1-х порядках, имеют вид:

$$I_1(\mathbf{x}) = \left| \frac{c_1}{\lambda f} \int_G \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp\left(i\varphi_h(\mathbf{u}) - i \frac{k}{f} \mathbf{x} \mathbf{u} \right) d^2 \mathbf{u} \right|^2, \tag{10}$$

$$I_{-1}(\mathbf{x}) = \left| \frac{c_{-1}}{\lambda f} \left(\int_{G} \sqrt{I_0(\mathbf{u})} \exp\left(i\varphi_h(\mathbf{u}) - i\frac{k}{f}(-\mathbf{x})\mathbf{u} \right) d^2 \mathbf{u} \right)^* \right|^2, \quad (11)$$

где * означает комплексное сопряжение. Согласно (10), (11),

$$I_1(\mathbf{x}) = I_{-1}(-\mathbf{x}).$$
 (12)

Из (12) следует, что если $I_1(\mathbf{x})$ является требуемым распределением интенсивности $I_D(\mathbf{x})$ при $\mathbf{x} \in D_1$, то в –1-м порядке будет сформировано распределение интенсивности $I_{-1}(\mathbf{x}) \equiv I_D(\mathbf{x})$ при $\mathbf{x} \in D_2$. Сложение интенсивностей полей, формируемых в 1-м и –1-м порядках, дает требуемое распределение интенсивности $I_D(\mathbf{x})$ при $\mathbf{x} \in D$. Поскольку $|c_1|^2 = |c_{-1}|^2 = 0.405$, то при учете только главных \pm 1-х порядков получим, что в требуемой области D фокусируется 81 % энергии освещающего пучка. Рассмотренный бинарный ДОЭ с фазовой функцией

$$\varphi_b(\mathbf{u}) = \Phi_b \left[\operatorname{mod}_{2\pi} [\varphi_b(\mathbf{u})] \right]$$
(13)

является приближенным решением задачи фокусировки. Мы рассмотрели только два главных порядка без учета погрешности расчета функции $\varphi_h(\mathbf{u})$. Итерационные алгоритмы расчета $\varphi_h(\mathbf{u})$. как правило, позволяют сфокусировать в требуемой области 85—90 % энергии освещающего пучка при среднеквадратической ошибке (СКО) формирования требуемого распределения интенсивности $I_h(\mathbf{u})$ 10—20 %. В этом случае, даже при учете только 1-х и –1-х порядков, распределение интенсивности в области *D* будет отличаться от $I_D(\mathbf{x})$ вследствие не только погрешности расчета фазы $\varphi_h(\mathbf{u})$, но и интерференции между полями, формируемыми в 1-х и –1-х порядках.

Взаимодействием порядков можно пренебречь лишь в случае фокусировки в специфические области, состоящие из двух разнесенных симметричных подобластей. Для практически интересных фокальных областей, таких как прямоугольник, круг, отрезок, бинарный ДОЭ (13), как правило, дает энергетическую эффективность 70—75 % при большой СКО формирования заданного распределения интенсивности (35—50 %). Далее используем бинарную фазу (13) только как начальное приближение для более точного расчетного алгоритма.

3. Расчетный алгоритм. Введем вспомогательную функцию

$$A(\mathbf{u}; M) = \sum_{n=0}^{M-1} 2ic_{2n+1}\sin((2n+1)\varphi(\mathbf{u})).$$
(14)

С формальной точки зрения функция $A(\mathbf{u}; M)$ является отрезком ряда (8), аппроксимирующего ФКП бинарного ДОЭ. При функции $A(\mathbf{u}; M)$ (14) распределение интенсивности в плоскости z = f

$$I(\mathbf{x}; M) = \left| \frac{1}{\lambda f} \int_{G} \sqrt{I_0(\mathbf{u})} A(\mathbf{u}; M) \exp\left(-i\frac{k}{f} \mathbf{x} \mathbf{u}\right) d^2 \mathbf{u} \right|^2$$
(15)

, 45 учитывает вклад 2М ненулевых порядков бинарного ДОЭ (3) и интерференцию между ними. Введение функции A(u; M) (14) позволяет перейти от бинарной ФКП (3) к непрерывной функции. При этом (при разумном выборс параметра М) оказывается эффективным использование хорошо разработанных итерационных алгоритмов [11], предназначенных для оптимизации непрерывных функций.

Задачу расчета бинарного ДОЭ (3) предлагается заменить задачей расчета ДОЭ с ФКП (14) для формирования требуемого распределения интенсивности І_D(**x**) при **x** ∈ D. В этом случае расчет бинарного ДОЭ сводится к выполнению следующих шагов:

1) замена ФКП бинарного ДОЭ функцией A(u; M);

2) расчет $\varphi(u)$ из условия формирования ДОЭ с ФКП (14) заданного распределения интенсивности $I_D(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in D;$

3) обратный переход от функции A(u; M) (14) к бинарной функции (3).

Для расчета $\varphi(u)$ на шаге 2 могут быть использованы различные итерационные алгоритмы [11]. Мы использовали для расчета $\varphi(u)$ градиентный метод минимизации функционала:

$$\varepsilon(\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} (\sqrt{I(\mathbf{x}; M)} - \sqrt{I_D(\mathbf{x})})^2 P(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x}, \qquad (16)$$

где

$$P(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in D, \\ 0, & \mathbf{x} \notin D. \end{cases}$$

Функционал (16) характеризует отличие расчетного распределения интенсивности (15) от заданного распределения $I_D(\mathbf{x})$ при $\mathbf{x} \in D$. Градиентная минимизация функционала (16) состоит в итерационной коррекции функции $\varphi(\mathbf{x})$ по правилу:

$$\varphi_{n+1}(\mathbf{u}) = \varphi_n(\mathbf{u}) - \varepsilon'(\varphi_n)t, \qquad (17)$$

где n — номер итерации; $\varepsilon'(\varphi)$ — градиент функционала; t — шаг градиентного метода. Проводя вычисления, аналогичные рассмотренным в [11], несложно получить градиент функционала в виде

$$\varepsilon'(\varphi) = \frac{16}{\pi} \sqrt{I_0(\mathfrak{u})} \Psi(\mathfrak{u}) \sum_{n=0}^{M-1} \cos((2n+1)\varphi(\mathfrak{u})).$$
(18)

Расчет функции $\Psi(u)$ в (18) проводится в три этапа: — расчет комплексной амплитуды поля $W(\mathbf{x})$ в плоскости z = f;— замена функции $W(\mathbf{x})$ на функцию

$$W_1(\mathbf{x}) = (\sqrt{I(\mathbf{x})} - \sqrt{I_D(\mathbf{x})})P(\mathbf{x})W(\mathbf{x})/|W(\mathbf{x})|; \qquad (19)$$

— обратный пересчет поля в плоскость z = 0.

Пересчет поля между плоскостями z = 0 и z = fсводится к расчету прямого и обратного преобразований Фурье от функций $W_0(\mathbf{u}) = A(\mathbf{u}; M) \sqrt{I_0(\mathbf{u})}$ и $W_1(\mathbf{x})$ соответственно. При этом расчет функции $\Psi(\mathbf{u})$ совпадает с первыми тремя шагами алгоритма ГС с точностью до замены в плоскости z = f.

Шаг t в (17) на каждой итерации может быть получен из условия минимума функции, являющейся линейной или квадратичной аппроксимацией функционала $\varepsilon(\varphi)$ вдоль направления антиградиента [11].

4. Результаты численного расчета. Для характеристики работоспособности ДОЭ введем значения энсргстической эффективности *E* и среднеквадратической ошибки δ.

Значение

$$E = \int_{D} I(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} / \int_{G} I_0(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}$$

характеризует долю энергии, фокусируемую в требуемой области *D*. Значение

$$\delta = \frac{1}{I} \left[\frac{1}{\|D\|} \int_{D} (I(\mathbf{x}) - I_D(\mathbf{x}))^2 d^2 \mathbf{x} \right]^{1/2},$$

где $\|D\|$ — площадь области $D; \overline{I} = \frac{1}{\|D\|} \int_{D} I(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x}$ — среднее значение, харак-

теризует ошибку формирования заданного распределения интенсивности $I_D(\mathbf{x})$. Рассчитан ДОЭ для фокусировки пучка с гауссовым распределением интенсивности

$$I_0(\mathbf{u}) = \exp(-\mathbf{u}^2/\sigma^2), \quad |\mathbf{u}| \le \sigma$$
 (20)

в квадрат $2d \times 2d$ с постоянным распределением интенсивности при $2d = 13\Delta$, где $\Delta = \lambda f / \sigma$ — дифракционный размер. Как показано в разд. 2, первое приближение для фазовой функции бинар-

Как показано в разд. 2, первое приближение для фазовой функции бинарного ДОЭ может быть получено прямой бинаризацией фазовой функции $\varphi_h(\mathbf{u})$, рассчитанной на фокусировку пучка (20) в «половину квадрата». На рис. 2, а приведена бинарная фаза $\varphi_b(\mathbf{u}) = \Phi_b[\varphi_h(\mathbf{u})]$, полученная при $\varphi_h(\mathbf{u})$, рассчитанной по алгоритму Герчберга — Секстона из условия фокусировки в «половину квадрата». Расчетное распределение интенсивности в плоскости z = fдля бинарного ДОЭ на рис. 2, а приведено на рис. 2, b. Анализ рис. 2, b показывает, что хотя энергия сфокусирована в пределах квадрата (E = 74,8%), распределение интенсивности сильно неравномерно ($\delta = 54,5$ %). Для получения лучшего решения ФКП бинарного ДОЭ (3) была аппроксимирована функцией $A(\mathbf{u}; M)$ при M = 5. Расчет $\varphi(\mathbf{u})$ в (14) проводился итерационно по формулам (17), (18). В качестве начального приближения для $\varphi(\mathbf{u})$ в (14)



Рис. 2. Бинарная фаза ДОЭ (13) для фокусировки в квадрат (*a*); распределение интенсивности при фокусировке в квадрат (*b*)

Рис. 3. Бинарная фаза ДОО для фокусировки в квадрат, рассчитанная итерационно при M = 5 (a); распределение интенсивности при фокусировке в квадрат (b)



Рис. 4. Бинарная фаза ДОЭ для фокусировки в кольцо (а); распределение интенсивности при фокусировке в кольцо (b)

Рис. 5. Бинарная фаза ДОЭ для фокусировки в литеру «Н» (a); распределение интенсивности при фокусировке в литеру «Н» (b)

использовалась фаза $\varphi_{h}(\mathbf{u})$. Указанный выбор начального приближения позволяет в 2-3 раза сократить число итераций. На рис. 3, а приведена бинарная фаза $\varphi_b(\mathbf{u})$, полученная бинаризацией функции $\varphi(\mathbf{u})$ в (14), рассчитанной за 50 итераций. Расчетное распределение интенсивности, формируемое бинарным ДОЭ на рис. 3, а, приведено на рис. 3, b. Для ДОЭ с ФКП A(u; 5) и соответствующего ему бинарного ДОЭ значения Е и в отличались незначительно и составили 73,5; 1,5 и 72,6; 2,9 % соответственно.

В качестве других примеров были рассчитаны ДОЭ для фокусировки пучка (20) в кольцо с радиусами $R_1 = 9\Delta$ и $R_2 = 18\Delta$ и в литеру «Н», состоящую из трех отрезков с длинами 12Δ, 12Δ и 7Δ. Рассчитанные бинарные фазы и распределения интенсивности, формируемые бинарными ДОЭ, приведены на рис. 4, 5. При фокусировке в кольцо (рис. 4, b) значения Е и δ составили 73,2 и 3,2 %, а при фокусировке в литеру «Н» (рис. 5, b) - 70,2 и 2,1 % соответственно.

В процессе расчетов мы получили, что аппроксимация ФКП бинарного ДОЭ функцией A(u; M) является достаточно хорошей уже при M > 4,5. Для приведенных примеров обратный переход от функции A(u; M) к бинарной функции при M = 4,5 приводил к снижению энергетической эффективности *Е* всего на 1—2 % при незначительном увеличении δ на 1—2 %.

Результаты расчета бинарных ФДР

Число перядков	Энергетическая эффективность Е, %	Среднеквадратическая олибка д, %
5 × 5	74,4	3,1
7 × 7	73,7	3,1
9 × 9	72,6	2,9
11 × 11	73,8	3,6
15 × 15	74,7	3,4
21 × 21	73,8	3,7
33 × 33	75,1	4,8
51 × 51	74,2	4,9

Отметим, что расчет бинарного ДОЭ с квадратной апертурой G $(b \times b)$ для фокусировки пучка с постоянной интенсивностью в прямоугольник ($N\Delta \times K\Delta$) эквивалентен расчету фазы бинарной ФДР, формирующей N × K порядков. Действительно, для $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{j, p} = (j\Delta, p\Delta)$ значения интенсивности в плоскости z = f

$$I_{j,p} = \left| \frac{1}{\lambda f} \int_{G} \exp(i\varphi_{b}(\mathbf{u})) \times \exp\left(-i\frac{2\pi}{b}\left(ju + p\mathbf{v}\right)\right) d^{2}\mathbf{u} \right|^{2}$$
(21)



Рис. 6. Бинарная фаза ФДР с числом порядков 33 × 33 (*a*); распределение интенсивности в фурьеплоскости для решетки на рис. 6, *a* (*b*)

пропорциональны квадратам модулей коэффициентов Фурье в разложении функции $\exp(i\varphi_b(\mathbf{u}))$. Поэтому функция $\varphi_b(\mathbf{u})$ соответствует фазовой функции бинарной ФДР с периодом $b \times b$ и интенсивностью порядков:

$$I_{j,p} = \begin{cases} I_D(j\Delta, p\Delta), & |j| < N/2, |p| < K/2, \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$
(22)

В таблице представлены результаты расчета бинарных ФДР для различного числа порядков с равной интенсивностью. Энергетическая эффективность E = 73-75% и среднеквадратическая ошибка $\delta = 3-5$ %, полученные для ФДР с числом порядков до 51×51 , подтверждают высокую эффективность предложенного метода. На рис. 6, *а* показана расчетная бинарная фаза дифракционной решетки, формирующей 33×33 порядков с равной интенсивностью. При итерационном расчете решетки в качестве начального приближения для $\varphi(\mathbf{u})$ в (14) использовалась гладкая функция, рассчитанная в геометрооптическом приближении [3, 12, 13]. Это объясняет квазирегулярный вид полученной бинарной фазы на рис. 6, *а*. Распределение интенсивности в плоскости z = f для ФДР на рис. 6, *а* показано на рис. 6, *b* при числе периодов 2 × 2.

Заключение. Проведенные численные расчеты показали хорошую эффективность и преимущества предложенного метода. Метод учитывает вид интенсивности освещающего пучка и применим для сложных нефакторизуемых областей фокусировки. Данный метод требует вычисления двух преобразований Фурье на каждой итерации и по сложности эквивалентен алгоритму Герчберга — Секстона.

Предложенный метод может быть обобщен на случай расчета квантованных фазовых ДОЭ при числе уровней квантования фазы K > 2. ФКП ДОЭ с K градациями фазы также представляется рядом (8), где коэффициенты c_n являются коэффициентами Фурье следующей функции [14, 15]:

$$\exp\left(i\Phi_{K}[\xi]\right) = \exp\left(i\frac{2\pi}{K}\operatorname{int}\left(\frac{\xi K}{2\pi}\right)\right),$$

int [x] — целая часть x, а функция $\Phi_K[\xi]$ описывает квантование по K уровням.

4 Автометрия № 5, 1995 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Dammann H., Gortler K. High-efficiency in-line multiple imaging by means of multiple phase holograms // Opt. Commun. 1971. 3.
- 2. Jahns J., Downs M. M., Prise M. E. et al. Dammann gratings for laser beam shaping // Opt. Eng. 1989. 28. P. 1267.
- 3. Doskolovich L. L., Soifer V. A., Alessandretti G. et al. Analytical initial approximation for multiorders binary grating design // Pure and Appl. Opt. (JEOS). 1994. 3.
- 4. Stark H., Catino W. C., Lo Cicero J. L. Design of phase gratings by generalized projections // JOSA (A). 1991. 8.
- Seldowitz M. A., Allebach J. P., Sweeney D. W. Synthesis of digital holograms by direct binary search // Appl. Opt. 1987. 26. P. 2788.
- 6. Досколович Л. Л., Сойфер В. А., Шинкарев М. В. Метод стохастического синтеза бинарных дифракционных решеток // Автометрия. 1992. № 3.
- 7. Feldman M. R., Guest C. C. Iterative encoding of high-efficiency holograms for generation of spot arrays // Opt. Lett. 1989. 14.
- 8. Turunen J., Vasara A., Westerholm J. Kinoform phase relief synthesis: a stochastic methods // Opt. Eng. 1989. 28, N 11.
- 9. Morrison R. L., Walker S. L., Cloonan T. J. Beam array generation and holographic interconnections in a free-space optical switching network // Appl. Opt. 1993. 32.
- 10. Turunen J., Vasara A., Westerholm J., Salin A. Stripe-geometry two-dimensional Dammann gratings // Opt. Commun. 1990. 74.
- 11. Fienup J. R. Phase retrieval algorithms: a comparison // Appl. Opt. 1982. 21, N 15.
- 12. Soifer V. A., Golub M. A. Diffractive micro-optical elements with non-point response // Proc. SPIE. 1751.
- 13. Golub M. A., Sisakyan I. N., Soifer V. A. Infra-red radiation focusators // Opt. and Lasers Eng. 1991. 15, N 5.
- 14. Dallas W. J. Phase-quantization A compact derivation // Appl. Opt. 1971. 10, N 3.
- Soifer V. A., Doskolovich L. L., Kazanskiy N. L. Multifocal diffractive elements // Opt. Eng. 1994. 33, N 11.

Поступила в редакцию 19 апреля 1995 г.