

СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

УДК 681.324 : 681.3-192

Ю. К. Дмитриев

(Новосибирск)

САМОДИАГНОСТИРОВАНИЕ МУЛЬТИПРОЦЕССОРНЫХ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

Мультипроцессорная система называется q/t -диагностируемой, если по заданному синдрому можно определить все неисправные модули при условии, что общее число неисправных процессоров в системе не превышает величины t , а число неисправных процессоров в заданной окрестности каждого процессора не более q . Показана q/t -диагностируемость систем, имеющих циркулянтную структуру. Найдено достаточное условие существования диагностического ядра, использование которого позволило разработать децентрализованный алгоритм самодиагностирования. Поставлена задача анализа q/t -диагностируемости при применении введенного условия. Задача анализа решена для системы, имеющей структуру двумерного тора.

Введение. Число обрабатываемых модулей в мультипроцессорных вычислительных системах (ВС), реализуемых на базе СБИС или технологии неразрезных полупроводниковых пластин, может быть очень большим. Обеспечение отказоустойчивости этих ВС требует автоматического определения их технического состояния (самодиагностирования) в присутствии множественных отказов, рассматриваемых на уровне отдельных модулей.

Самодиагностирование осуществляется с помощью децентрализованных алгоритмов сопоставительного анализа результатов тестирования одних модулей системы другими. Мерой отказоустойчивости самодиагностируемых ВС служит кратность неисправности t , представляющая собой наибольшее число одновременно присутствующих в системе неисправных модулей, при котором еще возможно определение ее состояния.

Общепотребительные структуры межмодульных соединений в обсуждаемых ВС характеризуются симметричностью и небольшим числом связей каждого модуля с другими. Применение к подобным ВС классической теории структурной диагностики, основанной на известной модели Препараты, Метца и Чиена [1], дает малые значения кратности неисправности сравнительно с общим числом модулей системы.

Этот недостаток является побудительным мотивом для разработки новых диагностических моделей, учитывающих вероятностную природу допустимых состояний системы.

В работе [2], наряду с глобальными ограничениями на число t неисправных модулей в системе, используются локальные ограничения на число q неисправных модулей в окрестности каждого модуля системы (q/t -диагностируемые ВС). Это позволило получить для ВС, в которых модули соединены с небольшим числом других модулей, значения кратности t , приближающиеся к теоретически предельным ($t \leq \lfloor (N-1)/2 \rfloor$, где N — общее число модулей в системе), вытекающим из модели [1] для ВС, в которых каждый модуль соединен не менее чем с $2t$ другими модулями. При указанных ограничениях в [2] получены условия диагностируемости для ВС, структура которых явля-

ется прямоугольной, гексагональной или октагональной решеткой с замкнутыми границами, а также булевым кубом; разработан децентрализованный алгоритм самодиагностирования.

В данной работе анализируется возможность q/t -диагностирования для ВС с циркулянтной структурой, широко используемой в качестве рабочей для живучих ВС [3]. Вводится новое достаточное условие существования диагностического ядра ВС, обсуждаются условия его эффективного использования для децентрализованного самодиагностирования системы.

Предварительные замечания. Мультипроцессорная вычислительная система S состоит из N обрабатывающих модулей $U = \{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}\}$. Все модули ВС выполняют одну и ту же (тестовую) программу. Результаты этой программы, полученные соседними модулями, сравниваются. Выбор пар модулей, результаты выполнения которыми тестовой программы подлежат сравнению, задает диагностическую структуру ВС. Таким образом, диагностическая структура ВС есть неориентированный граф $G = (V, E)$, в котором вершины V представляют модули ВС, $V = \{i: i = 0, 1, \dots, N-1\}$, а ребро (i, j) принадлежит множеству E , если и только если подлежат сравнению результаты тестовой программы, выполненной модулями, сопоставленными с вершинами i и j . Результат сравнения $a(i, j) = 0(1)$, если данные, полученные при выполнении тестовой программы модулями, сопоставленными с вершинами i и j , совпадают (не совпадают). Поэтому $a(i, j) = 0$ означает, что модули, сопоставленные с вершинами i и j , оба исправны или оба неисправны. При $a(i, j) = 1$ хотя бы один из рассматриваемых модулей неисправен.

Состояние ВС характеризуется перечислением присутствующих в ней неисправных модулей и в диагностической модели представлено образом неисправности: $F^i = \{i: i \in V\}$.

Значения $a(i, j)$ образуют метки ребер диагностического графа. Упорядоченное множество значений $a(i, j)$, полученное при заданном образе неисправности F^i , называем синдромом ВС: $\varphi(F^i) = \{a(i, j): (i, j) \in E, F^i \subseteq V\}$.

Образ неисправности называют допустимым, если он удовлетворяет вводимым ограничениям. Образ неисправности F^i называют разрешимым, если и только если он допустим и предположение, что модули ВС, представленные вершинами из F^i , неисправны, а модули, представленные вершинами из $V - F^i$, исправны, не противоречит заданному синдрому φ (говорят, что образ неисправности F^i совместен с синдромом φ).

Обозначим $L(i)$ множество вершин, смежных с вершиной i диагностического графа G . Пусть $L_0(i)$ и $L_1(i)$ обозначают подмножества $L(i)$, элементы которых есть вершины, инцидентные ребрам с меткой 0 и 1 соответственно.

Систему называем q/t -диагностируемой, если по заданному синдрому φ можно идентифицировать все неисправные модули, присутствующие в ней, при условии, что для каждого модуля, представленного вершиной i диагностического графа G , в множестве $L(i) \cup \{i\}$ находится не более q вершин, соответствующих неисправным модулям (локальное ограничение на образы неисправности — ЛОН), а общее число неисправных модулей в системе не превышает числа t (глобальное ограничение на образы неисправности — ГОН).

Условия q/t -диагностируемости. В работе [2] установлено достаточное условие q/t -диагностируемости в следующем виде.

Теорема 1. Пусть вычислительная система представлена диагностическим графом $G = (V, E)$, в котором для каждого $i \in V$ выполняется $|L(i)| \geq 3$. Система q/t -диагностируема при $q = \lfloor |L(i)|/2 \rfloor + 1$ и $t \leq \lfloor (N-1)/2 \rfloor$, если между любыми $i, j \in V$ имеются, по меньшей мере, два вершинно непересекающихся пути.

Используя приведенное и другие достаточные условия, в [2] доказана q/t -диагностируемость вычислительных систем со структурами булева гиперкуба и прямоугольной решетки с замкнутыми границами (тор), а также со структурой тора, пополненного право- или левосторонними диагональными связями (гексагональные решетки) либо теми и другими (октагональные решетки).

В качестве структуры ВС достаточно часто используются также циркулянтные графы [4]. Циркулянт $(N; s_1, s_2, \dots, s_n)$ есть неориентированный граф $G = (V, E)$ с N вершинами, $N = |V|$, помеченными числами $0, 1, \dots, N - 1$. В нем каждая вершина i смежна с вершинами, имеющими номера $i \pm s_1(\text{mod}N), i \pm s_2(\text{mod}N), \dots, i \pm s_n(\text{mod}N)$. Здесь s_1, s_2, \dots, s_n — попарно различные целые, не превышающие значения $(N + 1)/2$; они используются как метки соответствующих ребер циркулянта.

ВС с подобной структурой имеют хорошие показатели структурной надежности и удобны для построения масштабируемых живучих вычислительных систем [4].

Теорема 2. Вычислительная система, структура которой есть циркулянт $(N; 1, 2, \dots, n)$, является q/t -диагностируемой при $q = n + 1$ и $t \leq \lfloor (N - 1)/2 \rfloor$.

Доказательство. Определим число вершинно непересекающихся путей между произвольно выбираемыми вершинами i и j циркулянтного графа, находящимися на расстоянии 2 друг от друга. Циркулянт $(N; s_1, s_2, \dots, s_n)$ есть вершинно симметричный граф. Поэтому, не теряя общности, выберем в качестве вершины i вершину с номером 0. Номера вершин, удаленных от нее на расстояние 2, принадлежат множеству $Q = \{(n + l), ((N - 2n) + l); l = 1, 2, \dots, n\}$.

Для всякого $(a + l)$, где $a \in \{n, (N - 2n)\}$, имеет место равенство

$$a + l = (a - k) + (l + k), \quad (1)$$

где $k = 1, 2, \dots, n$. Сумма $r = (a + k) \in Q$ задает путь из вершины 0 в вершину r , который проходит через вершину a и ребро с меткой k . Следовательно, отношение (1) указывает n вершинно непересекающихся путей из вершины 0 в каждую из вершин множества Q . Таким образом, граф G удовлетворяет условиям теоремы 1 и является q/t -диагностируемым для $q = \lfloor |L(i)|/2 \rfloor + 1$. Но для рассматриваемого циркулянта $|L(i)| = 2n$, что и доказывает теорему.

Следствие 1. Вычислительная система, структура которой есть циркулянт $(N; \delta, 2\delta, \dots, \delta n)$, q/t -диагностируема при $q = n + 1$ и $t \leq \lfloor (N - 1)/2 \rfloor$, если N и δ взаимно простые числа: $(\delta, N) = 1$.

Доказательство вытекает из установленного в [1] изоморфизма циркулянтов $(N; 1, 2, \dots, t)$ и $(N; \delta, 2\delta, \dots, \delta t)$ при $(\delta, N) = 1$.

Алгоритм диагностирования. В [2] описан децентрализованный алгоритм самодиагностирования для q/t -диагностируемых ВС, структура которых удовлетворяет условиям теоремы 1. Из теоремы 2 следует, что этот алгоритм может быть использован также для ВС с циркулянтной структурой.

Алгоритм самодиагностирования [2] базируется на проверке выполнения для каждого модуля i системы найденных условий, которые связывают состояние этого модуля со значением элементов синдрома, соответствующих ограниченной его окрестности, и выполняется в два этапа.

На первом этапе, исходя из предположения об исправности выбранного (иницирующего самодиагностирование) модуля, «вычисляют» образ неисправности, совместный с заданным синдромом, и находят фактически исправный модуль. Последний используется на втором этапе как диагностическое ядро ВС для определения по заданному синдрому состояния остальных модулей системы.

Разработанный алгоритм [2] обладает рядом недостатков:

1. Иницирующий самодиагностирование модуль единствен и выделен программно, что ограничивает возможность распараллеливания алгоритма самодиагностирования и, следовательно, увеличивает время определения состояния ВС.

2. Если иницирующий самодиагностирование модуль неисправен, то для выделения диагностического ядра на первом этапе анализ полного синдрома ВС необходимо выполнить дважды, что также увеличивает время самодиагностирования. Если будет установлена неисправность иницирующего модуля

ля, то потребуется, кроме того, выполнить процедуру передачи его функции другому модулю.

3. Для определения состояния каждого модуля i на первом этапе самодиагностирования необходимо собрать информацию о «вычисляемом» состоянии модулей, находящихся от него на расстоянии $d \leq 2$.

Утверждение 1. Пусть $G = (V, E)$ — диагностический граф степени Δ , представляющий q/t -диагностируемую систему, и $\varphi(F^i)$ — синдром некоторого разрешимого образа неисправности. Если в графе G имеется вершина $i \in V$ такая, что $|L_0(i)| \geq \lfloor \Delta/2 \rfloor + 1$, то i соответствует исправному модулю.

Доказательство. Предположим обратное, т. е. что $i \in F^i$. Пусть $j \in L_0(i)$. Поскольку $a(i, j) = 0$, то выполняется $\{i, j\} \subseteq F^i$ или $\{i, j\} \subset V - F^i$. Указанное свойство транзитивно, поэтому из $i \in F^i$ следует $L_0(i) \cup \{i\} \subseteq F^i$ и $|L_0(i) \cup \{i\}| > \lfloor \Delta/2 \rfloor + 1$, что нарушает ЛОН для i . Значит, F^i не является допустимым образом неисправности, что противоречит условию утверждения. Следовательно, $i \in V - F^i$, что и требовалось доказать.

Назовем модуль, удовлетворяющий условию утверждения 1, структурным ядром (С-ядром) системы.

Условие, указанное в утверждении 1, может быть проверено каждым модулем системы независимо от других модулей и не требует знать «вычисляемое» состояние других модулей. Это позволяет применять параллельный алгоритм самодиагностирования и увеличивать надежность ВС за счет исключения необходимости выделять иницирующий модуль.

Более того, с помощью С-ядра состояние ВС можно определять по результатам анализа неполного синдрома (свойство адаптивности алгоритма). Если по результатам работы алгоритма определено состояние некоторого подмножества V_d модулей, а на текущем шаге алгоритма состояние модуля j определяется по значению $a(i, j)$, где $i \in L(j) \cap V_d \cap (V - F^i)$, то является излишним получение и анализ значений $a(j, k)$ для $k \in L(j) \cap V_d$ при $a(i, j) = 0$ ($j \in F^i$) и для $k \in L(j)$ при $a(i, j) = 1$ ($j \in V - F^i$). Таким образом, алгоритм ориентирован на достижение наименьшего числа $T = |V|$ тестов, с помощью которого может быть определено состояние ВС (необходимое условие q/t -диагностируемости).

Структурное ядро существует не для всякого разрешимого образа неисправности в q/t -диагностируемой системе. В следующем разделе изучены условия, гарантирующие существование С-ядра.

Анализ диагностического графа. Задача об условиях существования С-ядра формулируется следующим образом.

Дан диагностический граф $G = (V, E)$ q/t -диагностируемой системы, где $q = \lfloor \Delta/2 \rfloor + 1$ и $t = \lfloor (N - 1)/2 \rfloor$. Найти такое наибольшее $t' \leq t$, что для всякого разрешимого F^i , $F^i \leq t'$, найдется хотя бы одна вершина i , для которой выполняется условие $|L_0(i)| \geq \lfloor \Delta/2 \rfloor + 1$.

Пусть целое t' есть решение поставленной задачи анализа диагностического графа. Это с необходимостью влечет существование среди множества F' образов неисправности, имеющих мощность t' , такого F^i , который является доминирующим множеством для G . Действительно, предположим, что ни один из $F^i \in F'$ не есть доминирующее множество. Значит, для каждого $F^i \in F'$ найдется такая вершина $i \in V - F^i$, что $L(i) \subset V - F^i$. Следовательно, вершина i является С-ядром и сохраняет это свойство для любого $F^j = F^i \cup L'(i)$, где $L'(i) \subset L(i)$ такое, что $|L'(i)| < \lfloor \Delta/2 \rfloor$. Но $|F^j| > t'$, что противоречит условию максимальной значимости t' .

Из изложенного следует, что задача анализа диагностического графа является задачей о доминирующем множестве (с дополнительными ограничениями на степень вершин, не входящих в доминирующее множество). NP -полнота этой задачи известна [5].

Переформулируем задачу анализа следующим образом. Пусть $G = (V, E)$ — диагностический граф q/t -диагностируемой системы. Назовем граничным такой образ неисправности F^b , который не содержит ни одного S -ядра, но удаление любой вершины $i \in F^b$ ведет к возникновению хотя бы одного структурного ядра. Из определения F^b вытекает следующее.

Утверждение 2. Образ неисправности F^b является граничным, если и только если для каждой вершины $i \in F^b$ выполняется хотя бы одно из следующих условий:

- а) существует вершина $j \in L(i)$, не являющаяся элементом образа неисправности F^b , для которой выполняется $|L(j) \cap (V - F^b)| = \lfloor \Delta/2 \rfloor$;
- б) $|L(i) \cap (V - F^b)| \geq \lfloor \Delta/2 \rfloor + 1$.

Следствие 2. Если F^b — граничный образ неисправности, то для каждой вершины $i \in F^b$ выполняется $L(i) \cap (V - F^b) \neq \emptyset$; для каждой вершины j , не принадлежащей множеству F^b , выполняется $L(j) \cap F^b \neq \emptyset$. Следовательно, F^b есть доминирующее множество для диагностического графа ВС.

Пусть B — множество граничных образов неисправности, определенное на множестве разрешимых образов неисправности q/t -диагностируемой ВС, k — функция, аргументами которой служат элементы B , а значениями функции являются целые числа $k(F^i) = |F^i|$, где $F^i \in B$. Обозначим

$$\beta(G) = \min_{F^i \in B} \{k(F^i)\},$$

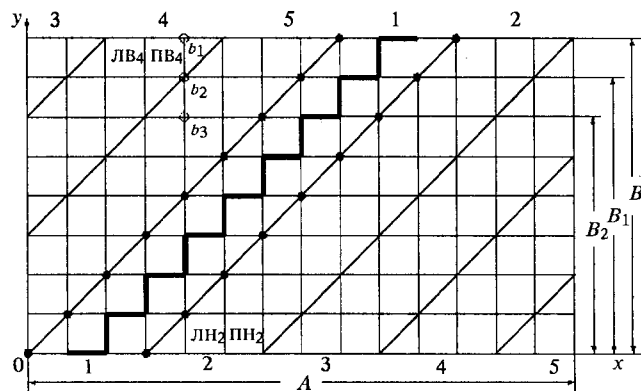
а образ неисправности, для которого имеет место указанное соотношение, назовем наименьшим граничным образом неисправности. Из утверждения 2 и определения $\beta(G)$ вытекает следующее.

Теорема 3. Вычислительная система, представленная диагностическим графом $G = (V, E)$, q/t -диагностируема при $q = \lfloor \Delta/2 \rfloor + 1$ и использовании S -ядра, если и только если $t' \leq \beta(G) - 1$.

Определим значение $\beta(G)$ для ВС, диагностический граф которой есть тор. На рисунке показана геометрическая интерпретация тора в виде прямоугольной решетки размерностью $A = 15$ столбцов и $B = 9$ рядов (строк), узлы которой имеют целочисленные координаты (i, j) в показанной прямоугольной системе координат; $i = 0, 1, \dots, A - 1, j = 0, 1, \dots, B - 1$. Связи, замыкающие границы решетки, не показаны. Не теряя общности, принимаем $A \geq B$.

В соответствии с условием ЛОН в каждом граничном образе неисправности F^b для любой вершины $j \in V - F^b$ выполняется

$$2 \geq |L(j) \cap (V - F^b)| \geq 1.$$



Значит, вершины графа, индуцированного множеством $V - F^b$, есть простые цепи или контуры.

Рассмотрим прямоугольную решетку размерностью $A \times B$ с разомкнутыми границами. Среди цепей (контуров) заданной длины минимальное число «формирующих» ее вершин $F_c, F_c \subset F^b$, имеет цепь, последовательно содержащую вершины с координатами $(i, j), (i + 1, j), (i + 1, j + 1), (i + 2, j + 1), (i + 2, j + 2), \dots$. Минимальность множества F_c следует из несмежности составляющих его вершин. Назовем цепь подобной конструкции оптимальной цепью. Наибольшая длина оптимальной цепи $l = 2B$ и для ее «формирования» необходимо $|F_c| = 2B$ вершин. На рисунке точками выделено F_c , «формирующее» оптимальную цепь, которая содержит вершину с координатами $(1, 0)$.

Очевидна возможность разбиения прямоугольной решетки с разомкнутыми границами на оптимальные цепи с помощью граничного множества F^b вершин, которые на рисунке соединены жирными линиями. Граничное множество F^b для любых A и B является наименьшим, что следует из того, что, согласно [6], F^b есть максимальное независимое и минимальное доминирующее множество, а каждая вершина из F^b участвует в «формировании» наибольшего возможного (при заданных A и B) числа оптимальных цепей. Здесь мы не принимаем во внимание возможность нарушения ЛОН, возникающего как следствие замыкания границ решетки.

Рассмотрим теперь связь между образованными оптимальными цепями через соединения между граничными вершинами решетки. Проанализируем сначала связь через горизонтальные границы, т. е. соединения между вершинами нулевого и $B - 1$ -го рядов решетки. Вследствие симметричности графа G без потери общности рассмотрим множество F^b , содержащее вершины, расположенные на рисунке на жирных линиях.

По построению размещение элементов F^b в j -м ряду решетки, $j = 1, 2, \dots, (B - 1)$, представляет собой сдвинутое на j вершин вправо размещение элементов F^b в нулевом ряду. Элементы F^b из нулевого ряда решетки имеют координаты $0, 3, 6, \dots, 3(m - 1)$, где $m = \lceil A/3 \rceil$. Присвоим цепям последовательные номера от 1 до m , начиная с цепи, которой принадлежит вершина с координатами $(1, 0)$ соответственно рисунку, где номера цепей проставлены под нулевым и над $(B - 1)$ -м рядами.

Поскольку в каждом ряду элементы F^b несмежны и разделены двумя вершинами из $V - F^b$, то в k -й оптимальной цепи, $k = 1, 2, \dots, m$, на каждой из ее границ (верхней и нижней) найдется хотя бы одна вершина, смежная с вершиной другой оптимальной цепи.

Таким образом, в решетке с замкнутыми горизонтальными границами существуют в точности $\lfloor B/3 \rfloor$ компонент связности, каждая из которых имеет вершины из $V - F^b$ на левой и правой вертикальных границах решетки.

Аналогичный анализ для замыкаемых вертикальных границ показывает, что вершины из F^b разделяют граф на компоненты связности, для каждой из которых существует контур. При этом значение $|F^b|$ инвариантно числу образуемых компонент связности и зависит только от суммарного числа вершин, составляющих каждую из них.

Проанализируем теперь структуру каждой из образованных компонент связности. Рассмотрим снова вершины оптимальных цепей, принадлежащие горизонтальным границам решетки. Обозначим левую и правую вершины нижней границы k -й оптимальной цепи ЛН_{*k*} и ПН_{*k*}, а соответствующие вершины верхней границы — ЛВ_{*k*} и ПВ_{*k*}.

По построению вершины ЛВ_{*k*} и ПН_{*k*} смежны с двумя вершинами, а вершины ПВ_{*k*} и ЛН_{*k*} — с одной вершиной k -й цепи. Связность между оптимальными цепями будем характеризовать сочетанием типов вершин верхней и нижней границ решетки, находящихся в ее произвольном фиксированном столбце. Для определенности зафиксируем столбец, в котором находится вершина ЛН₂. Тогда имеют место три случая: 1) ЛН₂ и ПВ_{*n*} при $B = 3r; r —$

целое; 2) ЛН₂ и элемент F^b при $B = 3r + 2$; 3) ЛН₂ и ЛВ_{*n*} при $B = 3r + 1$. На рисунке выделенным случаям соответствуют вершины b_1 , b_2 и b_3 для $B = 9$, $B_1 = 8$ и $B_2 = 7$.

В случае 1 F_b является максимальным независимым и минимальным доминирующим множеством, так что вершина ЛН_{*k*} смежна на верхней границе решетки с единственной вершиной (ПВ_{*n*}) *n*-й оптимальной цепи и *n*-я и *k*-я оптимальные цепи при замыкании горизонтальных границ решетки объединяются в оптимальную цепь.

В случае 2 F_b сохраняет свойство быть максимальным независимым и минимальным доминирующим множеством. При этом вершина ПН_{*k*}, смежная с двумя вершинами *k*-й цепи, смежна также с вершиной ЛВ_{*n*}, которая, в свою очередь, смежна с двумя вершинами *n*-й цепи. Поэтому ПН_{*k*} является С-ядром, как и сама вершина ЛВ_{*n*}.

Очевидно, что введение в F^b любой вершины $i \in \{\text{ПН}_k, \text{ЛВ}_n\}$ приводит к утрате свойства быть С-ядром для каждой из этих вершин (при этом $F^b \cup \{i\}$ не является независимым и утрачивает свойство минимальности как доминирующее множество).

В случае 3 при замыкании горизонтальных границ множество F^b не является независимым, оставаясь доминирующим множеством. Тогда смежность вершины ЛН_{*k*} (ПН_{*k*}) с вершиной ЛВ_{*n*} (ПВ_{*n*}) ведет к тому, что вершины ПН_{*k*} и ЛВ_{*n*} являются С-ядрами и имеют $V_c = L(\text{ПН}_k) \cap L(\text{ЛВ}_n) \neq \emptyset$. Введение в F^b любой вершины из V_c приводит к тому, что каждая из рассматриваемых вершин перестает быть С-ядром.

Итак, при замыкании горизонтальных границ решетки С-ядра в случае 1 не образуются, а в случаях 2 и 3 образуются $R_A = (2m - 1)$ С-ядер. Последние исключаются пополнением F^b минимальным числом R_A вершин, выбираемых как описано выше.

Аналогичный анализ справедлив также для замыкания вертикальных границ решетки. Следовательно, конструируемый образ неисправности является граничным и наименьшим.

Анализ показал, что общее число вершин, разделяющих прямоугольную решетку с разомкнутыми границами на оптимальные цепи, определяется выражением

$$Q = \sum_{i=1}^r (B - 3i) + B \lfloor (A - B)/3 \rfloor + \sum_{i=0}^{\lfloor (B - (3 - q))/3 \rfloor} [B - (3 - q) - 3i],$$

где $q = A - B - \lfloor (A - B)/3 \rfloor$.

Общее число вершин, добавляемых к множеству F_b для обращения его в наименьший граничный образ неисправности, составляет:

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{если } m_1 = r_1 = 0; \\ \lfloor A/3 \rfloor, & \text{если } m_1 = 0 \text{ и } r_1 > 0; \\ \lfloor B/3 \rfloor, & \text{если } m_1 > 0 \text{ и } r_1 > 0; \\ \lfloor A/3 \rfloor + \lfloor B/3 \rfloor, & \text{если } m_1, r_1 > 0. \end{cases}$$

Таким образом, значение β определяется:

$$\beta(G) = Q + \delta.$$

Заключение. В данной работе изучена проблема диагностирования модульных мультимикропроцессорных вычислительных систем при наличии ограниченного числа неисправных модулей в окрестности каждого из них. Установлены условия q/t -диагностируемости для вычислительных систем, диагностическая структура которых есть циркулянтный граф.

Получено достаточное условие существования диагностического ядра системы. Использование этого условия позволяет разработать децентрализованный адаптивный алгоритм самодиагностирования системы. Поставлена задача q/t -диагностируемости системы с заданной структурой. Показана NP -полнота этой задачи. Задача анализа решена для системы, диагностическая структура которой есть тор.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Preparata F. P., Metze G., Chien R. T. On the connection assignment problem of diagnosable systems // IEEE Trans. Electron. Comput. 1967. EC-16, N 12. P. 848.
2. Das A., Thulasiraman R., Agarwal V. K., Lakshmanan K. B. Multiprocessor fault diagnosis under local constraints // IEEE Trans. Comput. 1993. 42, N 8. P. 954.
3. Димитриев Ю. К. Самодиагностика модульных вычислительных систем. Новосибирск: Наука, 1993.
4. Монахова Э. А. Синтез оптимальных диофантовых структур // Вопросы теории и построения вычислительных систем. (Вычислительные системы. Вып. 80). Новосибирск, 1979.
5. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
6. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1968.

Поступила в редакцию 29 июня 1995 г.