

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.319.26

В. К. Клочко

(Рязань)

ВЫДЕЛЕНИЕ МЕНЯЮЩИХСЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Применительно к задаче выделения изображений движущихся пространственных объектов в условиях неопределенности выводятся рекуррентные аналоги калмановских процедур фильтрации и обнаружения на основе теории возможностей и нечетких множеств.

**Введение.** При решении задачи обнаружения и восстановления (выделения в шумах) меняющегося изображения движущегося объекта методом пространственно-временной обработки [1] используются калмановские модели движения. В условиях отсутствия количественной информации о связях между параметрами моделей возникает проблема неопределенности, которая обычно решается путем закругления системы обработки данных. В качестве альтернативы калмановскому [1] предлагается подход к оцениванию [2] и обнаружению в условиях неопределенности, основанный на теории возможностей [3] и нечетких множеств [4]. Выводятся «нечеткие» аналоги калмановских процедур фильтрации и обнаружения применительно к задаче [1]. Результатом являются наилучшие с точки зрения максимума апостериорной функции принадлежности оценки, ниже называемые «нечеткими», аналогичные по форме калмановским и отличающиеся правилом вычисления коэффициентов усиления. Проводится сравнительный анализ свойств оценок, показывающий более устойчивый характер нечеткого алгоритма. Решается задача обнаружения момента времени появления разладки в модели движения. Предлагается рекуррентный алгоритм обнаружения разладки типа «нечеткого» критерия согласия.

**Алгоритм «нечеткого» оценивания.** В соответствии с постановкой задачи [1] в дискретные моменты времени  $t_0, t_1, \dots, t_n$ ,  $n$  — текущий момент, наблюдаются матрицы (кадры) двумерных изображений  $M_0, M_1, \dots, M_n$ . Из  $M_0, M_1, \dots, M_n$  выделяется последовательность сегментов  $G_0, G_1, \dots, G_n$ , соответствующая некоторому фрагменту изображения и представленная векторами  $X_0, X_1, \dots, X_n$  мгновенных оценок параметров сегментов. Изменение отдельного скалярного параметра  $x$  во времени  $t$  описывается моделью (частный случай [1]):

$$\begin{aligned}x_n &= x_{n-1} + x'_{n-1} \tau_n + w_n + g_n, & \tau_n &= t_n - t_{n-1}, \\x'_n &= x'_{n-1} + w'_n + g'_n, & n &= 1, 2, 3, \dots,\end{aligned}\tag{1}$$

при начальных значениях  $x_0$  и  $x'_0$ , где  $x_n$  и  $x'_n$  — соответственно значение параметра  $x$  (положение) и скорость его изменения в момент времени  $t_n$ ;  $w_n$  и  $w'_n$  — случайные составляющие изменения положения и скорости;  $g'_n$  и  $g_n$  —

неслучайные составляющие (разладка модели) изменения  $x'$  и  $x$  за счет смены фрагмента изображения (при повороте объекта), появляющиеся в неизвестный момент времени  $t_r(g'_n = g_n = 0 \forall t_n < t_r)$  и символизирующие переход к новым начальным условиям  $x_0$  и  $x'_0$  в момент  $t_r$ .

Модель измерения:

$$z_n = x_n + v_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где  $z_n$  — внутрикадровая оценка параметра  $x$  сегмента  $G_n$ ;  $v_n$  — ошибка оценивания (измерения).

При калмановском подходе наилучшие оценки  $\hat{x}_n$  и  $\hat{x}'_n$  параметров  $x_n$  и  $x'_n$  находятся, например, с точки зрения максимума апостериорных плотностей распределения  $f(x_n/z_0, \dots, z_n)$  и  $f(x'_n/z_0, \dots, z_n)$ , которые с учетом (1) пересчитываются по правилам композиции для нормальных законов. Однако невозможность точного учета существующих связей (например, между различными параметрами и между  $x$  и  $w$ ), а также отклонения от гауссовости делают применение калмановских оценок в сложных системах заведомо неоптимальным. В этих условиях более «грубые» оценки типа [3], основанные на теории нечетких множеств, могут оказаться более эффективными с точки зрения устойчивости и простоты реализации без существенной потери точности.

Пусть заданы функции принадлежности (ФП) начальных значений параметров  $x_0$ ,  $x'_0$  и составляющих  $w_n$ ,  $w'_n$ ,  $v_n$  вида

$$\mu(x_0) = \exp[-(x_0 - \bar{x}_0)^2/P^2], \quad \mu(x'_0) = \exp[-(x'_0 - \bar{x}'_0)^2/(P')^2],$$

$$\mu(w_n) = \exp[-w_n^2/Q^2], \quad \mu(w'_n) = \exp[-(w'_n)^2/(Q')^2], \quad \mu(v_n) = \exp[-v_n^2/R^2].$$

В начальный момент  $t_0$  с учетом  $z_0 = x_0 + v_0$  апостериорная ФП находится по формуле [2]

$$\mu(x_0/z_0) = c\mu(z_0/x_0)\mu(x_0) = c\mu(v_0)|_{v_0=z_0-x_0}\mu(x_0) = \exp[-(x_0 - \hat{x}_0)^2/P_0^2],$$

где  $\hat{x}_0 = \bar{x}_0 + P_0^2(z_0 - \bar{x}_0)/R^2$ ,  $P_0^2 = P^2 R^2 / (P^2 + R^2)$ .

В момент  $t_1$  апостериорные ФП  $\mu(x_1/z_0, z_1)$ ,  $\mu(x'_1/z_0, z_1)$  определяются по формулам

$$\mu(x_1/z_0, z_1) = c\mu(z_1/x_1, z_0)\mu(x_1, z_0) = c\mu(z_1/x_1)\mu(x_1/z_0), \quad (3)$$

$$\mu(x'_1/z_0, z_1) = c\mu(z_1/x'_1, z_0)\mu(x'_1, z_0) = c\mu(z_1/x'_1)\mu(x'_1/z_0),$$

где  $c$  включает в себя множители, не зависящие от  $x_1$ ,  $x'_1$ , и регулирует выполнение обязательного условия:  $0 \leq \mu(x_1/z_0, z_1) \leq 1$ ,  $0 \leq \mu(x'_1/z_0, z_1) \leq 1$ . Условная ФП  $\mu(z_1/x_1)$  с учетом  $z_1 = x_1 + v_1$  принимает вид

$$\mu(z_1/x_1) = \mu(v_1)|_{v_1=z_1-x_1} = \exp[-(z_1 - x_1)^2/R^2].$$

Условная ФП  $\mu(x_1/z_0) = \mu[(x_0/z_0) + x'_0\tau_1 + w_1 + g_1]$  находится путем последовательного сложения условной (при фиксированном  $z_0$ ) нечеткой величины  $(x_0/z_0)$ , нечетких величин  $x'_0\tau_1$ ,  $w_1$  и неизвестной фиксированной величины  $g_1$ :

$$\mu(x_1/z_0) = \exp[-(x_1 - \hat{x}_1^3)^2/Q_1^2], \quad Q_1 = P_0 + P'_0\tau_1 + Q,$$

$$P'_0 = P', \quad \hat{x}_1^3 = \hat{x}_0 + \bar{x}'_0\tau_1 + g_1.$$

Условная ФП  $\mu(x'_1/z_0)$  с учетом  $x'_1 = x'_0 + w'_1 + g'_1$  находится таким образом:

$$\mu(x'_1/z_0) = \mu[(x'_0/z_0) + w'_1 + g'_1] = \exp[-(x'_1 - \hat{x}'_1)^2 / (Q'_1)^2],$$

$$Q'_1 = P'_0 + Q', \quad \hat{x}'_1 = \bar{x}'_0 + g'_1.$$

Условная ФП  $\mu(z_1/x'_1, z_0) = \mu[(x_0/z_0) + (x'_1 - w'_1)\tau_1 + w_1 + v_1]$  вычисляется путем последовательного применения правил сложения и умножения на число:

$$\mu(z_1/x'_1, z_0) = \exp[-(z_1 - \hat{x}'_1)^2 / H_1^2], \quad H_1 = P_0 + Q + R + Q'\tau_1.$$

Тогда по правилу произведения условных ФП (3)

$$\mu(x_1/z_0, z_1) = \exp[-(x_1 - \hat{x}_1)^2 / P_1^2], \quad \mu(x'_1/z_0, z_1) = \exp[-(x'_1 - \hat{x}'_1)^2 / (P'_1)^2],$$

где

$$\hat{x}_1 = \hat{x}'_1 + P_1^2(z_1 - \hat{x}'_1) / R^2, \quad \hat{x}'_1 = \hat{x}'_0 + (P'_1)^2\tau_1(z_1 - \hat{x}'_0) / H_1^2,$$

$$P_1^2 = R^2Q_1^2 / (R^2 + Q_1^2), \quad (P'_1)^2 = H_1^2(Q_1^2) / (H_1^2 + (Q_1^2)\tau_1^2).$$

По индукции в текущий момент  $t_n$  имеем

$$\mu(x_n/z_0, \dots, z_n) = c\mu(z_n/x_n)\mu(x_n/z_0, \dots, z_{n-1}), \quad (4)$$

$$\mu(x'_n/z_0, \dots, z_n) = c\mu(z_n/x'_n, z_0, \dots, z_{n-1})\mu(x'_n/z_0, \dots, z_{n-1}),$$

где

$$\mu(z_n/x_n) = \mu(v_n) \Big|_{v_n = z_n - x_n} = \exp[-(z_n - x_n)^2 / R^2],$$

$$\mu(x_n/z_0, \dots, z_{n-1}) = \mu[(x_{n-1}/z_0, \dots, z_{n-1}) + x'_{n-1}\tau_n + w_n + g_n] =$$

$$= \exp[-(x_n - \hat{x}_n)^2 / Q_n^2],$$

$$\mu(z_n/x'_n, z_0, \dots, z_{n-1}) = \mu[(x_{n-1}/z_0, \dots, z_{n-1}) + (x'_n - w'_n)\tau_n + w_n + v_n] =$$

$$= \exp[-(z_n - \hat{x}'_n)^2 / H_n^2],$$

$$\mu(x'_n/z_0, \dots, z_{n-1}) = \mu[(x'_{n-1}/z_0, \dots, z_{n-1}) + w'_n + q'_n] = \exp[-(x'_n - \hat{x}'_n)^2 / (Q'_n)^2],$$

$$\mu(x_n/z_0, \dots, z_n) = \exp[-(x_n - \hat{x}_n)^2 / P_n^2],$$

$$\mu(x'_n/z_0, \dots, z_n) = \exp[-(x'_n - \hat{x}'_n)^2 / (P'_n)^2].$$

Оценки  $\hat{x}_n, \hat{x}'_n$  положения  $x$  и скорости  $x'$  в момент  $t_n$  представляют точки максимума апостериорных ФП (4) и вычисляются с помощью следующего рекуррентного алгоритма «нечеткого» оценивания:

1. В начальный момент  $t_0$  вычисляются начальные параметры

$$P_0 = R^2P^2 / (R^2 + P^2), \quad P'_0 = P', \quad \alpha_0 = P_0^2 / R^2, \quad \beta_0 = 0 \quad (5)$$

и начальные оценки

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0 + \alpha_0(z_0 - \bar{x}_0), \quad \hat{x}'_0 = \bar{x}'_0 + \beta_0(z_0 - \bar{x}_0),$$

где  $\bar{x}_0$  и  $\bar{x}'_0$  практически определяются методом наименьших квадратов (МНК) по трем наблюдениям  $z_0, z_1, z_2$ .

2. В текущий момент  $t_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) вычисляются параметры (операции п. 2 можно выполнить заранее)

$$\begin{aligned} Q_n &= P_{n-1} + P'_{n-1} \tau_n + Q, & P_n^2 &= R^2 Q_n^2 / (R^2 + Q_n^2), \\ H_n &= P_{n-1} + Q + R + Q' \tau_n, & Q'_n &= P'_{n-1} + Q', \\ (P'_n)^2 &= H_n^2 (Q'_n)^2 / (H_n^2 + (Q'_n)^2 \tau_n^2) \end{aligned}$$

и коэффициенты усиления

$$\alpha_n = P_n^2 / R^2, \quad \beta_n = (P'_n)^2 \tau_n^2 / H_n^2. \quad (6)$$

3. Вычисляются экстраполированные на момент  $t_n$  оценки положения и скорости

$$\hat{x}_n^g = \hat{x}_{n-1} + \hat{x}'_{n-1} \tau_n + g_n, \quad \hat{x}'_n = \hat{x}'_{n-1} + g'_n,$$

где  $g_n, g'_n$  — неизвестные величины разладки ( $g_n = g'_n = 0 \forall n < r$ ), и находятся оценки

$$\hat{x}_n = \hat{x}_n^g + \alpha_n(z_n - \hat{x}_n^g), \quad \hat{x}'_n = \hat{x}'_n + \beta_n(z_n - \hat{x}_n^g) / \tau_n. \quad (7)$$

4. Осуществляется переход к п. 2 (новый момент времени).

**Алгоритм «нечеткого» обнаружения разладки.** При смене фрагментов изображения в последовательности сегментов  $G_0, G_1, \dots, G_n$  (за счет поворота объекта) появляются ненулевые составляющие (разладка  $g'_r \neq 0, g_r \neq 0$ ) в модели (1) в некоторый момент времени  $t_r$ . Возникает задача обнаружения момента  $t_r$  для завязки и сопровождения вновь появившихся фрагментов изображения [1].

Соответствие измерений  $z_0, z_1, \dots, z_n$  модели (1), (2) при  $g_1 = 0, \dots, g_n = 0$  удобно характеризовать величиной среднего с весами  $\omega_k$  квадрата невязок:

$$s_n(N) = \sum_k \omega_k (z_k - \hat{x}_k^g)^2, \quad \sum_k \omega_k = 1, \quad (8)$$

где суммирование по  $k$  ведется в пределах эффективной памяти фильтра  $N$  по последним  $N$  наблюдениям  $z_n, z_{n-1}, \dots, z_{n-N+1}$ .

Невязка  $\Delta_k = z_k - \hat{x}_k^g$ , где  $\hat{x}_k^g = \hat{x}_k^g(z_0, \dots, z_{k-1})$  — фиксированная величина, представляет условную нечеткую величину  $\Delta_k = (z_k/z_0, \dots, z_{k-1}) - \hat{x}_k^g$ . В силу связи  $z_k = x_k + v_k$  имеем  $(z_k/z_0, \dots, z_{k-1}) = (x_k/z_0, \dots, z_{k-1}) + v_k$ , и по правилам сложения нечетких величин

$$\begin{aligned} \mu(z_k/z_0, \dots, z_{k-1}) &= \mu[(x_k/z_0, \dots, z_{k-1}) + v_k] = \\ &= \max_{x_k} \min \{ \exp[-(x_k - \hat{x}_k^g)^2 / Q_k^2], \exp[-v_k^2 / R^2] \} \Big|_{z_k = x_k + v_k} = \\ &= \exp[-(z_k - \hat{x}_k^g)^2 / (Q_k + R)^2]. \end{aligned}$$

Тогда

$$\mu(\Delta_k) = \mu(z_k/z_0, \dots, z_{k-1}) \Big|_{z_k = \hat{z}_k + \hat{x}_k^2} = \exp[-\Delta_k^2 / (Q_k + R)^2]. \quad (9)$$

Так как для суммы квадратов  $s = \omega_1 \Delta_1^2 + \omega_2 \Delta_2^2$  нечетких величин  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  с весами  $\omega_1 > 0, \omega_2 > 0$  получится ФП вида

$$\mu(s) = \exp[-s / (\omega_1 \sigma_1^2 + \omega_2 \sigma_2^2)], \quad s \geq 0,$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — параметры ФП:

$$\mu(\Delta_1) = \exp[-\Delta_1^2 / \sigma_1^2], \quad \mu(\Delta_2) = \exp[-\Delta_2^2 / \sigma_2^2],$$

то по индукции находится «нечеткий» аналог  $\chi^2$ -распределения в виде ФП для  $s = \omega_1 \Delta_1^2 + \omega_2 \Delta_2^2 + \dots + \omega_n \Delta_n^2$ :

$$\mu(s) = \exp\left[-s / \sum_{k=1}^n \omega_k \sigma_k^2\right], \quad s \geq 0, \omega_k > 0 \forall k,$$

причем в отличие от  $\chi^2$ -распределения  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$  — зависимые нечеткие величины.

Аналогично ФП нечеткой величины (8) с учетом (9) находится по формуле

$$\mu(s_n) = \exp[-s_n / D_n], \quad s_n \geq 0, \quad D_n = \sum_k \omega_k (Q_k + R)^2, \quad (10)$$

где  $k = n - N + 1, n - N + 2, \dots, n$ ;  $D_n$  — «нечеткий» аналог дисперсии величины  $s_n$ .

Проверка согласия  $z_{n-N+1}, z_{n-N+2}, \dots, z_n$  модели (1), (2) сводится к проверке нечеткого отношения  $s_n \leq s_n^{\max}$ , где порог  $s_n^{\max}$  — аналог квантили распределения  $s_n$  порядка  $\mu$  — находится для заданной уверенности  $\mu$  выполнения неравенства  $s_n \leq s_n^{\max}$  (например,  $\mu = 0,9$ ),  $\mu$  — мера множества  $\{s \mid s \leq s_n^{\max}\}$ , из равенства  $\mu(s_n) = 1 - \mu$  с учетом (10):

$$\exp[-s_n^{\max} / D_n] = \exp[\ln(1 - \mu)], \quad s_n^{\max} = -D_n \ln(1 - \mu).$$

При  $s_n > s_n^{\max}$  принимается решение о наличии разладки ( $g_n' \neq 0, g_n \neq 0$ ) и момент  $t_n$  фиксируется как начальный момент  $t_0$  нового участка наблюдения [1].

Осреднение с весами в (8) и (10) при вычислении  $s_n$  и  $D_n$  равносильно прохождению последовательностей  $\{(z_n - \hat{x}_n^2)^2\}$  и  $\{(Q_n + R)^2\}$  через осредняющий фильтр (типа экспоненциального) с эффективной памятью  $N$ , равной памяти фильтра (5) — (7). С учетом этого алгоритм «нечеткого» обнаружения момента  $t$  разладки принимает вид следующей рекуррентной процедуры:

1. В начальный момент  $t_0$  вычисляются начальные параметры и оценки  $\hat{x}_0, \hat{x}_0'$  по формуле (5), а также  $s_0 = 0, D_0 = 0$ .

2. В текущий момент  $t_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) на основе полученных на  $(n - 1)$ -м шаге оценок  $\hat{x}_{n-1}, \hat{x}_{n-1}'$  и текущего измерения  $z_n$  вычисляются невязка  $\Delta_n = z_n - \hat{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}' \tau_n$  и текущие значения  $s_n, D_n$  по рекуррентным формулам

$$s_n = s_{n-1} + \gamma_n (\Delta_n^2 - s_{n-1}), \quad D_n = D_{n-1} + \gamma_n [(Q_n + R)^2 - D_{n-1}],$$

где  $\gamma_n$  — коэффициент усиления осредняющего фильтра;  $Q_n$  вычисляется в соответствии с (6).

3. Если  $s_n > -D_n \ln(1 - \mu)$ , то устанавливаются новые начальные условия:  $t_0 = t_n, \bar{x}_0, \bar{x}'_0$  — и осуществляется переход к п. 1.

4. В противном случае вычисляются оценки  $\hat{x}_n, \hat{x}'_n$  в соответствии с (7) и осуществляется переход к п. 2 (новый момент времени).

Расчет коэффициента  $\gamma_n$  можно провести, например, на основе равносильных преобразований системы (1), (2), которые приводят к модели «измерения»  $\Delta z_n = \Delta x_n + \Delta v_n$  и одномерной модели «движения»  $\Delta x_n = \Delta x_{n-1} + \Delta w_n$ , где

$$\Delta z_n = z_n - \hat{x}_n^3, \quad \Delta x_n = x_n - x_n^3, \quad \Delta v_n = v_n - \varepsilon_n, \quad \varepsilon_n = \hat{x}_n^3 - x_n^3, \\ \Delta w_n = w_n - w_{n-1}, \quad x_n^3 = x_{n-1} + x'_{n-1} \tau_n,$$

$$\mu(\Delta v_n) = \exp[-\Delta v_n^2 / (P_{n-1} + P'_{n-1} \tau_n + R)^2], \quad \mu(\Delta w_n) = \exp[-\Delta w_n^2 / (2Q)^2],$$

и  $\gamma_n$  находится как коэффициент усиления соответствующего одномерного фильтра.

Учет измерений скорости. Пусть дополнительно к (1), (2) задана модель измерений скорости:  $z'_n = x'_n + v'_n$ , где ФП —  $\mu(v'_n) = \exp[-(v'_n)^2 / (R')^2]$ . Информация о скорости позволяет упростить расчет нечеткого фильтра следующим образом.

В момент  $t_0$ :

$$z_0 = x_0 + v_0, \quad z'_0 = x'_0 + v'_0,$$

$$\mu(x_0/z_0) = \exp[-(x_0 - \hat{x}_0)^2 / P_0^2], \quad \mu(x'_0/z'_0) = \exp[-(x'_0 - \hat{x}'_0)^2 / (P'_0)^2],$$

где

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0 + P_0^2(z_0 - \bar{x}_0)/R^2, \quad \hat{x}'_0 = \bar{x}'_0 + (P'_0)^2(z'_0 - \bar{x}'_0)/(R')^2, \\ P_0^2 = P^2 R^2 / (P^2 + R^2), \quad (P'_0)^2 = (P')^2 (R')^2 / ((P')^2 + (R')^2).$$

В момент  $t_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ):

$$z_n = x_n + v_n, \quad x_n = x_{n-1} + \hat{x}'_{n-1} \tau_n + w_n + g_n, \quad x'_n = x'_{n-1} + w'_n + g'_n,$$

$$\mu(x_n/z_0, \dots, z_n) = \exp[-(x_n - \hat{x}_n)^2 / P_n^2],$$

$$\mu(x'_n/z'_0, \dots, z'_n) = \exp[-(x'_n - \hat{x}'_n)^2 / (P'_n)^2],$$

$$\hat{x}_n = \hat{x}_n^3 + P_n^2(z_n - \hat{x}_n^3)/R^2, \quad \hat{x}'_n = \hat{x}'_n^3 + (P'_n)^2(z'_n - \hat{x}'_n^3)/(R')^2,$$

$$\hat{x}_n^3 = \hat{x}_{n-1} + \hat{x}'_{n-1} \tau_n + g_n, \quad \hat{x}'_n^3 = \hat{x}'_{n-1} + g'_n,$$

$$P_n^2 = R^2 Q_n^2 / (R^2 + Q_n^2), \quad Q_n = P_{n-1} + P'_{n-1} \tau_n + Q,$$

$$(P'_n)^2 = (R')^2 (Q'_n)^2 / ((R')^2 + (Q'_n)^2), \quad Q'_n = P'_{n-1} + Q'.$$

Здесь оценки  $\hat{x}'_{n-1}$ , найденные по измерениям скорости, используются вместо  $x'_{n-1}$  в модели (1):  $x'_{n-1} = \hat{x}'_{n-1}$ .

Методика обнаружения момента разладки при измерении скорости по форме не отличается от ранее изложенной. При расчете  $\gamma_n$

$$\varepsilon_n = \hat{x}_{n-1} - x_{n-1}, \quad \mu(\Delta v_n) = \exp[-v_n^2 / (P_{n-1} + R)^2].$$

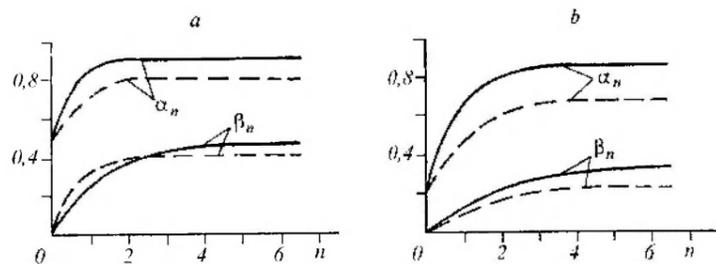


Рис. 1

Сравнительный анализ «нечеткого» и калмановского алгоритмов. По форме (7) «нечеткий» и калмановский алгоритмы оценивания не отличаются. Различие проявляется в свойствах их коэффициентов усиления  $\alpha_n, \beta_n$  (6).

На рис. 1, 2 представлены зависимости  $\alpha_n, \beta_n$  от  $n$ , построенные для нечеткого (сплошная линия) и калмановского (штриховая) фильтров, для следующих условий: рис. 1, а —  $P = 1, P' = 1, Q = 1, Q' = 1, R = 1$ ; рис. 1, б — при тех же условиях (см. рис. 1, а)  $R = 2$ ; рис. 2, а —  $P = 1, P' = 1, Q = 0,1, Q' = 0,1, R = 1$ ; рис. 2, б — при тех же условиях (см. рис. 2, а)  $P = 2, P' = 2$ .

Данные рис. 1 и 2 соответствуют двумерному нечеткому фильтру (5)–(7) при  $\tau_n = 1 \forall n$  и калмановскому фильтру (например, [1]), рассмотренному в идентичных условиях при отсутствии корреляционных связей: диагональные ковариационные матрицы с элементами  $P^2, (P')^2$  и  $Q^2, (Q')^2$ , имеющими смысл дисперсий случайных величин  $x_0, x'_0$  и  $w_n, w'_n \forall n$ .

Сравнение показывает, что нечеткий алгоритм реагирует на изменения априорных данных ( $P, Q, R, P', Q'$ ), но при этом более устойчив, например, к изменению  $R$  (см. рис. 1, а, б) и в смысле стабильности коэффициентов  $\alpha_n, \beta_n$  (см. рис. 2, а, б) по сравнению с калмановским. Коэффициенты усиления  $\alpha_n, \beta_n$  практически постоянны при  $n \geq 5$ , и в этом смысле нечеткий фильтр близок к экспоненциальному. Соответственно эффективная память нечеткого фильтра ниже калмановского: при  $P = Q = \bar{\kappa} = 1, P' = Q' = 0, \tau_n = 0 \forall n$  (одномерные фильтры) эффективная память на уровне  $\omega = 0,01$  составляет  $N = 3-4$  для нечеткого и  $N = 5$  для калмановского фильтров.

Таким образом, преимущество нечеткого алгоритма по сравнению с калмановским применительно к задаче выделения изображений состоит в более простой реализации (по типу экспоненциального фильтра), большей устойчивости к изменению некоторых априорных данных и большей чувствительности (вследствие более высоких  $\alpha_n, \beta_n$ ) к изменению входных данных  $z_n$  при смене фрагментов изображения в условиях быстромменяющихся изображений.

Более глубокое сравнительное исследование свойств предложенных алгоритмов затруднено из-за различия аксиоматик, положенных в основу нечетких и калмановских процедур, и выходит за рамки данной работы.

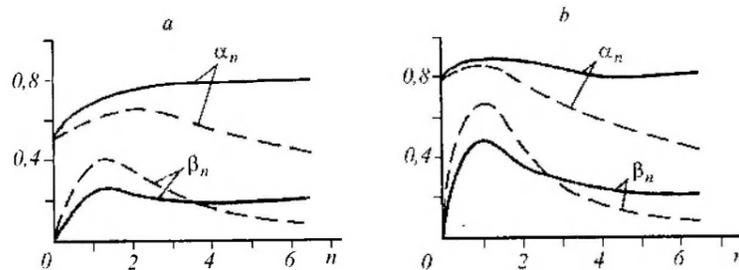


Рис. 2

Полученные результаты могут найти применение в следящих радиотехнических и оптических системах, а также системах технического зрения, работающих со сложными и быстроменяющимися изображениями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клочко В. К. Обнаружение движущихся изображений точечных и протяженных объектов в последовательности телевизионных кадров // Автометрия. 1993. № 1.
2. Клочко В. К., Мойбенко В. И. Нечеткая фильтрация скалярного параметра // Вопросы радиозлектроники. Сер. Общие вопросы радиозлектроники. 1991. Вып. 12.
3. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике: Пер. с франц. М.: Радио и связь, 1990.
4. Борисов А. Н., Алексеев А. В., Меркурьева Г. В. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989.

*Поступила в редакцию 16 июня 1995 г.*

---

Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!