

УДК 535.8 : 621.378

В. А. Арбузов, Г. В. Бакакин, Ю. Н. Дубнищев

(Новосибирск)

ПОЛИХРОМАТИЧЕСКОЕ ГИЛЬБЕРТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ*

Описан метод цветной гильберт-визуализации двумерного распределения градиента полей фазовой оптической плотности потоков. Рассмотрена реализация этого метода с применением биквадрантного пространственно-частотного фильтра Фуко — Гильберта, обычного для черно-белых теневых систем.

Введение. Визуализация полей оптической плотности является одним из эффективных способов изучения структурных характеристик потоков жидкостей и газов. Наиболее широко применяются теневые методы [1]. Результат визуализации обычно представляется в виде черно-белой тенеграммы.

Методы гильберт-оптики [2] могут обеспечивать более высокую чувствительность. В структуре гильберт-тенеграммы содержатся признаки, позволяющие получать численные характеристики оптического поля плотности без привлечения для этих целей средств интерферометрии. Гильберт-преобразование оптического сигнала в фурье-спектральной области выполняются фильтром, описываемым функцией $G(K) = j\text{sgn}(K)$, где K — пространственная частота.

Цветная визуализация достигается обычно путем псевдораскрашивания тенеграмм с применением вычислительной техники, а также за счет хроматической фильтрации [3, 4]. Цветная визуализация в известных методах используется преимущественно для кодирования параметров, характеризующих оптические свойства исследуемой среды, или для селекции тенеграмм по хроматическому признаку. Цветовой контраст улучшает эстетическое восприятие и демонстрационные возможности получаемой в эксперименте информации. Техническая реализация известных систем цветной визуализации связана с усложнением конфигурации оптических фильтров и световых источников, а достижение нового качества сопровождается снижением чувствительности за счет дополнительных дифракционных потерь в сравнении с классическими теневыми методами. В [5] описан способ цветной визуализации полей оптической плотности, не уступающий по чувствительности эквивалентной черно-белой теплеровской системе.

В настоящей работе рассматривается последовательная трансформация оптического сигнала в бихроматическом и монохроматическом каналах цветного гильберт-визуализатора двумерного распределения градиента показателя преломления в ситуации, когда применяется пространственно-частотный фильтр Фуко — Гильберта, обычный для классических черно-белых теневых приборов.

Описание метода и результатов эксперимента. На рис. 1 представлена схема оптического цветного гильберт-визуализатора: 1 — источник света; 2 и 2' — оптические элементы, направляющие излучение в световоды 4 и 4',

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 96-02-19246а).

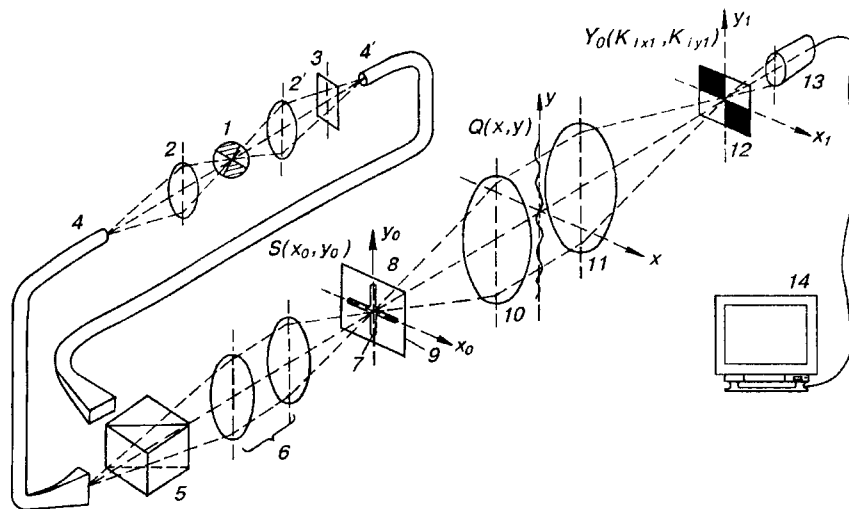


Рис. 1. Оптическая схема цветного гильберт-визуализатора полей оптической плотности

выходные концы которых формируют ортогонально ориентированные линейные излучатели. Призма-кубик 5 формирует пространственный крестообразный световой источник, проецируемый оптической системой 6 на крестообразную диафрагму 9. Бихроматический вертикальный щелевой излучатель образуется с помощью цветных фильтров 7 и 8, пропускающих свет на длинах волн λ_1 и λ_2 , выбранных в красной и зеленой спектральных областях. Горизонтальный щелевой источник с помощью цветного фильтра 3 формирует излучение на длине волны λ_3 в сине-голубом спектральном интервале. Фурье-сопряженные объективы 10 и 11 выполняют последовательно прямое и обратное фурье-преобразования функции источника. Между этими объективами помещается исследуемая среда. В задней фурье-плоскости объектива 11 формируется фурье-спектр исследуемого оптического сигнала, который селектируется двумерным фильтром Фуко — Гильберта 12. Результирующий оптический сигнал преобразуется в электрический видеокамерой 13 и наблюдается на телевизионном мониторе 14. Параллельно сигнал поступает в систему обработки на базе ПЭВМ.

Рассмотрим канал цветной визуализации градиента оптического поля плотности по оси x . Бихроматическая (λ_1 и λ_2) вертикальная компонента крестообразного источника, ориентированная вдоль оси y_0 , является комбинацией двух щелей:

$$S(x_0, y_0) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \text{rect}\left(\frac{x_0}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y_0}{b}\right) [1 + (-1)^i \text{sgn}(y_0)], \quad (1)$$

где i — индекс хроматической компоненты с длиной волны λ_i ;

$$\text{rect}\left(\frac{x_0}{a}\right) = \begin{cases} 1, & -a \leq x_0 \leq a, \\ 0, & x_0 > a, x_0 < -a, \end{cases}$$

$$\text{rect}\left(\frac{y_0}{b}\right) = \begin{cases} 1, & -b \leq y_0 \leq b, \\ 0, & y_0 > b, y_0 < -b. \end{cases}$$

Объектив *10* с фокусным расстоянием f выполняет фурье-преобразование функции источника. В приближении неограниченной апертуры получаем для фурье-спектра источника:

$$\begin{aligned} S_F(x, y) &= \frac{1}{jf} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\lambda_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x_0, y_0) \exp \left\{ -j \left[\frac{k_i}{f} (xx_0 + yy_0) \right] \right\} dx_0 dy_0 \cong \\ &\cong \frac{ab}{jf} \sum_i \frac{1}{\lambda_i} \operatorname{sinc} \left(\frac{k_i}{f} ax \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{k_i}{2f} by \right) \exp \left[(-1)^{i+1} j \frac{k_i}{2f} by \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $k_i \cong \frac{2\pi}{\lambda_i}$ — волновое число i -й хроматической компоненты.

Пусть исследуемая среда описывается функцией вида

$$Q(x, y) = \exp[-j\rho(x, y)]. \quad (3)$$

Тогда поле $E(x, y)$ в исследуемой среде определяется произведением фурье-образа источника $S_F(x, y)$ и функции $Q(x, y)$:

$$E(x, y) = S_F(x, y)Q(x, y).$$

Объектив *11* с фокусным расстоянием f_1 осуществляет преобразование Фурье функции $E(x, y)$. В пространственно-частотной плоскости объектива *11* оптическое поле $E(K_x)$ является сверткой функции светового источника $S(K_{x1}, K_{y1})$, освещающего поток, и фурье-образа функции $Q(x, y)$:

$$E(K_{x1}, K_{y1}) = \sum_{i=1}^2 S(K_{ix1}, K_{iy1}) * Q_F(K_{ix1}, K_{iy1}). \quad (4)$$

Здесь K_{ix1}, K_{iy1} — пространственные частоты соответственно по осям x_1 и y_1 :

$$K_{ix1} = \frac{k_i x_1}{f_1}; \quad K_{iy1} = \frac{k_i y_1}{f_1}.$$

Учитывая (1), можно записать (4) в виде

$$E(K_{x1}, K_{y1}) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \operatorname{rect} \left(\frac{fx_1}{f_1 a} \right) \operatorname{rect} \left(\frac{fy_1}{f_1 b} \right) [1 + (-1)^i \operatorname{sgn}(y_{1i})] \right\} * Q_F(K_{ix1}, K_{iy1}).$$

В фурье-плоскости (K_{ix1}, K_{iy1}) помещен фильтр Фуко — Гильберта (12), выполняющий преобразование:

$$Y_0(K_{ix1}, K_{iy1}) = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{sgn}(K_{ix1}) \operatorname{sgn}(K_{iy1})].$$

Оптическое поле непосредственно за фильтром

$$E_+(x_1, y_1) = \sum_{i=1}^2 Y_0(K_{ix1}, K_{iy1}) \{ S(K_{ix1}, K_{iy1}) * Q_F(K_{ix1}, K_{iy1}) \}.$$

Объектив видеокамеры *13* с фокусным расстоянием f_2 осуществляет обратное фурье-преобразование сигнала $E_+(x_1, y_1)$:

$$E(x_2, y_2) = \frac{1}{jf_2} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\lambda_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_+(x_1, y_1, k_i) \exp \left\{ -j \left[\frac{k_i}{f_2} (x_1, x_2 + y_1 y_2) \right] \right\} dx_1 dy_1.$$

Введя обозначения: $x_2 = X = \xi x$, $y_2 = Y = \xi y$, $\xi = \frac{f_2}{f_1}$ — коэффициент передачи оптической системы, состоящей из объектива II и объектива видеокамеры, получим с точностью до постоянного коэффициента

$$E(X, Y) \cong \sum_{i=1}^2 \{S_F(X, Y, k_i)Q(x, y, k_i) - H_{x,y}[S_F(X, Y, k_i)Q(X, Y, k_i)]\}. \quad (5)$$

Здесь $H_{x,y}$ — двумерный гильберт-образ произведения фазовой функции Q на фурье-образ S_F функции S , описывающей освещающий источник. S_F и Q определяются выражениями (2) и (3) с соответствующим переобозначением аргументов.

Оценим вклад составляющей от гильберт-образа по оси Y во второй член под знаком суммы (5):

$$H_y\{\dots\} \cong \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{k_i}{2f}ub\right) \exp[-j\varphi_i(X, u)] \frac{\exp\left\{(-1)^{i+1}j\frac{k_i}{2f}bu\right\}}{u - Y} du.$$

Из области существования главного лепестка функции $\text{sinc}\left(\frac{k_i}{2f}bu\right)$ следует, что допустимые значения u находятся в интервале $-\frac{\lambda_i}{\pi b} < \frac{u}{f} < \frac{\lambda_i}{\pi b}$ и определяют основной вклад в результат интегрирования. Пусть $\bar{u} = \frac{u}{f}$, $\bar{y} = \frac{Y}{f}$. Вводя бесконечно малую мнимую компоненту $j\epsilon$ в переменную $\bar{u} \rightarrow \bar{u} + j\epsilon$ и замыкая контур интегрирования в верхней полуплоскости вокруг полосы значений \bar{y} , находящейся в интервале $\left(-\frac{\lambda_i}{\pi b}, \frac{\lambda_i}{\pi b}\right)$, получаем оценку

$$H_y\{\dots\} \cong 2\pi j \text{sinc}\left(\frac{\pi b}{\lambda_i}\bar{y}\right) \exp[-j\varphi_i(X, \bar{y})] \exp\left[j(-1)^{i+1}\frac{\pi b}{\lambda_i}\bar{y}\right].$$

Отсюда, переходя к координате $Y = f\bar{y}$, находим

$$E(x, y) \cong \sum_{i=1}^2 \{S_F(X) \exp[-j\varphi_i(X, Y)] + (-1)^{i+1} j 2\pi H_x[S_F(X) \exp[-j\varphi_i(X, Y)]] S_F(Y)\},$$

где

$$S_F(y) \cong \text{sinc}\left(\frac{\pi b}{\lambda_i f} Y\right) \exp\left[(-1)^{i+1} j \frac{\pi b Y}{\lambda_i f}\right].$$

Интенсивность результирующего поля

$$I(X, Y) \cong \sum_{i=1}^2 |S_F(X) \exp[-j\varphi_i(X, Y)] + (-1)^{i+1} j 2\pi H_x\{S_F(X) \exp[-j\varphi_i(X, Y)]\}|^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b}{\lambda_i f} Y\right). \quad (6)$$

Подставляя в (6) $\exp[-j\varphi(X, Y)] = \cos\varphi + j\sin\varphi$, получаем (обозначения координат для простоты записи опускаем)

$$I \cong \left\{ \sum_{i=1}^2 A_i + (-1)^i B [H_x(S_F \sin\varphi_i) \cos\varphi_i + H_x(S_F \cos\varphi_i) \sin\varphi_i] \right\}. \quad (7)$$

Здесь

$$A_i = \{S_F^2 + 4\pi^2 [H_x^2(S_F \sin \varphi_i) + H_x^2(S_F \cos \varphi_i)]\} |S_{Fi}(Y)|^2,$$

$$B = 4\pi S_{Fi} |S_{Fi}(Y)|^2.$$

Как следует из (7), в выходном оптическом сигнале содержится компонента $(-1)^i B H_x(S_F \sin \varphi_i)$, визуализирующая пространственное распределение x -компоненты гильберт-образа. При этом знак гильберт-трансформанты оптического поля плотности имеет хроматическую кодировку: λ_1 соответствует одному знаку, λ_2 — противоположному: $(-1)^i = \text{sgn} H_x(\dots)$. Пространственный период функции $\sin \varphi_i$ соответствует фазовому набегу, что позволяет, зная длину волны λ_i , определять его величину и получать числовые значения фазовых неоднородностей в исследуемой области. В случае слабых фазовых неоднородностей

$$I \cong \sum_{i=1}^2 \{A + (-1)^i B [H_x(S_F \varphi) + H_x(S_{Fi}) \varphi]\}. \quad (8)$$

Поскольку $S_{Fi}(X, Y)$ является медленной функцией в сравнении с $\varphi(x, y)$ выражение (8) принимает вид:

$$I \cong \sum_{i=1}^2 \{A + (-1)^i B [S_{Fi} H_x(\varphi) + H_x(S_{Fi}) \varphi]\}. \quad (9)$$

При достаточно малом поперечном размере щелевой компоненты $\text{rect}(x_0/a)$ в световом источнике $S(x_0, y_0)$ фурье-трансформанта S_{Fi} в пределах приемной апертуры близка к постоянной величине. В этом случае гильберт-образ $H(S_{Fi})$ становится пренебрежимо малым и выражение (9) преобразовывается в

$$I \cong \sum_{i=1}^2 \{A + (-1)^i B S_{Fi} H_x(\varphi)\}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что интенсивность выходного сигнала представляет собой суперпозицию гильберт-трансформанты фазовой оптической плотности по оси x и фона. При этом осуществляется цветовая кодировка знака гильберт-образа. Операция гильберт-преобразования оптического сигнала имеет сходство с пространственным дифференцированием и приводит к оконтуриванию изображения. Поэтому гильберт-образ выходного оптического сигнала отображает градиентные свойства пространственного распределения коэффициента преломления в исследуемой среде.

Если зарегистрировать комплементарные хроматические теннеграммы для λ_1 и λ_2 отдельно и выровнять масштабы, чтобы $\sin \varphi(\lambda_1) \approx \sin \varphi(\lambda_2) \approx \sin \varphi$, то для разности теннеграмм получим

$$\Delta I \cong 2B [H_x(S_F \sin \varphi) \cos \varphi + H_x(S_F \cos \varphi) \sin \varphi]. \quad (11)$$

В случае малых фазовых неоднородностей ($\varphi \ll 1$) имеем

$$\Delta I \cong 2B S_F [H_x(\varphi)]. \quad (12)$$

В фурье-плоскости ΔI определяется проекцией углового спектра в направлении, перпендикулярном кромке ножа Фуко — Гильберта по оси y .

Рассмотрим действие другого визуализирующего канала, соответствующего компоненте крестообразного источника, ориентированной вдоль оси x_0 . Эта компонента описывается функцией $S_3(x_0, y_0) = \text{rect}\left(\frac{x_0}{b}\right) \text{rect}\left(\frac{y_0}{a}\right)$ и излучает на длине волны λ_3 .

В пространственно-частотной плоскости объектива *10* формируется фурье-образ функции источника $S_F(x, y, k_3) = \frac{1}{jf\lambda_3} \text{sinc}\left(\frac{k_3}{f} bx\right) \text{sinc}\left(\frac{k_3}{f} ay\right)$. Поле в исследуемой среде определяется произведением фурье-образа источника $S_F(x, y, k_3)$ и фазовой функции $Q(x, y)$:

$$E(x, y, k_3) = S_F(x, y, k_3)Q(x, y).$$

Объектив *11* формирует в задней фокальной плоскости оптическое поле $E(K_{x1}, K_{y1}, k_3)$, являющееся сверткой функции светового источника $S(K_{x1}, K_{y1}, k_3)$, освещающего поток, и фурье-образа фазовой функции $Q(x, y)$:

$$E(K_{x1}, K_{y1}, k_3) = S(K_{x1}, K_{y1}, k_3) * Q_F(K_{x1}, K_{y1}, k_3).$$

Для поля непосредственно за фильтром Фуко — Гильберта имеем

$$E_+(x_1, y_1) = Y(K_{x1}, K_{y1}, k_3)\{S(K_{x1}, K_{y1}, k_3) * Q_F(K_{x1}, K_{y1}, k_3)\}.$$

Объектив видеокамеры, выполняющий обратное фурье-преобразование, формирует поле

$$E(X, Y, k_3) = S_F(X, Y, k_3)Q(X, Y, k_3) - H_{x,y}[S_F(X, Y, k_3)Q(X, Y, k_3)].$$

Как и при анализе выражения (5), вклад $H_x[S_F(X, Y, k_3)Q(X, Y, k_3)]$ оценивается как

$$H_x\{ \} = 2\pi j \text{sinc}\left(\frac{\pi b}{\lambda_3} X\right) \exp[-j\varphi(X, Y)].$$

Отсюда для выходного оптического поля имеем

$$E(X, Y, k_3) = \{S_F(Y) \exp[-j\varphi(X, Y)] + j2\pi H_y[S_F(Y) \exp[-j\varphi(X, Y)]]\} S_F(X),$$

где $S_F(X) = \text{sinc}\left(\frac{\pi b}{\lambda_3 f} X\right)$. По аналогии с (8) получаем для интенсивности результирующего оптического поля

$$I_3 \cong S_F^2(X) S_F^2(Y) \{1 + 4\pi^2 [H_y^2(\sin\varphi) + H_y^2(\cos\varphi)]\}. \quad (13)$$

В случае малых фазовых неоднородностей

$$I_3 \cong S_F^2(X) S_F^2(Y) \{1 + 4\pi^2 H_y^2(\varphi)\}. \quad (14)$$

Как следует из (13) и (14), в этом канале выполняется визуализация y -компоненты градиента оптического поля плотности.

Сравнение выражений (12) и (14) указывает на еще одно преимущество бихроматической гильберт-визуализации перед монохроматической. В бихроматическом канале выполняется визуализация гильберт-трансформанты поля оптической плотности, тогда как в монохроматическом канале, как и в классических черно-белых теневых приборах с фильтром Фуко, визуализируется квадрат гильберт-образа с потерей информации о знаке. Другое преимущество бихроматической гильберт-визуализации состоит в увеличении чувствительности за счет высокого цветового контраста выходного оптического сигнала в сравнении с черно-белой теневой системой с эквивалентным фильтром Фуко — Гильберта.

Измерение пространственного распределения коэффициента преломления в обычных теневых приборах осуществляется средствами интерферометрии. В гильберт-тенеграммах автоматически образуется структура полос, соответствующая разностям фаз, кратным 2π . Это обстоятельство позволяет получать численные оценки распределения фазовых неоднородностей без формирования оптического измерительного канала.

Метод цветной гильберт-визуализации оптической плотности потоков реализован в виде приставки к серийным черно-белым теневым трубам типа ИАБ-451. Другая модификация визуализатора представляет собой автономный переносной прибор. Система обработки цветных гильберт-тенеграмм создана на базе персонального компьютера IBM 486. На рис. 2, *a* и *b* показаны кинеграммы с выборкой через четырехсекундный интервал гильберт-тенеграмм, отражающих процесс генерации внутренних волн при движении цилиндрического тела в стратифицированной жидкости. Размер поля зрения \varnothing 60 мм. На рис. 2, *c* и *d* приведены парциальные гильберт-тенеграммы в зеленой области спектра, соответствующие нижним снимкам в исходных сериях, представленных на рис. 2, *a* и *b*. Эти серии получены в бихроматическом канале в красном и зеленом спектральных интервалах излучения. На цветных гильберт-тенеграммах хорошо видна система полос, определяемая разностями

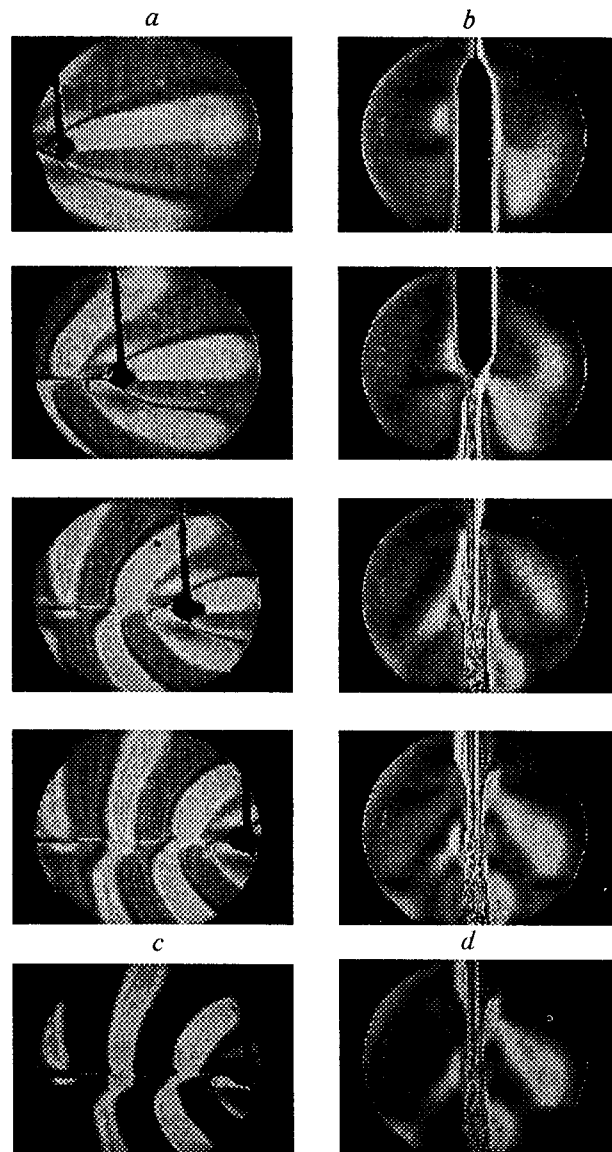


Рис. 2. Визуализация внутренних волн, возникающая при движении цилиндрического тела в стратифицированной жидкости:

a – горизонтальное движение слева направо; *b* – вертикальное движение снизу вверх; *c* и *d* – парциальные гильберт-тенеграммы в зеленой спектральной области излучения

фаз целочисленного порядка в пространственном распределении выходного оптического сигнала. (К сожалению, полиграфические возможности журнала позволяют воспроизвести цветные снимки лишь в черно-белом варианте.)

Заключение. Цветная визуализация в реальном времени полей оптической плотности методами полихроматической гильберт-оптики позволяет в отличие от известных методов с высокой энергетической чувствительностью выполнять оконтуривание оптических неоднородностей и хроматически кодировать знак градиента коэффициента преломления. Область применения цветной гильберт-визуализации — гидроаэродинамический эксперимент, изучение проблем тепло- и массопереноса, биологические исследования, океанология и экология.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев Л. А. Теневые методы. М.: Наука, 1968.
2. Сороко П. М. Гильберт-оптика. М.: Наука, 1981.
3. Settles G. S. Color schlieren optics — a review of techniques and applications // Flow Visualization II /Ed. W. Werzkirch. Washington: Hemisphere, 1982. P. 749.
4. Арбузов В. А., Полещук А. Г., Федоров В. А. Лазерная цветовая диагностика оптических сред // Автоматизация научных экспериментов на основе применения ЭВМ. Новосибирск, 1974. Ч. II.
5. Arbuzov V. A., Dubnistchev Yu. N. Real-time coloured visualization of phase flows by the schlieren method // Optics and Laser Technology. 1991. 23. P. 118.

Поступила в редакцию 19 февраля 1996 г.

Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!