

УДК 621.3 : 519

М. С. Соппа, Е. Е. Ершова

(Новосибирск)

### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ НА ИМПЕДАНСНЫХ ТЕЛАХ ПРИ Е- И Н-ПОЛЯРИЗАЦИЯХ

Предложен численный метод решения обратной задачи рассеяния электромагнитных волн на импедансных телах с использованием видоизмененных граничных условий при Е- и Н-поляризациях. Данная постановка граничных условий имеет такой же порядок асимптотической точности, как и обычно используемые условия Леонтовича. Обратная задача при этом эквивалентна линейному интегральному уравнению Фредгольма I-го рода, что позволяет за конечное число шагов найти распределение импеданса, обеспечивающее рассеянное поле, близкое к заданному, не применяя громоздкие методы типа градиентного спуска.

**Постановка задачи.** Изучается рассеяние плоской Е- (Н-) поляризованной электромагнитной волны на цилиндрической замкнутой поверхности  $S$ . Для ненулевой компоненты поля  $u = E_z$  ( $H_z$  для Н-поляризации), согласно [1], имеем уравнение Гельмгольца с граничным условием:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^2 u = 0 \quad \text{вне } S, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} - i\xi u = 0 \quad \text{на } S, \quad (2)$$

здесь  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  — длина волны;  $\xi(S) = kW_0/W(S)$  ( $\zeta(S) = kW(S)/W_0$  для Н-поляризации);  $W_0 = 120\pi$  Ом;  $W$  — импеданс поверхности.

В данной работе предлагается использовать приведенное в [2] видоизмененное условие (2):

$$\frac{1}{i\xi} \frac{\partial u_0}{\partial n} - u = 0 \quad (2')$$

$\left(\frac{\partial u}{\partial n} - i\xi u_0 = 0 \text{ при Н-поляризации}\right)$ , где  $u_0$  — решение прямой задачи рассеяния для поверхности  $S$  в случае идеальной проводимости ( $W = 0$ ). В [2] показано, что условие (2') имеет тот же порядок асимптотической точности по малому параметру  $W$ , что и обычно используемое условие Леонтовича.

Рассмотрим обратную задачу рассеяния в следующей постановке: при заданной геометрии тела  $S$  найти распределение поверхностного импеданса  $W|_S$ , обеспечивающего приближение с достаточной точностью к заданной диаграмме рассеяния (ДР):  $e_1(\varphi)$ ,  $\varphi \in \{\varphi_i, i = 1, \dots, m\}$ ,  $\varphi$  — полярный угол. Критерий приближения к заданной ДР понимается в среднеквадратичном смысле:

$$J = \sum_{i=1}^m |e(\varphi_i) - e_1(\varphi_i)|^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

где  $e(\varphi)$  — ДР поверхности  $S$ ;  $e(\varphi) = (u(x, y) - u_2)\sqrt{r}e^{-ikr}$ ;  $r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$ ;  $y/x = \text{tg}\varphi$ ;  $u_2$  — поле падающей волны.

Редукция обратной задачи к интегральному уравнению Фредгольма I-го рода. Краевая задача (1), (2) аналогично [1] с учетом видоизмененного граничного условия эквивалентна интегральному уравнению

$$\frac{W}{2ikW_0} \frac{\partial u_0}{\partial n} + \frac{1}{2\pi} \int_S \left( \frac{\partial g}{\partial n} \frac{W}{ikW_0} \frac{\partial u_0}{\partial n} - g \frac{\partial u}{\partial n} \right) dS = u_2, \quad (4)$$

а для  $H$ -поляризации

$$\frac{1}{2} u + \frac{1}{2\pi} \int_S \left( \frac{\partial g}{\partial n} u - ik \frac{W}{W_0} g u_0 \right) dS = u_2,$$

здесь  $g = \frac{\pi i}{2} H_0^{(1)}$  — фундаментальное решение уравнения Гельмгольца;  $H_0^{(1)}$  — функция Ханкеля I-го рода нулевого порядка.

Введем линейные операторы:

$$A\sigma = \frac{1}{2} \sigma + \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{\partial g}{\partial n} \sigma dS$$

и

$$B\sigma = -\frac{1}{2\pi} \int_S g \sigma dS,$$

тогда получим

$$\frac{1}{ikW_0} A W V_0 + B V = u_2, \quad V = \frac{\partial u}{\partial n} \quad (5)$$

или

$$A u + \frac{ik}{W_0} B W u_0 = u_2$$

для  $H$ -поляризации.

Воспользовавшись обращением операторов, соответствующих прямой задаче на идеально проводящей поверхности, можно получить представление для  $V$  и  $u$ :

$$V = V_0 - \frac{1}{ikW_0} B^{-1} A W V_0, \quad (6)$$

$$u = u_0 - \frac{ik}{W_0} A^{-1} B W u_0,$$

так как  $B^{-1} u_2 = V_0$ ,  $A^{-1} u_2 = u_0$ .

Для рассеянного поля, согласно постановке обратной задачи, при достаточно большом  $r$  имеем соотношение

$$e_1 = -\sqrt{r} \frac{e^{-ikr}}{2\pi} \int_S \left( \frac{\partial g}{\partial n} \frac{W}{ikW_0} V_0 - g V \right) dS, \quad (7)$$

$\varphi \in \{\varphi_i, i = 1, \dots, m\}$ , откуда, учитывая (6), приходим к основному урав-

$$\sqrt{r} \frac{e^{-ikr}}{2\pi} \int \left[ \left( \frac{\partial g}{\partial n} A^{-1} B u_0 + g u_0 \right) \frac{ikW}{W_0} - \frac{\partial g}{\partial n} u_0 \right] dS = e_1,$$

в случае  $H$ -поляризации.

**Регуляризация и численное решение.** Проведем дискретизацию задачи аналогично описанному в [3] методу саморегуляризации.

Образующая цилиндрической поверхности  $S$  аппроксимируется ломаной линией, состоящей из  $N$  панелей  $p_i, i = \overline{1, N}$ , с контрольными точками  $r_i$ . Функции, определенные на контуре, заменяются сеточными аналогами  $h_s = \{h_i = h(r_i), i = \overline{1, N}\}$ . Интегралы по панелям от функции Ханкеля и ее производной вычисляются по формуле прямоугольников с «динамическим» выбором количества узлов.

При дискретизации искомой функции  $W$  в уравнении (8) заменим ее не на  $W_s$ , а на элемент из более узкого класса линейных комбинаций ограниченного числа базисных функций (в частности, это могут быть характеристические функции некоторых сегментов  $q_1, q_2, \dots, q_t$  контура  $S$ ). Такой подход позволяет получить более физические и практически реализуемые решения. Линейная связь между  $W_s$  и коэффициентами разложения по базису  $\beta = \{\beta_1, \dots, \beta_t\}$  выражается с помощью матрицы  $T = \{t_{ij}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, t}\}$ :

$$W_s = T\beta. \quad (9)$$

В результате приходим к дискретной записи соотношения (7):

$$C\beta = \gamma, \quad (10)$$

$C$  — прямоугольная матрица с элементами  $C_{ij}, i = \overline{1, t}; j = \overline{1, m}$ .

Согласно условию (3) приближения к заданной диаграмме рассеяния, составим квадрат невязки

$$J = (C\beta - \gamma)(\overline{C\beta - \gamma}),$$

являющийся положительно определенной квадратичной формой на векторе  $\beta$ . Запишем условие его минимальности:

$$\frac{\partial J}{\partial \beta_i} = 0, \quad i = \overline{1, t},$$

или

$$(\overline{C}' C + C' \overline{C})\beta = (\overline{C}' \gamma + \overline{\gamma} C). \quad (11)$$

Система уравнений (11) получена в процессе решения интегрального уравнения I-го рода (8). Численное решение этого уравнения является некорректной задачей, поэтому в левую часть (11) необходимо ввести регуляризующий член нулевого порядка  $\alpha\beta$  (см. [4]). Окончательно

$$(\alpha E + \overline{C}' C + C' \overline{C})\beta = (\overline{C}' \gamma + \overline{\gamma} C). \quad (12)$$

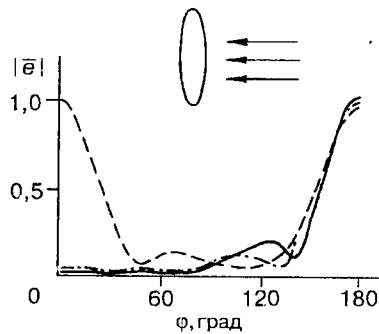


Рис. 1

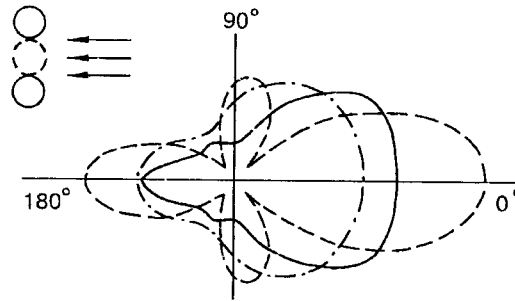


Рис. 2

**Примеры расчета.** Расчеты выполнялись для случая рассеяния  $H$ -поляризованной волны.

В качестве первого примера была рассмотрена задача бистатического рассеяния на эллиптическом цилиндре с соотношением полуосей  $1 : 5$  ( $\lambda = 2\pi$ ). Исходная диаграмма рассеяния на идеально проводящем теле представлена на рис. 1 (штриховая кривая). В работе [5] получено распределение нормированного импеданса  $\zeta(S)$ , сделавшее возможным устранение пика обратного рассеяния (штрихпунктирная кривая). Для проверки излагаемой методики была поставлена задача найти аналогичную ДР (без обратного пика). Элементы заданной ДР брались в 16 точках с постоянным шагом по окружности. Распределение импеданса отыскивалось в классе  $\text{Im}\zeta = 0$ . На 12 сегментах в виде продольных полос, полностью покрывавших «освещенную» часть объекта, определялись постоянные значения импеданса. Полученная ДР представлена сплошной кривой на рис. 1. Приведем значения импеданса:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1,4	1,03	0,126	0,286	0,833	0,326	0,326	0,833	0,286	0,126	1,03	1,4

Отсчет сегментов производился от  $-90$  до  $90^\circ$ .

Отметим, что в [5] использовалось условие Леонтовича на границе в виде (2), поэтому нелинейность обратной задачи приводила к необходимости применения громоздких градиентных методов для минимизации функционала невязки  $J$ .

Был также рассмотрен пример решения обратной задачи для двух тел. Синтезировано реактивное покрытие двух круговых цилиндров диаметром  $d = \lambda/\pi$  с расстоянием между центрами  $\rho = 2d$ , при котором их ДР близка к ДР одиночного цилиндра того же диаметра. Задание ДР фиксировалось в 16 точках. ДР пары идеальных цилиндров представлена штриховой кривой на рис. 2, штрихпунктирная кривая соответствует одиночному идеальному цилиндру, сплошная — паре импедансных цилиндров. Анализ графиков показывает, что пара импедансных цилиндров имеет схожую с изолированным идеальным цилиндром диаграмму рассеяния. Приведем значения импеданса для одного из пары цилиндров:

1	2	3	4	5	6	7	8
-0,35	0,55	0,69	-0,86	-0,9	2,11	-1,57	0,28

Отсчет сегментов ведется от ближайшего к оси симметрии ( $\varphi = 90^\circ$ ) сегмента против часовой стрелки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галишникова Т. Н., Ильинский А. С. Численные методы в задачах дифракции. М.: Изд-во МГУ, 1987.
2. Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики. М.: Изд-во МГУ, 1991.
3. Дмитриев В. И., Захаров Б. В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. М.: Изд-во МГУ, 1987.
4. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.
5. Петров Б. М., Юханов Ю. В. Обратная задача рассеяния для импедансного цилиндра произвольного сечения // Изв. ВУЗов СССР. Радиоэлектроника. 1980. XXIII, № 9. С. 78.

*Поступила в редакцию 5 декабря 1995 г.*

---

---

---

**Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!**