РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 2 1997

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391.2

А. М. Искольдский

(Екатеринбург)

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ НОВЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ В ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКЕ. Ч. I*

Представлена методика обработки экспериментальных данных, полученных в результате аналого-цифровых измерений электрических сигналов. Определяются простейшие инварианты соответствующей сигналу последовательности символов.

Введение. Данная работа тесно связана с [1—4], в которых построен и исследуется ряд маломодовых динамических моделей начальных стадий прерывания электрического тока в проводящих сплошных средах. Существует стандартная техника получения подобных моделей: они возникают в результате редукции с помощью спектрального метода Галеркина правдоподобно поставленной краевой задачи для соответствующих уравнений в частных производных, описывающих динамику полей (в нашем случае поля скорости и магнитного поля) к конечномерной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. С использованием этой техники можно получить целый спектр маломодовых (трех-, четырех-, пятимодовых и т. д.) моделей с совершенно различным асимптотическим поведением. В этой связи можно попытаться использовать результаты измерений одной из переменных динамической системы (например, осциллограммы тока) для того, чтобы облегчить выбор между равноправными с теоретической точки зрения моделями.

Большинство методов обработки экспериментальных данных строится в рамках предположения о том, что амплитудное разрешение измерительного устройства бесконечно велико, а реализация бесконечно длинная, хотя в действительности оба предположения неверны.

Качество получаемых в результате обработки сигнала оценок во многом зависит от того, насколько удачно выбран шаг квантования сигнала по времени. Имеется ряд рецептов, касающихся выбора указанного шага и борьбы с шумом [5, 6].

В теоретическом плане рассматриваемые вопросы связаны с проблемой существования в соответствующих нелинейных краевых задачах математической физики конечномерного аттрактора [7] и оценкой некоторых его инвариантов, в частности размерности вложения. Шумы квантования сигнала по времени и амплитуде иногда можно рассматривать как малые возмущения хаотических динамических систем [8].

1. Модель измерительного устройства. Рассмотрим упрощенную схему аналого-цифрового регистратора (АЦР). Она состоит из следующих блоков:

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-01-00214) в Институте электрофизики УрО РАН.

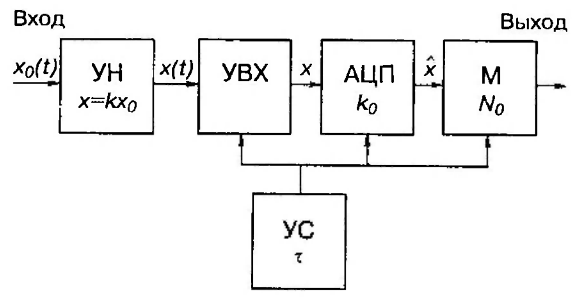

Рис. 1

устройства синхронизации (УС), устройства нормировки входного сигнала (УН), устройства выборки и хранения (УВХ), аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и буферной памяти (М) (рис. 1).

На вход АЦР поступает непрерывный ограниченный по амплитуде *входной сигнал* $x_0(t)$. После выбора некоторого *шага квантования сигнала по времени* Δt устройство синхронизации формирует последовательность тактовых импульсов, возникающих в моменты времени t_i через равные интервалы: $t_i = i\Delta t$, $i = 0, ..., N_0 - 1$. Эта последовательность управляет УВХ, АЦП и памятью. Обычно Δt изменяется дискретно в диапазоне $\Delta t_i \in [\Delta t_0, \Delta t_{max}]$. В данном рассмотрении $x(t)$ — безразмерная величина, а Δt измеряется в единицах времени, например в секундах. Δt удобно характеризовать безразмерной величиной $m_0 = \log \Delta t_{max}/\Delta t_0$. Здесь и далее логарифмирование производится по основанию два.

В первом приближении можно считать, что УВХ запоминает мгновенное значение $x(t)$ — *нормированного входного сигнала*:

$$x(t) \to x(t_i), \tag{1}$$

так что на выходе УВХ имеет место последовательность

$$X = \{x(t_i)\}, \quad i = 0, ..., N_0 - 1, \qquad x(t_i) \in R, \tag{2}$$

R — множество действительных чисел. УВХ хранит это значение до тех пор, пока аналого-цифровой преобразователь не сформирует k_0-разрядный двоичный код $\hat{x}_t$, отвечающий $x(t_i)$:

$$x(t_i) \to \hat{x}_t. \tag{3}$$

Без ограничения общности можно считать, что код $\hat{x}_t$ есть натуральное число из диапазона $[1, 2^{k_0}]$, k_0 — разрядность АЦП:

$$\hat{X} = \{\hat{x}_t\}, \quad t = 0, ..., N_0 - 1, \qquad \hat{x}_t \in [1, 2^{k_0}] \subset N, \tag{4}$$

где N — множество натуральных чисел. В (4) целочисленный параметр t играет роль времени для $\hat{X}$.

Последовательность $\hat{X}$ фиксируется в буферной памяти измерителя М. Величина $p_0 = \log N_0$ характеризует разрядность адреса М.

Обычная форма представления данных — график, состоящий из точек с целочисленными координатами (t, x_t), где x_t — натуральное число, отвечающее соответствующему коду из $\hat{X}$. Этот график может размещаться на прямоугольной решетке:

$$S_x = [0, N_0 - 1] \times [0, 2^{k_0}]. \tag{5}$$

Часто его называют *осциллограммой*, а (t, x_t) — *точками осциллограммы*.

Задача устройства нормировки, как правило, состоит в том, чтобы максимально использовать весь доступный диапазон кодов. Часто его параметры выбираются так, чтобы код максимального сигнала находился вблизи верхней границы диапазона:

$$2^{k_0 - 1} \leq \max \hat{x}_i < 2^{k_0}. \tag{6}$$

В основном используется лишь некоторая часть этого диапазона: $k \leq k_0$. Разрядность АЦП может принимать только целочисленные значения: $k = 1, ..., k_0$. Как правило, $p = p_0$, однако ничто не мешает нам рассматривать меньшие значения p. При $p = p_0 - 1$ из фиксированной выборки выделяется начальная ее половина, при $p = p_0 - 2$ — половина от полученной ранее и т. д. В этом случае

$$p = 1, ..., p_0. \tag{7}$$

В (7) параметр p есть разрядность адреса всей памяти М или ее части.

Для простоты будем считать, что и

$$m = 1, ..., m_0, \text{ т. е. } \Delta t = \Delta t_0, 2\Delta t_0, ..., 2^{m_0}\Delta t_0. \tag{8}$$

Произвольный режим измерений задается тройкой (p, k, m), где $m \leq m_0$, а все возможные выборы ограничены параллелепипедом:

$$V_x = [1, p] \times [1, k] \times [1, m], \tag{9}$$

который вложен в

$$V_x^0 = [0, p_0] \times [0, k_0] \times [0, m_0]. \tag{10}$$

Параллелепипеды (9), (10) представляют собой трехмерные целочисленные решетки, шаг между узлами которых равен единице.

Далее компоненты $X(t)$ будем помечать тремя нижними индексами:

$$X(t) = \| X(t) \|_{ijk}, \quad i = 0, ..., p_0 - 1, \; j = 0, ..., k_0 - 1, \; k = 0, ..., m_0 - 1. \tag{11}$$

Примем, что выборка X_{000} отвечает минимальному $\Delta t = \Delta t_0$.

В определенном смысле $X(t)$ содержит «всю информацию», которую можно получить из $x_0(t)$ с помощью имеющихся измерительных средств.

2. **Сжатие данных.** В X_{ijk} могут встречаться последовательности («полки» длиной y_i), состоящие из двух и более идущих подряд одинаковых чисел:

$$X_{ijk} = \left\{x_0, ..., x_t = x_{t+1} = ... = x_{t+(y_i-1)}, ..., x_{N_0-1}\right\}_{ijk}. \tag{12}$$

Преобразуем X_{ijk} в последовательность упорядоченных пар Z_{ijk} согласно алгоритму

$$X_{ijk} \to Z_{ijk}: \tag{13}$$

i) подсчитываем число повторений x_0, обозначаем его y_0 и составляем пару $z_0 = (x_0, y_0)$;

ii) первый $x_t \neq x_0$ помещаем на первую позицию следующей пары, подсчитываем число его повторений y_1 и составляем пару $z_1 = (x_1, y_1)$;

iii) повторяем указанную выше процедуру до полного исчерпания X_{ijk}.

Алгоритм [13] представляет собой простейший алгоритм сжатия данных.

В результате сжатия $X_{ijk} \to Z_{ijk}$ упорядоченные последовательности натуральных чисел преобразуются в упорядоченные последовательности упорядоченных пар этих чисел.

Мы не знаем, сколько времени сигнал имел амплитуду x_0 до начала измерений, а также сколько времени пройдет, прежде чем изменится x_{N-1}. На этом основании следует отбросить первую и последнюю пары в каждой из Z_{ijk}. Ниже речь будет идти в основном о таких (скорректированных) последовательностях.

Пусть для полного исчерпания X_{ijk} алгоритму понадобилось N_{ijk} шагов, так что Z_{ijk} состоит из $N_{ijk} \le N_0$ пар:

$$Z_{ijk} = \{z_\tau\}_{ijk}, \quad \tau = 0, ..., N_{ijk} - 1. \tag{14}$$

Очевидно то, что обратное отображение («раскрутка» сжатого) даст исходную выборку. В (14) целочисленный параметр τ играет роль времени.

Если «полка» максимальной длины в конкретной Z_{ijk}

$$2^{l-1} \le L_{ijk} < 2^l, \tag{15}$$

то график Z_{ijk} задан на решетке

$$S_{ijk} = [1, 2^k] \times [1, 2^l], \tag{16}$$

т. е. каждой *траектории* Z_{ijk} отвечает своя область определения S_{ijk}.

Среди всех L_{ijk} существует максимальная $L_0 = \max L_{ijk}$, и для нее в неравенстве (15) $l = l_0$. Этому значению отвечает максимальная решетка, которая включает все остальные:

$$S_z = [0, 2^{k_0}] \times [0, 2^{l_0}]. \tag{17}$$

Траектория Z_{ijk} может посещать некоторые узлы решетки S_z многократно.

2.1. *Близость, отделимость.* Зафиксируем тривиальную близостную структуру (δ — близость на S_z), а именно будем считать:

i) две точки $z_i, z_j \in S_z$ $(i \ne j)$ близкими и писать $z_i \delta z_j$, если одновременно $x_i = x_j$ и $y_i = y_j$;

ii) точку z_i и подмножество $M_j \subseteq S_z$ близкими и писать $z_i \delta M_j$, если $z_i \in M_j$;

iii) два подмножества $M_i, M_j \subseteq S_z$ близкими, если их пересечение не пусто, т. е. они имеют хотя бы одну общую точку: $M_i \delta M_j$, если $M_i \cap M_j \ne \varnothing$.

Отметим, что по построению любая точка траектории любой из $Z_{ijk} \subset Z(\tau)$ не может быть близкой (по п. i) ни с кем из ближайших соседей, т. е. *отделима* от них.

2.2. *Измеримость.* Пусть

$$Z_{ijk} \text{ и } \Omega_{ijk} = \{\omega_\tau\}_{ijk}, \quad \tau = 0, ..., N_{ijk} - 1, \tag{18}$$

— соответственно одна из траекторий и ее покрытие, т. е. каждая точка траектории (за исключением, может быть, нескольких начальных и (или) конечных) и соответствующий ей элемент покрытия близки (по п. ii из разд. 2.1): $z_\tau \delta \omega_\tau$.

Будем называть меру $m(Z_{ijk}) \triangleq {}_*m_{ijk}$ *внутренней*, а $m(\Omega_{ijk}) \triangleq {}^*m_{ijk}$ *внешней* и считать траекторию *измеримой* (по отношению к m), если ${}_*m \cong {}^*m$. Уточним изложенное.

Из ${}_*m_{ijk}$, ${}^*m_{ijk}$ можно составить величины

$$p_1 = {}_*m_{ijk}/({}^*m_{ijk} + {}_*m_{ijk}) \text{ и } p_2 = {}^*m_{ijk}/({}^*m_{ijk} + {}_*m_{ijk}) \tag{19}$$

и ввести критерий

$$H^m_{ijk} = -(p_1 \log p_1 + p_2 \log p_2), \tag{20}$$

равный единице при строгом равенстве ${}_*m_{ijk} = {}^*m_{ijk}$. Зададим некоторую константу $C^m \le 1$ и будем считать Z_{ijk} *измеримой* (в отношении m по критерию (20) с уровнем значимости C^m), если $H^m_{ijk} \ge C^m$.

Имеет смысл выделить «жесткий» случай: $C^m = 1$, $H^m_{ijk} = 1$, когда выборка считается измеримой при строгом равенстве внутренней и внешней мер, хотя это требование нельзя рассматривать как обязательное.

2.3. *Кратность выборки.* Рассмотрим ту точку (точки) решетки, которая посещается траекторией чаще всего. Количество этих посещений равно максимальному числу одинаковых пар в выборке. Каждую такую пару можно интерпретировать как покрытие минимальной мощности (под мощностью покрытия мы понимаем число точек покрывающего множества). Примем указанное число в качестве *внутренней* меры для кратности выборки:

$${}_*m_{ijk} = {}_*D_{ijk}. \tag{21}$$

В основу конструирования *внешней* меры

$${}^*m_{ijk} = {}^*D_{ijk} \tag{22}$$

положим тот факт, что любая точка траектории отделима от ближайших соседей (см. разд. 2.1). Это дает возможность с каждой из них связать прямоугольник (в общем случае состоящий из более чем одной точки) такой, что он также отделим от ближайших соседей. Число прямоугольников, содержащих наиболее часто посещаемую точку, примем в качестве внешней меры кратности выборки. Оно не меньше максимального числа одинаковых пар в выборке, так как в общем случае рассматриваемая точка может быть покрыта и другими прямоугольниками, не связанными с указанными выше парами.

Если ${}_*D_{ijk} \approx {}^*D_{ijk}$, то будем считать выборку Z_{ijk} (или X_{ijk}) измеримой в отношении такой меры, как кратность D_{ijk}.

2.4. *Построение отделимых покрытий.* Пусть заданы три точки траектории: $z_{\tau-1}, z_\tau, z_{\tau+1} \in Z_{ijk}$. Рассмотрим в качестве примера процедуру построения *максимального* по мощности* прямоугольного покрытия ω_τ, связанного с z_τ и отделимого от соседей:

$$\omega_\tau \bar{\delta} \omega_{\tau-1},\ \omega_\tau \bar{\delta} \omega_{\tau+1}. \tag{23}$$

В основу процедуры положен принцип «равноправия», согласно которому интервал между проекциями точек траектории на координатные оси делится между этими точками поровну. Построение сводится к определению координаты левого нижнего $(x^{00}_\tau, y^{00}_\tau)$ и правого верхнего $(x^{11}_\tau, y^{11}_\tau)$ углов прямоугольника ω_τ, а также правого верхнего угла $\omega_{\tau-1}$ $(x^{11}_{\tau-1}, y^{11}_{\tau-1})$ и левого нижнего $\omega_{\tau+1}$ $(x^{00}_{\tau+1}, y^{00}_{\tau+1})$.

Пусть задано следующее расположение трех точек:

$$x_{\tau-1} < x_\tau < x_{\tau+1}, \quad y_{\tau-1} < y_\tau < y_{\tau+1}.$$

В зависимости от того, каким числом (четным или нечетным) является модуль разности между соответствующими проекциями, несколько изменяется алгоритм определения координат интересующих нас углов. Если $\Delta =$

* Вернее, близкого к максимальному.

$= |x_\tau - x_{\tau-1}|$ четное, то x-координату соответствующих углов определяем по формулам

$$x_\tau^{00} = x_\tau - (\Delta/2 - 1), \qquad x_{\tau-1}^{11} = x_{\tau-1} + (\Delta/2 - 1). \tag{24}$$

Если Δ нечетное, то

$$x_\tau^{00} = x_\tau - \Delta\mathrm{div}2, \qquad x_{\tau-1}^{11} = x_{\tau-1} + \Delta\mathrm{div}2. \tag{25}$$

В (25) $\Delta\mathrm{div}2$ означает деление Δ на два с округлением в нижнюю сторону до ближайшего целого. Аналогично находим все нужные нам координаты.

При $\Delta \le 2$ соответствующие слагаемые в (24), (25) следует положить равными нулю.

В том случае, когда Δ нечетное, перегородка между проекциями тонкая (не содержит ни одного целого числа). При Δ четном между соответствующими проекциями лежит один «пустой» узел, и из-за этого мощность построенного покрытия оказывается несколько ниже максимальной.

При отличном от рассмотренного расположении трех ближайших точек траектории z_τ может не быть внутренней точкой ω_τ. Она может лежать на его границах, в углах. Сам прямоугольник будет вырождаться в действительности в одну точку.

Рис. 2 иллюстрирует процесс построения отделимого покрытия, близкого к максимальному по мощности, согласно (24), (25).

Окончательно имеем

$$\Omega_{ijk} = \{\omega_\tau\}_{ijk}, \quad \tau = 1, \ldots, N_{ijk} - 2. \tag{26}$$

В (26) τ изменяется от 1 до $N_{ijk} - 2$ в связи с тем, что первая и последняя точки Z_{ijk} в отличие от других имеют лишь по одному соседу и для них нельзя построить покрытие по описанному алгоритму. В обозначениях разд. 2.3

$$_*D_{ijk} = D(Z_{ijk}), \qquad ^*D_{ijk} = D(\Omega_{ijk}).$$

Положим $C^D = 1$. Этому значению C^D отвечают только те тройки (если таковые найдутся) $(ijk)_{\mathrm{opt}}$, в которых $_*D = {}^*D$. Критерий H_{ijk}^D в этих точках равен единице. В выборках Z_{ijk}, отвечающих таким критериальным требо-

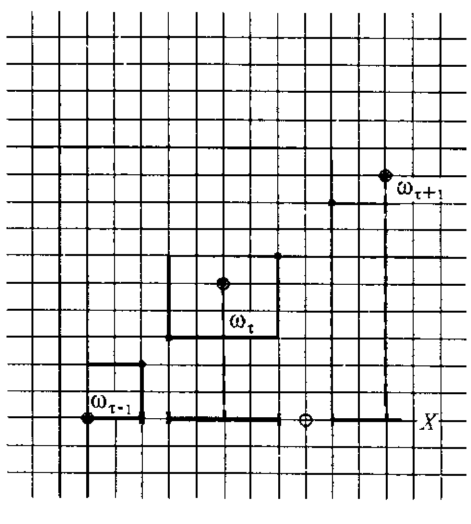

Рис. 2

ваниям ($C^D = 1$, $H^D_{ijk} = 1$), траектория попадает в наиболее посещаемую точку z^{opt}_{ijk} лишь из близлежащих* и покидает ее только через них.

Можно потребовать, чтобы детерминированность выборки ($_*D = {}^*D$) была бы в определенном смысле *устойчивым* ее свойством. Ниже рассмотрим, что понимается под устойчивостью к малым деформациям траектории Z_{ijk} в S_z.

3. **Покрытие минимальной площади. Устойчивость.** Ниже речь идет о построении покрытия точки траектории, состоящего из четырех точек, расположенных в углах прямоугольника единичной площади, таких, что одна из них является исходной. При определенных условиях можно говорить о четырех траекториях, переходящих друг в друга при элементарных трансляциях, так что все трансляционно-инвариантные меры на них равны. С учетом того, что исходная траектория не выходит за пределы, ограниченные четверкой, можно одну из траекторий четверки рассматривать как малое возмущение исходной и говорить об устойчивости в том случае, когда соответствующие свойства исходной и возмущенной траекторий близки.

Определим многозначное отображение δ^{-1} для любого кода x как неупорядоченную пару $s \triangleq (x^0, x^1)$, в которой:

$$x^0 \text{ есть код, полученный из } x \text{ заменой младшего разряда на 0,} \tag{27}$$

$$x^1 \text{ есть код, полученный из } x \text{ заменой младшего разряда на 1.} \tag{28}$$

В покрытии (тройке)

$$(x, s, \delta), \text{ где } \delta \text{ определена согласно п. ii из разд. 2.1,} \tag{29}$$

s представляет собой *покрывающее*, а x — *покрываемое* множество.

Пример. Рассмотрим одну из первичных выборок (с фиксированным третьим индексом), например X_{00k}. Она является покрытием для самой себя, а также для любого своего начального участка, который можно получить из X_{00k} сдвигом по первому индексу, в частности, для X_{10k} — своей начальной половины. Если по отношению к каждому из кодов X_{00k} применить (27), (28), получим последовательность пар: $\widetilde{S}_{00k} = (X^0_{00k}, X^1_{00k})$. В данном случае $\widetilde{S}_{00k}$ — покрывающее множество, а X_{00k} — покрываемое.

В S_x исходная траектория не выходит за пределы, ограниченные парой. Кроме того, одна из траекторий покрытия переходит в другую за счет сдвига на один шаг по вертикали. В этой связи все трансляционно-инвариантные меры на обеих траекториях покрытия совпадают.

Применим (27), (28) к обеим компонентам произвольной точки траектории $z_\tau = (x, y)$. В результате получим четверку

$$\widetilde{z}_\tau \triangleq (x^0, y^0)(x^0, y^1)(x^1, y^0)(x^1, y^1). \tag{30}$$

Точки, представленные ею, располагаются в углах прямоугольника единичной площади. Одна из пар (30) совпадает с исходной, так что $\widetilde{z}_\tau$ покрывает z_τ.

Применив рассмотренную процедуру ко всем точкам траектории Z_{ijk}, получим для нее покрытие $\widetilde{Z}_{ijk} = \{\widetilde{z}_\tau\}_{ijk}$, $\tau = 0, \ldots, N_{ijk} - 1$.

---

* Строго говоря, мы не можем использовать термин «близлежащие», поскольку не зафиксирована метрика (*близость* по разд. 2.1 таковой не является).

4. Траектории в $\mathbf{S}_z^n$. Каждая пара $z_\tau = (x_\tau, y_\tau)$, входящая в Z_{ijk}, представляет собой точку в S_z, а пара пар $z_\tau^2 = (z_\tau, z_{\tau+1})$ — точку в решетке $S_z^2 = S_z \times S_z$. Цепочка из n последовательно идущих пар

$$z_\tau^n = \{z_\tau, z_{\tau+1}, \ldots, z_{\tau+n}\} \tag{31}$$

представляет собой точку в решетке

$$S_z^n = \underbrace{S_z \times \ldots \times S_z}_{n \text{ сомножителей}}. \tag{32}$$

Из первичной траектории $Z_{ijk} \subset S_z$ можно сформировать $Z_{ijk}^2 \subset S_z^2, \ldots$ $\ldots, Z_{ijk}^n \subset S_z^n$, каждая из которых состоит из n последовательно идущих точек исходной:

$$Z_{ijk}^n = \{(z_0 \ldots z_n)_0 \ldots (z_i \ldots z_{i+n})_i \ldots (z_{N-(n+1)} \ldots z_{N-1})_{N-(n+1)}\}. \tag{33}$$

В последовательности (33) число членов на n меньше, чем в исходной, а $N = N_{ijk}$.

Максимальное число одинаковых n-ок в Z_{ijk}^n представляет собой D_{ijk}^n-кратность соответствующей выборки.

По построению каждая из последующих Z_{ijk}^{n+1} представляет собой покрытие для всех предыдущих, в том числе и для Z_{ijk}^n.

4.1. *Локальная размерность вложения выборки.* Положив

$$_*m = D_{ijk}^n \text{ и } {}^*m = D_{ijk}^{n+1}, \tag{34}$$

определим *локальную размерность вложения выборки* Z_{ijk} как то минимальное $n \triangleq \dim^L Z_{ijk}$, при котором $D_{ijk}^n = D_{ijk}^{n+1}$.

Критерий

$$H_{ijk}^{nL} = -(p_1 \log p_1 + p_2 \log p_2), \tag{35}$$

где $p_1 = D^n/(D^n + D^{n+1})$, $p_2 = D^{n+1}/(D^n + D^{n+1})$, и число $C^{nL} < 1$ определяют нужную нам размерность как то минимальное n, при котором $H_{ijk}^{nL} \geq C^{nL}$.

При жестких требованиях ($C^{nL} = 1, H^{nL} = 1$) в качестве локальной размерности вложения детерминированной выборки называется такое минимальное n, при котором кратности $D(Z_{ijk}^n)$ и $D(Z_{ijk}^{n+1})$ равны друг другу.

Выше мы рассмотрели круг вопросов, так или иначе связанных с ограничением на Δt_0 сверху (объем памяти измерителя фиксирован).

Во II части статьи мы коснемся ограничений на Δt_0 снизу и приведем результаты обучения классификационных процедур на прецедентах, связанных с хорошо исследованными моделями детерминированного хаоса.

Автор признателен К. Е. Боброву за проведение численных экспериментов и Н. Б. Волкову за полезные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Волков Н. Б., Искольдский А. М.** Об аналогии между начальными стадиями зарождения турбулентности и электрического взрыва проводников // Письма в ЖЭТФ. 1990. **51**. С. 560.
2. **Волков Н. Б., Зубарев Н. М.** Модель начальной стадии ламинарно-турбулентного перехода в токонесущей плазмоподобной среде // ЖЭТФ. 1995. **107**. С. 1868.
3. **Волков Н. Б., Зубарев Н. М., Искольдский А. М.** Стратификация жидкометаллического проводника с током: эксперимент, модель // ЖЭТФ. 1996. **109**. С. 429.
4. **Iskoldsky A., Volkov N., Zubareva O.** The dynamics of large-scale structures in current-carrying fluids and the electric explosion of conductors // Physica D. 1996. **91**. P. 182.
5. **Abarbanel H. D. I., Brown R., Kadtke J. B.** Prediction in chaotic nonlinear systems: Methods for time series with broadband Fourier spectra // Phys. Rev. A. 1990. **41(4)**. P. 1782.
6. **Grossberger P.** Nonlinear time analysis // Int. J. of Bifurcations and Chaos. 1991. **1**. P. 52.
7. **Чуешов И. Д.** Глобальные аттракторы в нелинейных задачах математической физики // УМН. 1993. **48**, вып. 3. С. 291.
8. **Бланк М. Л.** Малые возмущения хаотических динамических систем // УМН. 1989. **44**, вып. 6. С. 1.

Поступила в редакцию 28 июня 1996 г.