

УДК 621.391.2

И. С. Грузман

(Новосибирск)

**ДВУХЭТАПНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ  
ДЕФОКУСИРОВАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Рассмотрен синтез двухэтапных линейных восстанавливающих фильтров методом ортогонального проецирования. Сформулированы требования к спектрально-корреляционным характеристикам полей, при выполнении которых двумерный двухэтапный алгоритм фильтрации распадается на совокупность одномерных.

При восстановлении дефокусированных изображений широко применяется помехоустойчивый метод винеровской фильтрации, для реализации которого используется двумерное быстрое преобразование Фурье [1—3]. Двумерная фильтрация в спектральной области наталкивается на неприемлемо высокую реализационную сложность при обработке изображений больших размеров. В [4] предложен двухэтапный метод байесовской фильтрации изображений, при котором для образования оценки поля в произвольной точке раstra используются данные соответствующих строки и столбца. Этот подход позволяет свести процедуру двумерной байесовской фильтрации к совокупности одномерных процедур, которые могут быть реализованы с помощью одномерного преобразования Фурье или цифровых одномерных рекурсивных и нерекурсивных фильтров. Метод двухэтапной фильтрации [4] опирается на вычисление апостериорных вероятностей, что предъявляет достаточно жесткие требования к моделям полей, при выполнении которых допускается представление двумерного алгоритма в виде совокупности одномерных. В частности, спектрально-корреляционные характеристики гауссовых полей сигнала и помехи должны быть разделимы по пространственным координатам.

Ниже предлагается синтез двухэтапных линейных восстанавливающих фильтров методом ортогонального проецирования [5]. Этот подход, так же как и предложенный в [4], основан на использовании данных строки и столбца, но позволяет свести двумерную задачу восстановления дефокусированных изображений к совокупности одномерных при менее жестких требованиях к спектрально-корреляционным характеристикам полей.

Пусть оценке подлежит значение двумерного поля  $\Lambda$  в узле  $(i_1, i_2)$ , наблюдаемого в результате его дефокусировки и взаимодействия с независимой аддитивной  $W$ :

$$\begin{aligned} y(i_1, i_2) &= z(i_1, i_2) + w(i_1, i_2) = \\ &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} l(k_1, k_2) \lambda(i_1 - k_1, i_2 - k_2) + w(i_1, i_2), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\lambda(\cdot)$ ,  $z(\cdot)$  и  $w(\cdot)$  — отсчеты исходного поля  $\Lambda$ , дефокусированного поля  $Z$  и шума наблюдения  $W$  соответственно;  $l(\cdot)$  — двумерная импульсная характеристика линейной искажающей системы, соответствующая функции рассеяния точки.

Следует отметить, что при  $l(i_1, i_2) = \delta(i_1)\delta(i_2)$ , где  $\delta(\cdot)$  — дельта-функция Кронекера, задача восстановления исходного поля  $\Lambda$  сводится к задаче простой линейной фильтрации, а при  $l(i_1, i_2) = l_1(i_1)\delta(i_2)$  или  $l(i_1, i_2) = \delta(i_1)l_2(i_2)$  — к задаче компенсации одномерного горизонтального или вертикального смаза соответственно, где  $l_1(i_1)$ ,  $l_2(i_2)$  — импульсные характеристики одномерных искажающих систем.

Двухэтапная линейная оценка поля  $\Lambda$ , использующая данные, расположенные на строке и столбце, имеет вид

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}(i_1, i_2) &= \hat{\lambda}_1(i_1, i_2) + \hat{\lambda}_2(i_1, i_2) = \\ &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} h_1(k_1)y(i_1 - k_1, i_2) + \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h_2(k_2)y(i_1, i_2 - k_2),\end{aligned}\quad (2)$$

где  $h_1(i_1)$  и  $h_2(i_2)$  — импульсные характеристики горизонтального и вертикального одномерных фильтров соответственно. Из (2) следует, что на первом этапе вычисляются парциальные одномерные оценки  $\hat{\lambda}_1(i_1, i_2)$  и  $\hat{\lambda}_2(i_1, i_2)$ , сумма которых на втором этапе образует двумерную оценку поля  $\Lambda$ . Определим импульсные характеристики  $h_1(i_1)$  и  $h_2(i_2)$  из условия минимума среднего квадрата ошибки восстановления

$$\sigma_e^2 = E\{\varepsilon^2(i_1, i_2)\} = E\{(\lambda(i_1, i_2) - \hat{\lambda}(i_1, i_2))^2\}.\quad (3)$$

В соответствии с методом ортогонального проецирования [5] ошибка должна быть ортогональна пространству исходных данных, на которых базируется оценка  $\hat{\lambda}(i_1, i_2)$ , т. е.

$$\begin{cases} E\{(\lambda(i_1, i_2) - \hat{\lambda}(i_1, i_2))y(i_1^*, i_2)\} = 0, & -\infty \leq i_1^* \leq \infty, \\ E\{(\lambda(i_1, i_2) - \hat{\lambda}(i_1, i_2))y(i_1, i_2^*)\} = 0, & -\infty \leq i_2^* \leq \infty. \end{cases}\quad (4)$$

Подставляя (2) в (4) и проведя усреднение, получим систему уравнений

$$\begin{cases} B_{\lambda z}(i_1, 0) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} h_1(k_1)B_y(i_1 - k_1, 0) + \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h_2(k_2)B_y(i_1, k_2), \\ B_{\lambda z}(0, i_2) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} h_1(k_1)B_y(k_1, i_2) + \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h_2(k_2)B_y(0, i_2 - k_2), \end{cases}$$

где  $B_y(\cdot)$  — автокорреляционная функция наблюдаемого поля  $Y$ ;  $B_{\lambda z}(\cdot)$  — взаимная корреляционная функция исходного  $\Lambda$  и дефокусированного  $Z$  полей.

Перейдя в частотную область, получим систему линейных интегральных уравнений относительно коэффициентов передачи одномерных фильтров  $H_1(\omega_1)$  и  $H_2(\omega_2)$ :

$$\begin{cases} \tilde{G}_{\lambda z 1}(\omega_1) = H_1(\omega_1)\tilde{G}_{y 1}(\omega_1) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_2(\omega_2)G_y(\omega_1, \omega_2)d\omega_2, \\ \tilde{G}_{\lambda z 2}(\omega_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_1(\omega_1)G_y(\omega_1, \omega_2)d\omega_1 + H_2(\omega_2)\tilde{G}_{y 2}(\omega_2), \end{cases}\quad (5)$$

где  $\tilde{G}_{\lambda z i}(\omega_i)$ ,  $i = \overline{1, 2}$ , — одномерные взаимные спектральные плотности мощности исходного  $\Lambda$  и дефокусированного  $Z$  полей;  $G_y(\omega_1, \omega_2)$ ,  $\tilde{G}_{y i}(\omega_i)$ ,  $i = \overline{1, 2}$ , — двумерная и одномерные спектральные плотности мощности наблюдаемого поля  $Y$ . Одномерные спектральные характеристики полей  $\tilde{G}_{y i}(\omega_i)$ ,  $i = \overline{1, 2}$ , и

$\tilde{G}_y(\omega_i)$ ,  $i = \overline{1, 2}$ , получены путем интегрирования двумерных спектральных характеристик  $G_{\lambda z}(\omega_1, \omega_2)$  и  $G_y(\omega_1, \omega_2)$  по «мешающим» частотам в диапазоне  $[-\pi, \pi]$ .

Система интегральных уравнений (5) сводится к системе линейных алгебраических уравнений, если ядро  $G_y(\omega_1, \omega_2)$  интегрального уравнения вырождено, иными словами, если оно является суммой конечного числа произведений одномерных линейно независимых функций [6]. Это условие выполняется, например, в том случае, если спектральные плотности мощности полей  $\Lambda$  и  $W$  — вырожденные ядра:

$$G_\lambda(\omega_1, \omega_2) = \sigma_\lambda^2 \sum_{k=1}^{n_\lambda} G_{\lambda 1k}(\omega_1) G_{\lambda 2k}(\omega_2), \quad (6)$$

$$G_w(\omega_1, \omega_2) = \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{n_w} G_{w 1k}(\omega_1) G_{w 2k}(\omega_2), \quad (7)$$

а коэффициент передачи искажающей системы

$$L(\omega_1, \omega_2) = L_1(\omega_1) L_2(\omega_2), \quad (8)$$

т. е. разделим по пространственным частотам  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Здесь  $\sigma_\lambda^2$  и  $\sigma_w^2$  — дисперсии полей  $\Lambda$  и  $W$ ;  $G_{\lambda ik}(\omega_i)$ ,  $i = \overline{1, 2}$ ;  $G_{w ik}(\omega_i)$ ,  $i = \overline{1, 2}$ , — неотрицательные одномерные интегрируемые функции;  $L_i(\omega_i)$ ,  $i = \overline{1, 2}$ , — одномерные коэффициенты передачи искажающей системы.

Следует отметить, что большинство спектральных характеристик реальных полей могут быть аппроксимированы с достаточной степенью точности функциями вида (6) или (7), которые в общем случае неразделимы по пространственным частотам. Это существенно расширяет класс моделей полей, для которых могут быть синтезированы двухэтапные процедуры фильтрации.

С учетом (1), (6)–(8) решение системы интегральных уравнений (5) относительно  $H_1(\omega_1)$  и  $H_2(\omega_2)$ , как нетрудно убедиться, можно представить в виде

$$H_1(\omega_1) = \left( \tilde{G}_{\lambda z 1}(\omega_1) - |L_1(\omega_1)|^2 \sigma_\lambda^2 \sum_{k=1}^{n_\lambda} G_{\lambda 1k}(\omega_1) \gamma_{\lambda 2k} - \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{n_w} G_{w 1k}(\omega_1) \gamma_{w 2k} \right) / \tilde{G}_{y 1}(\omega_1), \quad (9)$$

$$H_2(\omega_2) = \left( \tilde{G}_{\lambda z 2}(\omega_2) - |L_2(\omega_2)|^2 \sigma_\lambda^2 \sum_{k=1}^{n_\lambda} G_{\lambda 2k}(\omega_2) \gamma_{\lambda 1k} - \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{n_w} G_{w 2k}(\omega_2) \gamma_{w 1k} \right) / \tilde{G}_{y 2}(\omega_2),$$

где коэффициенты

$$\begin{cases} \gamma_{\lambda ik} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_i(\omega_i) |L_i(\omega_i)|^2 G_{\lambda ik}(\omega_i) d\omega_i, & k = \overline{1, n_\lambda}, \\ \gamma_{w ik} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_i(\omega_i) G_{w ik}(\omega_i) d\omega_i, & k = \overline{1, n_w}, i = \overline{1, 2}. \end{cases} \quad (10)$$

Таким образом, задача определения оптимальных коэффициентов передачи  $H_1(\omega_1)$  и  $H_2(\omega_2)$  сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (10) относительно коэффициентов  $\gamma_{\lambda ik}$  и  $\gamma_{w ik}$ , где  $H_1(\omega_1)$  и  $H_2(\omega_2)$  заданы соотношением (9).

Из (9) следует, что  $H_1(\omega_1)$  и  $H_2(\omega_2)$  не являются одномерными фильтрами Винера для восстановления одномерных сигналов. В частности, в коэффициенты передачи фильтров (9) входят коэффициенты  $\gamma_{11k}$  и  $\gamma_{21k}$ , учитывающие двумерный характер восстанавливаемого поля. Среднеквадратическая ошибка (3) двухэтапной процедуры восстановления изображения с учетом (4) равна

$$\sigma_e^2 = \sigma_\lambda^2 - \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_1(\omega_1) \tilde{G}_{\lambda 21}(\omega_1) d\omega_1 - \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_2(\omega_2) \tilde{G}_{\lambda 22}(\omega_2) d\omega_2. \quad (11)$$

В качестве примера проведем анализ двухэтапного алгоритма восстановления изображений (2) для конкретных функций рассеяния точки  $l(\cdot)$  и спектрально-корреляционных характеристик сигнала  $\Lambda$  и помехи  $W$ . Пусть исходное поле  $\Lambda$  является изотропным с разделимой по пространственным координатам спектральной плотностью мощности, одномерные сечения которого образуют марковские процессы второго порядка. Спектральная плотность мощности поля  $\Lambda$  имеет вид [7]:

$$G_\lambda(\omega_1, \omega_2) = \prod_{i=1}^2 \left( \frac{1 - \Phi_\lambda^2}{1 + \Phi_\lambda^2} \right) \frac{(1 - \Phi_\lambda^2)^2}{(1 - 2\Phi_\lambda \cos \omega_i + \Phi_\lambda^2)^2},$$

где  $\Phi_\lambda$  — параметр, определяющий коэффициент одношаговой корреляции  $\rho_\lambda = 2\Phi_\lambda(1 + \Phi_\lambda^2)^{-1}$  поля  $\Lambda$ . Для этой спектральной плотности мощности  $G_\lambda(\cdot)$  дисперсия поля  $\Lambda$  равна 1. Импульсную характеристику искажающей системы зададим в виде двумерной разделимой гауссоиды

$$l(i_1, i_2) = \beta^2 \exp(-\alpha(i_1^2 + i_2^2)),$$

где параметр  $\beta$  выбирается из условия  $\sigma_z^2 = 1$ , параметр  $\alpha$  определяет степень дефокусировки исходного изображения. Горизонтальное сечение  $l(\cdot)$  по уровню 0,1 (при  $\beta = 1$ ) образует окружность радиусом  $r_{0,1} \approx \sqrt{2,3/\alpha}$ . Дефокусированный сигнал  $Z$  наблюдается на фоне аддитивного дельта-коррелированного шума с дисперсией  $\sigma_w^2$ .

На рис. 1 показаны зависимости среднеквадратической ошибки восстановления  $\sigma_e^2$  от параметра  $\alpha$  при  $\Phi_\lambda = 0,5$  и дисперсии шума  $\sigma_w^2$ , равной 0,01 и 0,001. Сплошные кривые соответствуют двухэтапной оценке (2), штрихпунктирные — одномерному фильтру Винера, штриховые — двумерному фильтру Винера. Вычисление среднеквадратических ошибок фильтрации двухэтапной оценки и фильтров Винера проводилось с помощью стандартных процедур численного интегрирования.

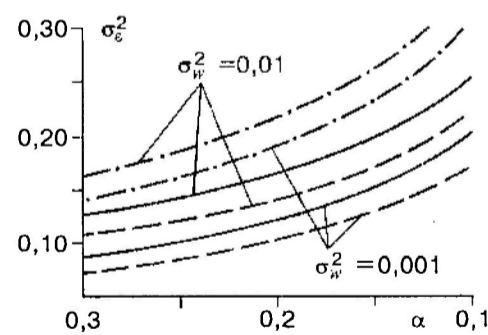


Рис. 1

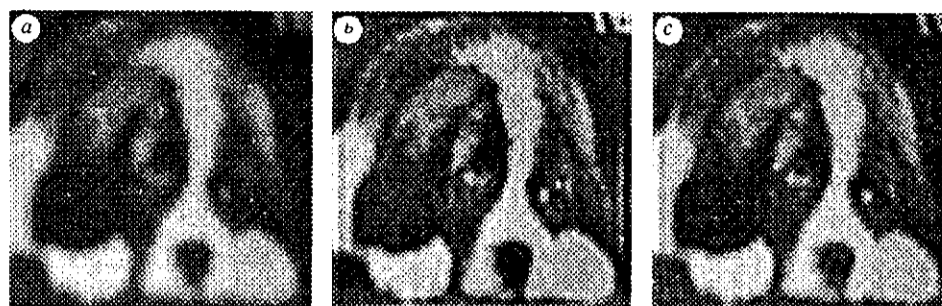


Рис. 2

На рис. 2 приведены результаты обработки реального изображения, введенного в ЭВМ с помощью стандартной телекамеры КТП-82 (объектив «Гелиос-33»): *a* — наблюдаемое дефокусированное изображение; *b* — результат обработки двухэтапным фильтром; *c* — результат обработки двумерным фильтром Винера. Параметры спектрально-корреляционных характеристик сигнала и помехи и функции рассеяния точки были определены опытным путем при помощи экспертных оценок и соответственно равны:  $\Phi_1 = 0,46$ ;  $\sigma_w^2 = 0,01$ ;  $\alpha = 0,15$ .

Из рис. 1 следует, что использование двумерных данных при двухэтапном оценивании позволяет значительно снизить среднеквадратическую ошибку восстановления. Проигрыш оптимальной двумерной оценке компенсируется возможностью применения одномерных процедур фильтрации при построении двумерных двухэтапных оценок. При этом визуальная оценка качества восстановления показывает (см. рис. 2), что двухэтапный фильтр практически не уступает двумерному фильтру Винера.

Таким образом, предложенный метод синтеза двухэтапных оценок, использующий принцип ортогональных проекций, позволил существенно расширить класс моделей сигналов и помех, для которых двумерная процедура фильтрации распадается на совокупность независимых одномерных процедур. Кроме того, при решении задачи восстановления байесовскими методами обычно используются векторные модели полей. Поэтому синтез двухэтапных фильтров методом ортогонального проецирования оказывается существенно проще, чем байесовский метод [4], опирающийся на вычисление многомерных апостериорных распределений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. М.: Мир, 1982.
2. Бьмон Ж., Лагендейк Л., Мерсеро Р. М. Итерационные методы улучшения изображений // ТИИЭР. 1990. 8, № 5.
3. Бейтс Р., Мак-Доцелл М. Восстановления и реконструкция изображений. М.: Мир, 1989.
4. Грузман И. С., Микерин В. И., Спектор А. А. Двумерная фильтрация изображений на основе использования ограниченных данных // Радиотехника и электроника. 1995. № 5.
5. Сейдж Э., Мэлс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976.
6. Краснов М. Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1976.
7. Васильев К. К., Драган Я. П., Казаков В. А. и др. Прикладная теория случайных процессов и полей. Ульяновск: УльяновГТУ, 1995.

Поступила в редакцию 16 мая 1996 г.