

УДК 514.123.2

О. В. Грицкевич, Н. А. Мещеряков, Ю. В. Подъяпольский

(Новосибирск)

**ОТОБРАЖЕНИЕ РИСУНКОВ
ПРОИЗВОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ
С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ
НА ПЛОСКОСТЬ В РАСХОДЯЩИХСЯ И СХОДЯЩИХСЯ ЛУЧАХ**

Приведены уравнения проекций на плоскость сечений различных криволинейных поверхностей вращения плоскостью общего вида в расходящихся и сходящихся лучах. Задача их получения возникает в связи с пространственным преобразованием плоских изображений оптическими методами при лазерной размерной обработке криволинейных поверхностей вращения (КПВ). Рисунки на плоскости рассчитываются таким образом, что при освещении их в сходящихся (расходящихся) лучах лазера на КПВ восстанавливается искомое изображение.

При лазерной размерной обработке КПВ [1], описываемых уравнениями второго порядка, возникает задача разработки алгоритма расчета плоской маски (фотошаблона), с поверхности которой происходит формирование изображения на КПВ в лазерных лучах. Особенности формирования рисунков заданной геометрической формы и размеров, обусловленных центральными проекциями сечений различных КПВ, рассмотрены в [2] для поверхностей конуса, сферы и сложной поверхности — конуса, переходящего в двуполостный гиперboloид вращения. Для конкретного рисунка и КПВ оценивается величина искажений при обратных преобразованиях с КПВ в плоскость маски, которая тем меньше, чем меньше шаг итераций.

Дальнейшие исследования показали, что применение пучков различной конфигурации (расходящихся и сходящихся) позволяет эффективно изменять топологию рисунка в пределах его геометрического изображения и выделять его отдельные фрагменты с более высоким качеством отображения.

В статье рассмотрен алгоритм переноса изображений рисунков заданной геометрической формы и размеров с поверхности, описываемой уравнением второго порядка, на плоскую маску в расходящихся и сходящихся лучах. Получены уравнения проекций сечения сферы, двуполостного гиперboloида вращения, конуса и цилиндра произвольной плоскостью на плоскую маску.

Получение общего аналитического выражения проекций сечения таких распространенных КПВ, как сфера, конус, цилиндр, делает возможным внесение желаемых изменений размерности коэффициентов в уравнениях поверхности и рисунка на КПВ. Таким образом, в реальном времени перестраивается алгоритм расчета рисунка при изменении его конфигурации в пределах данной поверхности вращения (ПВ).

Ниже представлены аналитические выражения кривых на плоскости при совместном решении следующих уравнений: КПВ, секущей плоскости и угла переноса изображений с поверхностями сферы, конуса и цилиндра.

Сечение различных ПВ осуществляют плоскостью вида

$$AX + BY + CZ + D = 0, \quad (1)$$

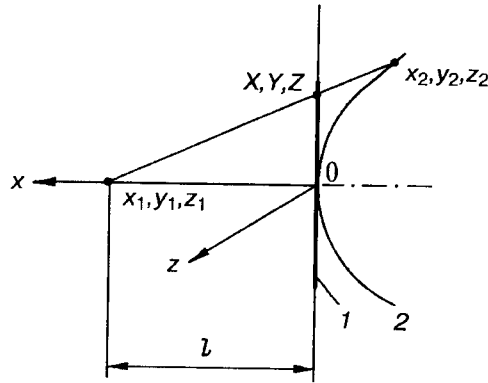


Рис. 1. Проекция сечения сферы плоскостью в расходящихся лучах:
 x — ось вращения криволинейной поверхности; x_1, y_1, z_1 — координаты точки проецирования;
 x_2, y_2, z_2 — координаты точки проецирования на КПВ; X, Y, Z — координаты точки проецирования
на плоскости проекции OYZ ; l — расстояние от точки проецирования до плоскости проекции; 1 —
плоскость OYZ ; 2 — криволинейная поверхность вращения

где A, B, C, D — постоянные ее параметры. Очевидно, что форма кривой второго порядка, спроецированная на плоскость OYZ , зависит от параметров в уравнениях секущей плоскости и криволинейной поверхности, а также от величины l — расстояния от точки проецирования до плоскости проекции. Общие уравнения проекций на плоскость OYZ сечений различных ПВ плоскостями в расходящихся и сходящихся лучах (рис. 1 и 2) приведены в окончательном виде без промежуточных результатов.

При использовании в качестве ПВ сферы радиуса R , описываемой уравнением

$$(X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c_f)^2 = R^2,$$

где a, b, c_f — координаты ее центра, для проекций сечений ее плоскостью (1) в расходящихся лучах на плоскость OYZ (см. рис. 1) и в сходящихся лучах (см. рис. 2) будем иметь в окончательном виде следующие аналитические уравнения:

$$[l^2(B^2 + A^2) + D^2 \pm 2l(AD - aB^2 + bAB) + 2bDB + \\ + (a^2 + b^2 + c_f^2 - R^2)B^2]Y^2 + [l^2(C^2 + A^2) + D^2 \pm$$

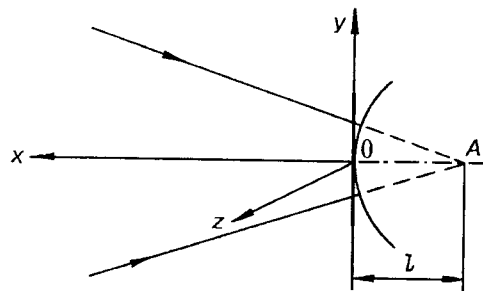


Рис. 2. Проекция сечения сферы плоскостью в сходящихся лучах:
 l — расстояние от точки проецирования до плоскости проекции; A — точка проецирования

$$\begin{aligned}
& \pm 2l(AD - aC^2 + c_F AC) + 2c_F DC + (a^2 + b^2 + c_F^2 - R^2)C^2]Z^2 + \\
& + [2BC(l^2 \mp 2al) \pm 2b(LAC \pm DC) + 2c_F \pm (LAB + DB) + \\
& + 2(a^2 + b^2 + c_F^2 - R^2)BC]YZ + [2l^2(DB + aAB - bA^2) \mp \\
& \mp 2l(aDB + bAD) \mp 2(a^2 + b^2 + c_F^2 - R^2)LAB]Y + \\
& + [2l^2(DC + aAC - c_F A^2) \mp 2l(aCD + c_F AD) \mp \\
& \mp 2(a^2 + b^2 + c_F^2 - R^2)LAC]Z + l^2(D^2 - 2aAD) + \\
& + (a^2 + b^2 + c_F^2 - R^2)l^2 A^2 = 0. \tag{2}
\end{aligned}$$

В (2) и далее знак снизу «—» или «+» относится к сходящимся лазерным лучам. Для получения различной размерности рисунка на сфере достаточно изменить коэффициенты плоскости A, B, C, D и коэффициенты сферы a, b, c_F, R .

В случае конуса с осью вращения OX и вершиной в центре координат, описываемого каноническим уравнением

$$-\frac{X^2}{m^2} + \frac{Y^2}{n^2} + \frac{Z^2}{p^2} = 0,$$

где m, n, p — постоянные поверхности, проекция сечения его плоскостью OYZ в расходящихся и сходящихся лучах имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
& (l^2(-n^2 p^2 B^2 + p^2 m^2 A^2) + p^2 m^2 D^2 \pm 2p^2 m^2 lAD)Y^2 + \\
& + (l^2(-n^2 p^2 C^2 + m^2 n^2 A^2) + m^2 n^2 D^2 \pm 2m^2 n^2 lAD)Z^2 - \\
& - 2n^2 p^2 l^2 BCYZ - 2n^2 p^2 l^2 DBY - 2n^2 p^2 l^2 DCZ - n^2 p^2 l^2 D^2 = 0. \tag{3}
\end{aligned}$$

Если в качестве КПВ выбрать двуполостный гиперboloид с осью вращения OX и смещением вершины на расстояние δ , уравнение которого имеет вид:

$$-\frac{(X + \delta)^2}{q^2} + \frac{Y^2}{S^2} + \frac{Z^2}{t^2} = -1,$$

то для проекции на плоскость OYZ сечения его плоскостью (1) в расходящихся и сходящихся лучах будем иметь следующие выражения:

$$\begin{aligned}
& (-S^2 t^2 l^2 B^2 + q^2 t^2 l^2 A^2 + q^2 t^2 D^2 \pm 2q^2 t^2 lAD \mp 2S^2 t^2 \delta lB^2 + \\
& + q^2 S^2 t^2 B^2 - S^2 t^2 \delta^2 B^2)Y^2 + (-S^2 t^2 l^2 C^2 + q^2 S^2 t^2 A^2 + q^2 S^2 D^2 \pm \\
& \pm 2q^2 S^2 lAD \mp 2S^2 t^2 \delta lC^2 + q^2 S^2 t^2 C^2 - S^2 t^2 \delta^2 C^2)Z^2 + (-2S^2 t^2 l^2 BC \mp \\
& \mp 4S^2 t^2 \delta lCB + 2(-S^2 t^2 \delta^2 + q^2 S^2 t^2)BC)YZ + (-2S^2 t^2 l^2 DB + \\
& + 2S^2 t^2 \delta l^2 AB \mp 2S^2 t^2 \delta lDB \mp 2(-S^2 t^2 \delta^2 + q^2 S^2 t^2)LAB)Y + \\
& + (-2S^2 t^2 l^2 DC + 2S^2 t^2 \delta l^2 AC \mp 2S^2 t^2 \delta lCD \mp 2(-S^2 t^2 \delta^2 + \\
& + q^2 S^2 t^2)lAC)Z + 2S^2 t^2 \delta l^2 AD - S^2 t^2 l^2 D^2 + (-S^2 t^2 \delta^2 + q^2 S^2 t^2)l^2 A^2 = 0. \tag{4}
\end{aligned}$$

Параметрами данного уравнения (4), кроме констант плоскости (1), являются коэффициенты поверхности S, t, q, δ , а также l .

Каноническое уравнение цилиндра, в основании которого лежит окружность радиуса r , расположенная в плоскости XOZ , имеет вид:

$$(X - a)^2 + (Z - b)^2 = r^2,$$

где a и b — смещение центра окружности по осям OX и OZ соответственно. Уравнения проекций сечения этого цилиндра плоскостями на OYZ в расходящихся и сходящихся лучах имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} & Y^2 [l^2 B^2 \mp 2alB^2 + (a^2 + b^2 - r^2)B^2] + Z^2 [l^2 B^2 + l^2 A^2 + \\ & + D^2 2lAD \mp 2alC^2 \pm 2blAC + 2bDC + (a^2 + b^2 - r^2)C^2] + \\ & + YZ [2l^2 BC \mp 4alCB \pm 2blAB + 2bDB + 2(a^2 + b^2 - r^2)BC] + \\ & + Y [2l^2 DB + 2al^2 AB \mp 2alDB \mp 2(a^2 + b^2 - r^2)lAB] + Z [2l^2 DC + \\ & + 2al^2 AC - 2alCD - 2bl^2 A^2 - 2blAD - 2(a^2 + b^2 - r^2)lAC] + \\ & + l^2 D^2 + 2al^2 AD + (a^2 + b^2 - r^2)l^2 A^2 = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Параметрами уравнений в (5) являются коэффициенты A, B, C, D, a, b, r, l .

Применяя этот подход и соответствующую ЭВМ, можно изменять размерность топологии рисунка в пределах заданной геометрической формы на различных ПВ в расходящихся и сходящихся лучах.

С использованием уравнения переноса изображения получены рисунки заданных конфигураций на указанных выше поверхностях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грицкевич О. В., Мещеряков Н. А., Подъяпольский Ю. В. Лазерная размерная обработка криволинейных поверхностей вращения // Квантовая электроника. 1996. 23. Вып. 8.
2. Грицкевич О. В., Мещеряков Н. А., Подъяпольский Ю. В. Формирование оптического изображения произвольной геометрической формы на криволинейных поверхностях вращения // Автометрия. 1997. № 2.

Поступило в редакцию 15 марта 1996 г.