

УДК 519.642

Ю. Е. Воскобойников, С. Н. Касьянова, Н. П. Кисленко, О. Е. Трофимов
(Новосибирск)

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ
ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА ВОССТАНОВЛЕННЫХ
ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Приводятся примеры применения алгоритмов и программ нелинейной фильтрации двумерных сигналов к изображениям сечений, полученным в результате компьютерного моделирования томографической реконструкции на основе обращения трехмерного лучевого преобразования.

В классической компьютерной рентгеновской томографии трехмерный объект считают состоящим из набора тонких срезов. Для восстановления плотности объекта в пределах среза используются формулы обращения преобразования Радона в двумерном пространстве.

В настоящее время исследуются методы трехмерной томографической реконструкции. Исходными данными в этом случае являются значения интегралов вдоль некоторого множества прямых (лучей) в трехмерном пространстве. Как правило, это прямые, пересекающие заданную траекторию источника, которая может состоять, например, из двух окружностей, лежащих в пересекающихся плоскостях. Другим примером является траектория источника в виде винтовой линии.

Формулы обращения лучевого преобразования предложены в [1, 2], численный алгоритм рассмотрен в [3]. При численной реализации алгоритмов обращения лучевого преобразования могут возникать довольно существенные искажения даже при отсутствии шумов в проекционных данных. Эти искажения связаны с конечностью числа используемых данных и проявляются особенно сильно, если в объекте есть области неоднородности с резкими границами. На рис. 1 и 2 представлены точное решение и результаты численного обращения лучевого преобразования для однородного шара с внутренней шаровой полостью ($z = 0$).

В литературе (например, [4—6]) предложены различные подходы к построению устойчивых решений подобных задач. Один из наиболее распространенных методов заключается в линейной фильтрации высокочастотных составляющих функции, вызванных «проникновением» погрешностей регистрации проекций в восстанавливаемое изображение.

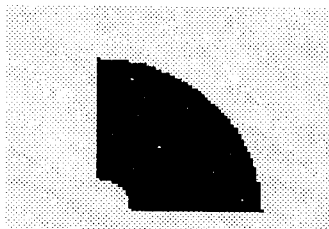


Рис. 1

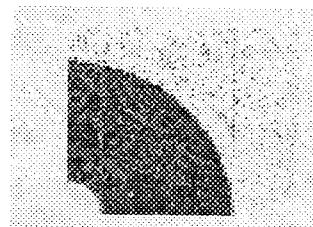


Рис. 2

Такой подход оказался эффективным только для достаточно гладких функций, т. е. функций, имеющих небольшую ширину спектра. Это обусловлено тем, что вместе с высокочастотными шумовыми составляющими из восстановленного изображения удаляются и высокочастотные информационные составляющие функции, т. е. вносится большая систематическая ошибка. На практике это проявляется в сглаживании контрастных деталей изображения. Заметим, что указанное явление — отражение общей черты линейных устойчивых алгоритмов восстановления, а именно увеличение устойчивости алгоритма к погрешностям проекционных данных приводит к увеличению систематической ошибки, и наоборот.

В данной работе рассматривается подход, позволяющий в определенной степени разрешить это противоречие и повысить качество изображений, получаемых при обращении лучевого преобразования. Подход основан на использовании нелинейных фильтров, предложенных в [7—9], и может быть применен к изображениям, имеющим различное происхождение. Здесь необходимо отметить, что в общую схему регуляризации, изложенную в [10], могут быть включены и нелинейные операторы.

Нелинейные алгоритмы восстановления. Представим результат восстановления изображения по томографическим проекциям с использованием линейных алгоритмов обращения в виде

$$\varphi_\alpha = \varphi + b_\alpha + \xi_\alpha,$$

где φ_α — восстановленное изображение; b_α, ξ_α — систематическая и случайная ошибки восстановления, которые зависят от некоторого параметра α . При изменении этого параметра (часто выполняющего роль параметра регуляризации) изменяются величины b_α, ξ_α , а именно при уменьшении ξ_α увеличивается b_α , и наоборот.

Возникает вопрос: возможна ли дальнейшая обработка изображения с целью уменьшения суммарной ошибки восстановления изображения? Ответ окажется положительным, если к изображению применить алгоритмы, значительно увеличивающие одну из составляющих ошибки восстановления (например, систематическую b_α) и существенно уменьшающие другую (например, случайную ξ_α). Ниже будет показано, что это возможно в рамках нелинейных алгоритмов.

Представим нелинейный алгоритм восстановления изображения в виде двух последовательных алгоритмов: линейного устойчивого алгоритма K_α и нелинейного алгоритма фильтрации S_β , где β — параметр, изменяющий свойства нелинейного фильтра. Перейдем к построению алгоритма.

Очевидно, что такой алгоритм должен фильтровать шумы различной природы, сохраняя при этом контрастные элементы изображения φ , т. е. не увеличивая b_α . Одним из кандидатов на такой фильтр может являться медианный фильтр или его модификации [7]. Этот фильтр хорошо устраняет импульсные шумы, но плохо подавляет низкоамплитудные шумы. Поэтому обратимся к двум фильтрам, предложенным в [8].

Для удобства изложения введем некоторые определения. Пусть зашумленные данные представимы в виде

$$\tilde{\varphi}_j = \varphi_j + \eta_j, \quad 1 \leq j \leq n,$$

где η_j — некоторый случайный шум. Тогда выходной сигнал медианного фильтра определяется как

$$\varphi_j^M = \text{med}_L(\tilde{\varphi}_{j-L}, \dots, \tilde{\varphi}_j, \dots, \tilde{\varphi}_{j+L}). \quad (1)$$

Здесь $\text{med}_L()$ — операция вычисления медианы по последовательности, заключенной в скобки; L — параметр, определяющий длину фильтра. Двумерный медианный фильтр с апертурой A определяется как $\varphi_{ij}^M = \text{med}(\tilde{\varphi}_{i+l, j+k}, (l, k) \in A)$. В качестве апертуры могут использоваться крест,

квадрат и другие геометрические фигуры. В целях упрощения записи расчетные соотношения будут приводиться для одномерных сигналов. Фильтрация двумерных и трехмерных сигналов отличается только тем, что элементы последовательности, по которой строится выход фильтра, формируются из исходных значений изображения, попавших в заданную апертуру A .

Построим фильтр (в дальнейшем обозначаемый КФ1), представляющий комбинацию медианного фильтра (МФ) и фильтра скользящего среднего (ФСС). Работу такого фильтра можно представить следующими шагами:

Шаг 0. Задаются параметры L, K , определяющие длину $2L + 1$ МФ и длину $2K + 1$ ФСС, при этом $K \geq L$.

Далее для значений $j \in J \subset \{1, 2, \dots, n\}$ выполняются:

Шаг 1. Строится оценка

$$\varphi_j^M = \text{med}_L(\tilde{\varphi}_{j-L}, \dots, \tilde{\varphi}_j, \dots, \tilde{\varphi}_{j+L}).$$

Шаг 2. Строится оценка

$$\varphi_j^{K\Phi 1} = \text{aver}_k(\tilde{\varphi}_i: j - k \leq l \leq j + k, |\tilde{\varphi}_i - \varphi_j^M| \leq F),$$

т. е. оценка является результатом усреднения только тех значений $\tilde{\varphi}_i$, которые попадают в интервал $[\varphi_j^M - F, \varphi_j^M + F]$.

Это ограничение позволяет сохранить в изображении контрастные детали с амплитудами больше F .

Заметим, что при $F = 0$ КФ1 превращается в медианный, а при $L = 0, F = \infty$ становится ФСС.

Определенным недостатком КФ1 является то, что в процедуре усреднения среди значений $\tilde{\varphi}_i$, удовлетворяющих условию $|\tilde{\varphi}_i - \varphi_j^M| \leq F$, могут встретиться значения (при завышенном F), искаженные импульсным шумом, что отрицательно скажется на качестве работы КФ1. Поэтому рассмотрим фильтр (обозначаемый КФ2), который получается из КФ1 при использовании шага 2 следующего вида:

$$\varphi_j^{K\Phi 2} = \text{aver}_k(\varphi_i^M: j - k \leq l \leq j + k, |\varphi_i^M - \varphi_j^M| \leq F).$$

Как видно, в этом фильтре усредняются только значения, прошедшие уже медианную фильтрацию, что определяет лучшие фильтрующие свойства КФ2.

Выбор «пороговой» величины F в описанных фильтрах играет определяющую роль в сохранении резких изменений уровня (РИУ) сигнала. Приведем рекомендации по выбору F :

1) если в обрабатываемом сигнале необходимо отфильтровать квазибелый шум с дисперсией σ_η^2 , то $F = 3\sigma_\eta$;

2) если необходимо сохранить РИУ с амплитудой H и более, то $F = H + 3\sigma_\eta$.

Очевидно, что эти рекомендации носят качественный характер, так как свойства КФ1, КФ2 определяются и параметрами K, L , выбор которых зависит от структуры обрабатываемого сигнала.

Если дисперсия шума σ_η^2 в точке j не известна, то в качестве оценки можно взять величину [9]

$$\sigma_\eta^2 = \text{med}(|\tilde{\varphi}_i - \varphi_j^M| / 0,67745)^2.$$

Общей чертой изложенных алгоритмов является хорошее подавление импульсных шумов (при сохранении РИУ) и эффективная фильтрация низкоамплитудных шумов. Заметим, что предложенный алгоритм следует использовать, когда восстановленное изображение, наряду с низкоамплитудным шу-

мом, содержит «импульсные артефакты», т. е. импульсы значительной амплитуды (возможно, разных знаков). Частота появления этих импульсов определяет параметр l соотношением

$$2l + 1 > N_n,$$

где N_n — число импульсов, попадающих с достаточно большой вероятностью в апертуру медианного фильтра (1).

Если восстановленное изображение не содержит «импульсных артефактов», то эффективность подавления низкочастотного шума будет такой же, как у интервального фильтра, выходной сигнал которого определяется соотношением

$$\varphi_j^{\text{ИИТ}} = \text{aver}_k \{ \tilde{\varphi}_l : j - k \leq l \leq j + k, |\tilde{\varphi}_l - \tilde{\varphi}_j| \leq F \},$$

но интервальный фильтр требует меньших вычислительных затрат и также сохраняет контрастные детали.

Если восстановленное изображение не содержит контрастных деталей (т. е. достаточно гладкое), то можно ограничиться применением фильтра скользящего среднего:

$$\varphi_j^{\text{ФСС}} = \text{aver}_k \{ \tilde{\varphi}_l : j - k \leq l \leq j + k, |\tilde{\varphi}_l - \tilde{\varphi}_j| \leq F \}.$$

Это позволяет рекомендовать рассматриваемые фильтры для обработки восстановленных томографических изображений на втором этапе путем замены $\varphi_{ij} = \varphi_\alpha(x_i, y_j)$.

С учетом изложенных свойств фильтров можно рекомендовать восстанавливать на первом этапе изображение с меньшей систематической ошибкой, но с большим уровнем случайной ошибки, которая будет эффективно сглажена на втором этапе.

Результаты вычислительного эксперимента. Проиллюстрируем эффективность предполагаемого подхода на примере восстановления сферического объекта, имеющего дефект в виде вложенного шара с нулевой плотностью (см. рис. 1). Изображение восстанавливалось линейным алгоритмом [3] по проекционным данным, полученным при движении источника по двум окружностям, лежащим во взаимно перпендикулярных плоскостях. На рис. 2 показан результат такого восстановления, который содержит существенные артефакты — импульсный шум, по своей амплитуде превосходящий плотность самого объекта. Размер изображения 150×140 пикселей. Для улучшения качества изображения обратимся к рассмотренным фильтрам. На рис. 3 показано изображение, полученное в результате обработки фильтром скользящего среднего (размер апертуры 19×19). Видно уменьшение уровня случайной ошибки при резком возрастании систематической (сглаживание границ вложенной сферы).

Рис. 4, 5 получены с использованием КФ1, КФ2 (размер апертуры при вычислении медианы равен 7×7 , при вычислении среднего 19×19). Видно существенное улучшение качества восстановления. Это подтверждается и количественными характеристиками, которые также указывают на меньшую ошибку восстановления при использовании КФ2.

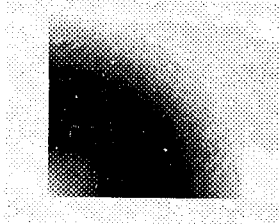


Рис. 3

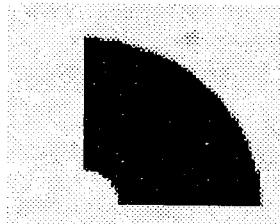


Рис. 4

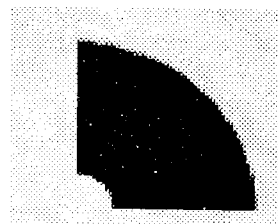


Рис. 5

Отметим, что предложенный алгоритм достаточно просто реализуется программно и имеет высокую вычислительную эффективность. При применении медианного фильтра необходимо упорядочить данные, попадающие в апертуру, что приводит к некоторому увеличению затрат машинного времени по сравнению с линейным фильтром. Однако для апертур, представляющих практический интерес, время обработки вполне приемлемо. Так, в рассмотренном эксперименте фильтрация изображения размером 150×140 занимает примерно 1 с на IBM PC 486 с тактовой частотой 40 МГц.

Проведенные численные эксперименты показывают, что изложенный подход к построению нелинейных алгоритмов может приводить к существенному улучшению качества восстанавливаемых изображений при обращении лучевого преобразования. Необходимо отметить, что в данном случае в неявной форме была использована априорная информация об объекте: отсутствие областей с сильно выраженной хаотической структурой. Естественно возникает вопрос о границах применимости метода. Для ответа на этот вопрос представляется целесообразным проведение специальных математических исследований и компьютерного моделирования обращения лучевого преобразования для объектов различной природы и структуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кириллов А. А. Об одной задаче И. М. Гельфанда // ДАН СССР. 1961. 137, № 2. С. 276.
2. Tuy H. K. An inversion formula for cone-beam reconstruction // SIAM J. Appl. Math. 1983. 43, N 3. P. 546.
3. Касьянова С. Н., Трофимов О. Е. Компьютерное моделирование алгоритма трехмерной томографии для траектории источника, состоящей из двух пересекающихся окружностей // Автометрия. 1996. № 6. С. 50.
4. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям. М.: Мир, 1983.
5. Натерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990.
6. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я., Тимонов А. А. Математические задачи компьютерной томографии. М.: Наука, 1987.
7. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений /Под ред. Т. С. Хуанга. М.: Радио и связь, 1984.
8. Бронников А. В., Воскобойников Ю. Е. Комбинированные алгоритмы нелинейной фильтрации зашумленных сигналов и изображений // Автометрия. 1990. № 1. С. 21.
9. Устойчивые статистические методы оценки данных /Под ред. Р. Л. Лонера, Г. Л. Уилкинсона. М.: Машиностроение, 1984.
10. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.

Поступила в редакцию 28 октября 1996 г.