

УДК 681.3.06

А. М. Ковалев

(Новосибирск)

О ЧИСЛЕ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗОБРАЖЕНИЯ
В ПОЛЕ ЗРЕНИЯ НАБЛЮДАТЕЛЯ

Приведена оценка количества элементов сферического изображения в поле зрения наблюдателя с учетом зависимости остроты зрения от места изображения на сетине глаза. Показано, что число разрешаемых элементов изображения в монокулярном поле зрения коррелирует с количеством волоконцев в зрительном нерве и не превышает числа пикселей обычного SVGA-монитора.

Введение. В [1] показано, что с эгоцентрической точки зрения наблюдателя окружающее его пространство является сферическим. Поэтому наиболее естественным отображением окружающей среды становится центральная проекция на сферу, или сферическая перспектива. Изображение на сфере может быть построено с помощью известных в компьютерной графике алгоритмов трассировки лучей, в данном случае вдоль лучей моноцентрического пучка, исходящего из центра вращения глаза. Алгоритмы трассировки лучей не только создают изображения с наибольшей степенью реализма (светотени, блики, тени, отбрасываемые на другие объекты, имитация полупрозрачности, светопреломления и т. д.) [2], но и обеспечивают антиэлайсинг, т. е. фильтруют нижние пространственные частоты изображения, не допуская искажений за счет его дискретизации [3—5].

Известно, что алгоритмы трассировки требуют больших вычислительных затрат, которые зависят не только от сложности виртуальной среды, но и от разрешающей способности средств воспроизведения. Поэтому, прежде чем решать вопрос о методах отображения на сферу, представляется важным определить количество элементов изображения, разрешаемых глазом в поле зрения человека.

Телесные углы полей зрения. На рис. 1 показано поле зрения для левого и правого глаза, а также совместное бинокулярное поле, на котором реализуется бинокулярное и стереоскопическое зрение [6, с. 321—322]. Поле зрения изображено на плоскости большого круга сферы в полярной системе координат, в которой радиус соответствует широте θ , а угол — меридиану φ сферической системы координат. Монокулярное поле зрения конкретного человека индивидуально, но в среднем равно: книзу 70° , кверху 55° , к носу 60° и к виску $\sim 90^\circ$. Бинокулярное поле: по горизонтали 120° , книзу 70° , кверху 55° .

Нетрудно подсчитать телесный угол поля зрения. На сфере единичного радиуса — это площадь части сферической поверхности, образованной пересечением сферы и конуса, причем образующие конуса с вершиной в центре сферы проходят через точки с угловыми координатами θ , φ контура поля зрения. Можно аппроксимировать поле зрения сферическими треугольниками, которые имеют общую вершину, совпадающую с нулевой широтой, т. е. на полюсе, и стороны, расположенные в меридиональных плоскостях. На рис. 1 выделен один из 24 сферических треугольников — треугольник ABC . Для этого треугольника известен угол A , равный 15° , и две стороны b и c , которые соответственно равны шир. ам точек C и B . Используя параметры сферического треугольника, нетрудно определить сумму углов $B + C$, а затем и избыток

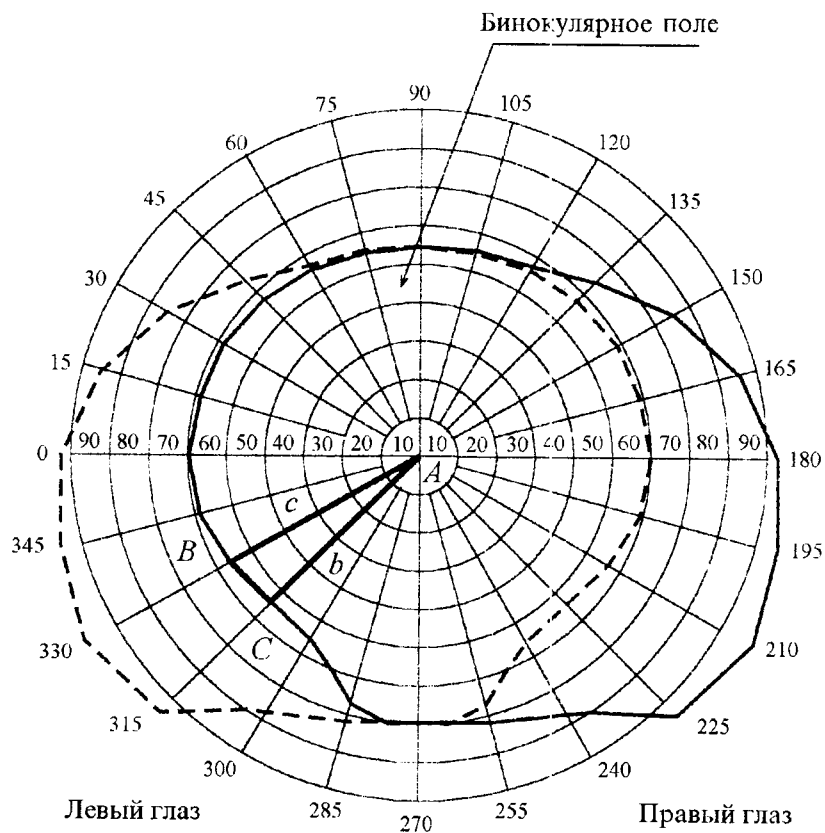


Рис. 1

треугольника $A + B + C = \pi$, т. е. его площадь при единичном радиусе сферы. Сумма площадей всех треугольников даст искомый телесный угол поля зрения.

Подсчет телесных углов по этой методике дает следующие результаты: монокулярное поле зрения $\sim 1,27\pi$, бинокулярное — $\sim 0,94\pi$, общее — $\sim 1,6\pi$.

Нетрудно подсчитать количество элементов изображения (пикселей) с предельной разрешающей способностью. Телесный угол пиксела на сфере единичного радиуса примерно равен площади круга, диаметр которого равен дуге γ при малых γ , т. е. $\pi\gamma^2/4$. Для средней величины угла предельной разрешающей способности $\gamma = 1'$ число пикселей равно: в монокулярном поле зрения $\sim 6 \cdot 10^7$, в бинокулярном — $\sim 4,4 \cdot 10^7$, в общем — $\sim 7,6 \cdot 10^7$.

Острота зрения. Величина S , обратная углу разрешения γ (в угл. мин), называется остротой зрения. Считается, что при нормальном зрении для центра фoveальной ямки сетины $S = 1$ в среднем. Есть люди, обладающие очень большой остротой зрения ($S > 3$) и существенно меньшей ($S < 0,5$) [7, с. 180]. Острота зрения в значительной степени зависит от места изображения на сетине. При удалении от фoveальной ямки острота зрения падает очень резко. Так, при $\gamma = 1'$ угол разрешения практически линейно увеличивается с приращением примерно $4,5'$ на каждые 10° отклонения от фoveа, вызывая быстрое падение остроты зрения [6, с. 788]. На рис. 2 показаны функции остроты зрения:

$$S_{\theta, \gamma} = \frac{60}{\gamma(1 + 0,45\theta)}, \quad (1)$$

$$\theta := 0 .. 55 \quad \gamma := 30 .. 90$$

$$f_{\theta, \gamma} := (1 + 0.45 \cdot \theta) \cdot \frac{\gamma}{60} \quad S_{\theta, \gamma} := \frac{1}{f_{\theta, \gamma}}$$

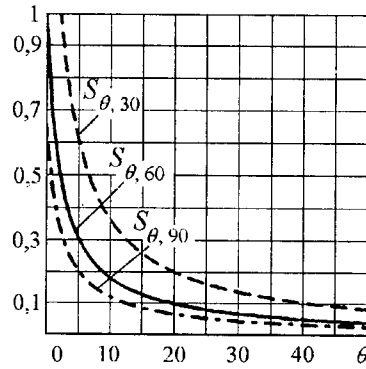


Рис. 2

где θ — место изображения на сетчатке; $\gamma = 30, 60, 90''$ — предельное угловое разрешение при $\theta = 0$.

Функции остроты зрения, полученные с помощью MATCAD 6.0, используются для последующего расчета количества элементов изображения на поле зрения. При этом допускается, что линии равной остроты можно представлять не сложными замкнутыми кривыми — изоплетами [6, с. 321], а в виде концентрических окружностей, соответствующих широтам θ .

Число пикселей с учетом функции остроты зрения можно оценить следующим образом. Пусть $\theta = 1, \dots, n$ — целая переменная. Тогда $A_\theta = 2\pi(1 - \cos\theta)$ — площадь купола шарового сегмента, равная телесному углу круглого конуса с углом при вершине 2θ . Разность $A_\theta - A_{\theta-1}$ определяет телесный угол поля зрения, заполняемый пикселями, телесные углы которых можно найти как

$$B_{\theta-1, \gamma} = \pi f_{\theta-1, \gamma}^2 / 4,$$

где $f_{\theta-1, \gamma} = 1/S_{\theta-1, \gamma}$ — текущий угол разрешающей способности ретины.

Суммарное количество пикселей равно

$$P_\gamma = E_\gamma + \sum_{\theta} \frac{A_\theta - A_{\theta-1}}{B_{\theta-1, \gamma}}, \quad (2)$$

где $E_\gamma = (1,27\pi - A_n)/B_{n, \gamma}$ — число пикселей, покрывающих остаток поля зрения за вычетом сферического купола максимального размера при $n = 55^\circ$.

На рис. 3 приведен график числа пикселей в зависимости от начального углового разрешения γ (в секундах) при $\theta = 0$, полученный также с помощью MATCAD 6.0. В диапазоне $40'' < \gamma < 90''$ число пикселей P_γ оказывается $< 1 \cdot 10^6$, что, с одной стороны, коррелирует с количеством волоконцев в зрительном нерве (от 800 тыс. до 1 млн.) [8], а с другой стороны, сравнимо с количеством пикселей обычного SVGA-дисплея. Необходимо только суметь «получить и расставить» эти пиксели по полю зрения!

Пусть зрительная ось расположена внутри круглого конуса с углом при вершине 2ψ . Точное угловое положение зрительной оси не известно. Тогда

$$\theta := 1 \dots 55 \quad \gamma := 30 \dots 90$$

$$f_{\theta, \gamma} := (1 + 0.45 \cdot \theta) \cdot \frac{\gamma}{60} \quad A_{\theta} := 2 \cdot \pi \cdot \left(1 - \cos \left(\frac{\pi \cdot \theta}{180} \right) \right)$$

$$B_{\theta, \gamma} := \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{\pi \cdot f_{\theta, \gamma}}{180 \cdot 60} \right)^2 \quad E_{\gamma} := \frac{1.27 \cdot \pi - A_{55}}{B_{55 \gamma}} \quad A_0 := 0$$

$$B_{0, \gamma} := \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \gamma}{180 \cdot 60 \cdot 60} \right)^2 \quad P_{\gamma} := E_{\gamma} + \sum_{\theta} \frac{A_{\theta} - A_{\theta-1}}{B_{\theta-1, \gamma}}$$

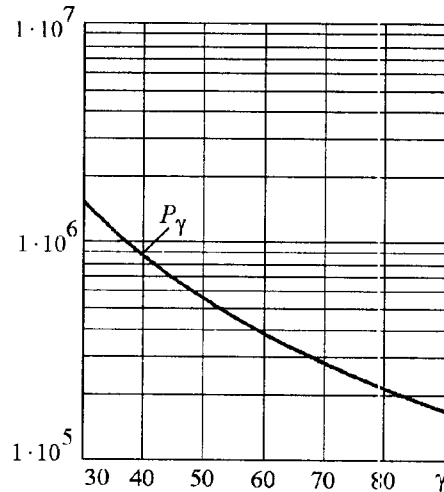


Рис. 3

число пикселей, которое должно быть в монокулярном поле зрения, чтобы изображение было предельно четким, равно

$$P_{\psi} = E_{\psi} + \frac{A_{\psi}}{B_0} + \sum_{\theta=\psi}^{n-1} \frac{A_{\theta+1} - A_{\theta}}{B_{\theta-\psi}}, \quad (3)$$

где телесный угол A_{ψ} заполняется пикселями с максимальным разрешением. Иными словами, здесь учитывается зависимость числа пикселей от «степени нашего незнания» истинного положения зрительной оси.

Как нетрудно видеть из рис. 4, построенного для предельного угла разрешения $\gamma = 1'$, уже при углах поворота глаза $> 5^{\circ}$ начинают возникать проблемы. Известно, что максимальное отклонение глаза в сторону без вращения головы может достигать $\sim 50^{\circ}$ [7]. Поэтому без измерения положения зрительной оси может потребоваться обработка огромного числа пикселей (до 20—30 млн.).

ВЫВОДЫ

Поле зрения глаз имеет большой телесный угол, составляющий для монокулярного поля зрения $\sim 1,27\pi$ рад, бинокулярного — $\sim 0,94\pi$ рад, общего — $\sim 1,6\pi$ рад, или $4/10$ поверхности сферы.

Количество элементов изображения с предельной угловой разрешающей способностью $1'$ равно: в монокулярном поле $\sim 60 \cdot 10^6$, в бинокулярном — $\sim 44 \cdot 10^6$, в общем — $\sim 76 \cdot 10^6$.

$$\theta := 1 \dots 55 \quad \psi := 0 \dots 54$$

$$f_\theta := 1 + 0.45 \cdot \theta \quad A_\theta := 2 \cdot \pi \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{180}\right) \right)$$

$$B_\theta := \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{\pi \cdot f_\theta}{180 \cdot 60} \right)^2 \quad E_\psi := \frac{1.27 \cdot \pi - A_{55}}{B_{55} - \psi} \quad A_0 := 0$$

$$B_0 := \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{\pi}{180 \cdot 60} \right)^2 \quad P_\psi := E_\psi + \frac{A_\psi}{B_0} + \sum_{\theta=\psi}^{54} \frac{A_{\theta+1} - A_\theta}{B_\theta - \psi}$$

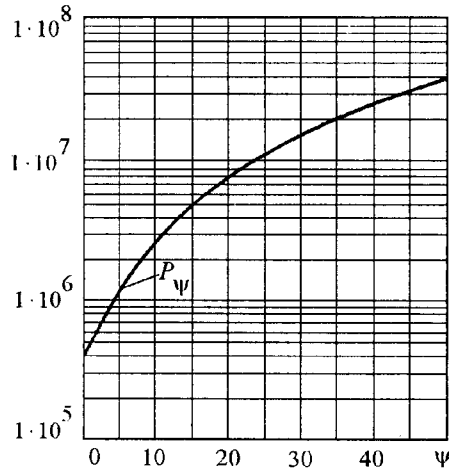


Рис. 4

Число элементов изображения для максимальной остроты зрения, равной единице, с учетом ее изменения по полю зрения и при аппроксимации линий равной остроты окружностями уменьшается до величины $< 1 \cdot 10^6$ в монокулярном поле зрения, т. е. примерно на два порядка.

При построении широкоугольных изображений на сфере желательно применять адаптивные по остроте зрения алгоритмы синтеза сферических изображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалев А. М. О центральных проекциях трехмерного пространства // Автометрия. 1996. № 6. С. 4.
2. Whitted T. An improved illumination model for shaded display // Comm. of the ACM. 1980. 23, N 3.
3. Amanatides J. Ray tracing with cones // Comput. Graph. 1984. 18, N 3.
4. Cook R. L., Porter T., Carpenter L. Distributed ray tracing // Ibid.
5. Ковалев А. М., Токарев А. С. Синтез изображений без элайсинга и оконтуривания // Автометрия. 1990. № 4. С. 25.
6. Mutze K., Foitzik L., Krug W., Schreiber G. Brockhaus ABC der Optik. Leipzig: Verlag, 1961.
7. Чуриловский В. Н. Теория оптических приборов. М.—Л.: Машиностроение, 1960.
8. БСЭ. М.: Сов. энциклопедия, 1973. Т. 11. С. 476.

Поступила в редакцию 5 марта 1997 г.