

УДК 621.378 : 681.33

Л. А. Борняк, О. Н. Захаров, А. В. Логинов, П. М. Меднис

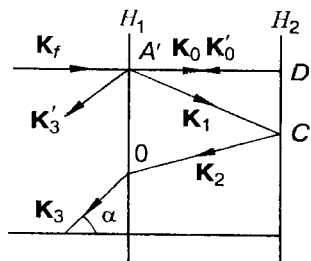
(Новосибирск)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ
С ПОМОЩЬЮ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ
С АДАПТИВНОЙ БАЗОЙ

Рассматривается новый класс накладных безынерционных голографических интерферометров с адаптивной базой для восстановления формы цилиндрической поверхности. Интерферометр представляет собой голограмму на гибкой основе, которая приклеивается к боковой поверхности испытуемой оболочки. На голограмме методом однократной экспозиции зарегистрирована интерференционная картина, образованная пучками, отраженными квазидиффузными плоскопараллельными поверхностями оптически прозрачной пластины. Восстановленные пучки приобретают дополнительную разность хода за счет изменения угла освещения и наблюдения голограммы. Такие оптические преобразователи позволяют существенно расширить диапазон измеряемых перемещений точек деформируемой поверхности. Приведен пример исследования цилиндрической оболочки. Установлены границы применимости таких интерферометров.

Введение. Определение формы исследуемой поверхности с помощью накладных голографических интерферометров с адаптивной базой (НГИ) включает в себя следующие этапы: 1) изготовление в лабораторных условиях голограммы на гибкой основе оптически прозрачной среды с диффузно рассеивающей и отражающей поверхностями [1]; 2) получение исходных данных, определяющих условия регистрации интерферограмм от НГИ; 3) вычисление геометрического образа поверхности исследуемого объекта.

1. Теория метода нахождения геометрической формы изучаемой поверхности. Анализ возможных физических моделей, определяющих формирование интерференционной картины от НГИ [1, 2], показал, что наиболее адекватной является модель, представленная на рис. 1. Излучение с волновым вектором K_f падает на оптически прозрачную среду с плоскопараллельными поверхностями, одна из которых (H_1) является диффузно рассеивающей, а другая (H_2) — отражающей. Часть излучения K_f рассеивается в точке A' поверхности H_1 и идет в направлении вектора K_1 , часть — распространяется в направлении вектора K_0 . Луч K_0 , отразившись от поверхности H_2 в точке D , идет в направлении вектора K'_0 и рассеивается в точке A' . Один из рассеянных лучей, идущий под углом наблюдения α , представлен волновым вектором K'_3 . Луч K_1 , отразившись в точке C поверхности H_2 , распространяется в направлении вектора K_2 . Луч K_2 преломляется в точке O поверхности H_1 и распространяется в направлении K_3 , параллельном K'_3 .



Применяя метод нахождения разности хода интерферирующих лучей [3], для данной модели рассчитаем разности хода Δ_i, Δ_{i+1} лу-

Рис. 1. Схема хода восстановленных лучей от накладного голографического интерферометра с адаптивной базой

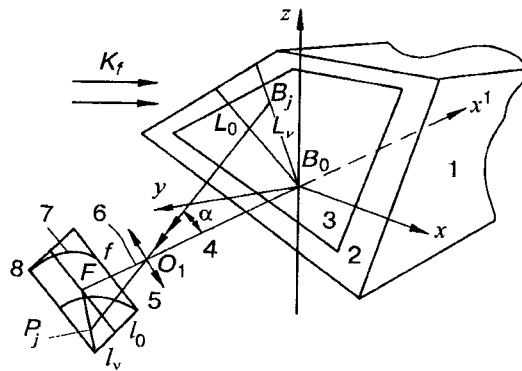


Рис. 2. Схема регистрации интерферограммы от накладного интерферометра с адаптивной базой

чей, формирующих соседние интерференционные полосы $(i, i + 1)$. Полосы образуются от НГИ, наклеенного на цилиндрическую поверхность с переменным радиусом кривизны: от предельного, равного 8 мм, менее которого, как показали эксперименты, интерференционная картина не наблюдается, до радиуса кривизны, равного бесконечности. Критерием истинности модели является близость значения функции

$$f_i = \frac{\Delta_{i+1} - \Delta_i}{\lambda} \quad (1)$$

к единице. Анализ этой функции позволяет сделать вывод о применимости данной физической модели.

Рассмотрим теорию процесса формирования интерференционной картины от НГИ. Пусть на изучаемый участок поверхности 2 тела 1 (рис. 2) наклеен НГИ 3. Поместим начало отсчета системы K в точку исследуемой поверхности B_0 . Направляющие косинусы нормали A (A_1, B_1, C_1) касательной плоскости в этой точке считаем заданными. Главная оптическая ось 4 объектива 5 с фокусным расстоянием f устройства, регистрирующего интерференционную картину 7 на фотопленке 8, проходит через точку B_0 и направлена вдоль оси x^1 системы отсчета K^1 . Численное значение направляющих косинусов осей $x^1 y^1 z^1$ в системе K ($t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{21}, t_{22}, t_{23}, t_{31}, t_{32}, t_{33}$) считаем определенным. Выберем вспомогательные системы отсчета (см. рис. 2—4) $K^2—K^5$. K^2 получена поворотом системы K^1 на угол ν вокруг оси x^1 ; K^3 образована параллельным переносом системы K^2 вдоль оси y^2 на расстояние $B_0 O^3$; K^4 получена поворотом системы K^3 на угол γ вокруг оси z^3 (здесь γ — угол в плоскости $z^2 = 0$ между осью y^2 и касательной в точке B_j определяемой поверхности); K^5 построена поворотом системы K^4 вокруг оси y^4 на угол φ (угол φ выбирается таким

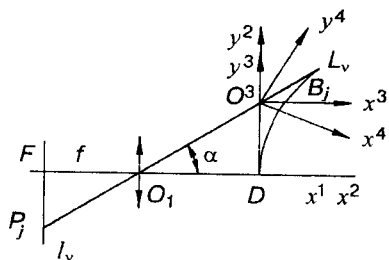


Рис. 3. Схема хода интерферирующих лучей в системах отсчета K^2, K^3

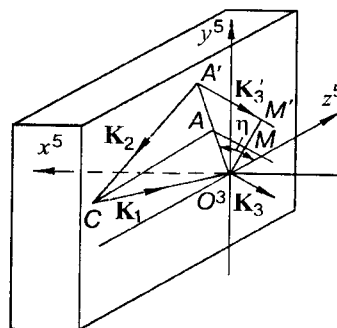


Рис. 4. Схема хода восстановленных голографическим интерферометром лучей в системе отсчета K^5

образом, чтобы направление оси x^5 совпадало с нормалью к поверхности 2 в точке B_j).

Принимая во внимание выбранный выше вид физической модели и геометрию рис. 2—4, представим разность хода Δ интерферирующих лучей K_3 и K'_3 в следующем виде:

$$\Delta = 2d_0n + A'M' - 2d_1n, \quad (2)$$

где d_0, n — толщина и показатель преломления оригинала НГИ, а величина d_1 имеет значение

$$d_1 = A'C = O^3C = -\frac{d_0}{\cos\sigma_1}, \quad (3)$$

где σ_1 — угол в системе K^5 между вектором K_1 и осью x^5 . Найдем выражения для угла σ_1 и отрезка $A'M'$. Пусть ω_2 — угол падения луча K_1 , а ω_1 — угол преломления луча K_3 , тогда на основании рис. 4 и закона преломления можно написать:

$$\sigma_1 = \pi - \omega_2, \quad (4)$$

$$n = \frac{\sin\omega_1}{\sin\omega_2}, \quad (5)$$

$$\omega_1 = \pi - \tau_1, \quad (6)$$

где τ_1 — угол между осью x^5 и вектором K_3 . Найдем выражение для угла τ_1 . Пусть $x_{1,2}^5, y_{1,2}^5, z_{1,2}^5$ — координаты начала и конца вектора K_3 в системе K^5 . Выразим их через координаты начала и конца $x_{1,2}^2, y_{1,2}^2, z_{1,2}^2$ этого же вектора в системе K^2 , используя формулы преобразования координат. На основании рис. 3 представим значение координат начала и конца вектора K_3 в системе K_2 в виде:

$$x_1^2 = y_1^2 = z_1^2 = 0, \quad (7)$$

$$x_2^2 = -K_3 \cos\alpha_j M, \quad (8)$$

$$y_2^2 = -K_3 \sin\alpha_j M, \quad (9)$$

$$z_2^2 = 0, \quad (10)$$

M — масштаб.

Для направляющих косинусов вектора K_3 (a_x, a_y, a_z) имеют место соотношения

$$a_x = \cos\tau_1 = \frac{x_2^5 - x_1^5}{T}, \quad (11)$$

$$a_y = \cos\tau_2 = \frac{y_2^5 - y_1^5}{T}, \quad (12)$$

$$a_z = \cos\tau_3 = \frac{z_2^5 - z_1^5}{T}, \quad (13)$$

где

$$T = \sqrt{(x_2^5 - x_1^5)^2 + (y_2^5 - y_1^5)^2 + (z_2^5 - z_1^5)^2}. \quad (14)$$

На основании геометрии рис. 4 можно написать:

$$A'M' = 2AM, \quad (15)$$

$$AM = \sqrt{(AO^3)^2 + (O^3M)^2}, \quad (16)$$

где

$$O^3M = \frac{\sqrt{(a_y A_z - a_z A_y)^2 + (a_x A_x - a_x A_z)^2 + (a_x A_y - a_y A_x)^2}}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad (17)$$

а A_x, A_y, A_z — координаты точки A в системе K^5 :

$$A_x = 0, \quad (18)$$

$$A_y = AO^3 \sin \eta, \quad (19)$$

$$A_z = AO^3 \cos \eta, \quad (20)$$

здесь

$$AO^3 = d_1 \sqrt{1 - \cos^2 \sigma_1}, \quad (21)$$

$$\eta = \pi - \beta, \quad (22)$$

β — угол между проекцией вектора K_3 на плоскость $O^3y^5z^5$ и осью z^5 , при этом

$$\cos \beta = \frac{a_z}{\sqrt{1 - (a_x)^2}}. \quad (23)$$

Найдем выражение угла γ для точки B_0 (γ_0). Плоскость $x^2B_0y^2$ в системе K^2 определяется уравнением

$$z^2 = 0. \quad (24)$$

В системе K уравнение (24) примет вид

$$x(t_{13} \cos \nu - t_{12} \sin \nu) + y(t_{23} \cos \nu - t_{22} \sin \nu) + z(t_{33} \cos \nu - t_{32} \sin \nu) = 0. \quad (25)$$

На основании (25) находим направляющие косинусы (A_2^s, B_2^s, C_2^s) нормали к плоскости (24):

$$A_2^s = t_{13} \cos \nu - t_{12} \sin \nu, \quad (26)$$

$$B_2^s = t_{23} \cos \nu - t_{22} \sin \nu, \quad (27)$$

$$C_2^s = t_{33} \cos \nu - t_{32} \sin \nu. \quad (28)$$

Уравнение прямой в системе K , образованной пересечением касательной плоскости к поверхности 2 в точке B_0 и плоскости (25), имеет вид

$$A_1x + B_1y + C_1z = 0, \quad (29)$$

$$A_2^s x + B_2^s y + C_2^s z = 0. \quad (30)$$

Направляющие косинусы $\cos \xi_1, \cos \xi_2, \cos \xi_3$ прямой, заданной выражениями (29), (30), в системе K определяются формулами

$$\cos \xi_1 = 1/M_1(B_1 C_2^s - B_2^s C_1), \quad (31)$$

$$\cos \xi_2 = 1/M_1(C_1 A_2^s - C_2^s A_1), \quad (32)$$

$$\cos\xi_3 = 1/M_1(A_1B_2^s - A_2^s B_1), \quad (33)$$

где

$$M_1 = \sqrt{(B_1C_2^s - B_2^s C_1)^2 + (C_1A_2^s - C_2^s A_1)^2 + (A_1B_2^s - A_2^s B_1)^2}. \quad (34)$$

Уравнение прямой в системе K , образованной пересечением плоскости $z^2 = 0$ с плоскостью $x^2 = 0$, имеет вид

$$xA_2^s + yB_2^s + zC_2^s = 0, \quad (35)$$

$$xA_1^2 + yB_1^2 + zC_1^2 = 0. \quad (36)$$

Здесь

$$A_1^2 = t_{11}, \quad (37)$$

$$B_1^2 = t_{21}, \quad (38)$$

$$C_1^2 = t_{31}. \quad (39)$$

Угол γ между прямыми (29), (30), (35), (36) выражается соотношением

$$\cos\gamma_0 = \cos\xi_1 \cdot \cos\alpha_1 + \cos\xi_2 \cdot \cos\alpha_2 + \cos\xi_3 \cdot \cos\alpha_3, \quad (40)$$

где

$$\cos\alpha_1 = 1/M_2(B_1^2C_2^s - B_2^s C_1^2), \quad (41)$$

$$\cos\alpha_2 = 1/M_2(C_1^2A_2^s - C_2^s A_1^2), \quad (42)$$

$$\cos\alpha_3 = 1/M_2(A_1^2B_2^s - A_2^s B_1^2), \quad (43)$$

$$M_2 = \sqrt{(B_1^2C_2^s - B_2^s C_1^2)^2 + (C_1^2A_2^s - C_2^s A_1^2)^2 + (A_1^2B_2^s - A_2^s B_1^2)^2}. \quad (44)$$

Найдем выражение угла φ для точки B_0 (φ_0). Пусть вектор нормали A в системе K имеет направляющие:

$$A_1 = \cos\psi, \quad B_1 = -\sin\psi, \quad C_1 = 0, \quad (45)$$

где ψ — угол между A и осью x . Направляющие нормали A в системе K^5 , согласно правилу выбора систем отсчета, выражаются в виде

$$\cos\delta_1 = 1, \quad (46)$$

$$\cos\delta_2 = 0, \quad (47)$$

$$\cos\delta_3 = 0. \quad (48)$$

Уравнение прямой в системе K^5 с направляющими (46)—(48), проходящей через точку B_0 , определяется выражением

$$y^5 = z^5 = 0. \quad (49)$$

Применяя преобразование координат в (49), получим

$$a(t_{11} - t_{21}\text{tg}\psi) + b(t_{12} - t_{22}\text{tg}\psi) = 0. \quad (50)$$

Рис. 5. Схема сечений интерферограммы координатной плоскостью $B_0x^2y^2$ при различных значениях угла ν

Здесь

$$a = \cos\gamma \cdot \cos(\pi/2 + \varphi_0), \quad (51)$$

$$b = \cos\nu c + \cos(\pi/2 + \nu)\cos\varphi_0, \quad (52)$$

$$c = \cos(\pi/2 + \gamma) \cdot \cos(\pi/2 + \varphi_0). \quad (53)$$

Решая уравнение (50) относительно φ_0 , определим

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{b_2}{b_1}, \quad (54)$$

где

$$b_1 = \cos\gamma(t_{11} - t_{21}\operatorname{tg}\psi) + \cos\nu \cdot \cos(\gamma + \pi/2)(t_{12} - t_{22}\operatorname{tg}\psi), \quad (55)$$

$$b_2 = (t_{12} - t_{22}\operatorname{tg}\psi)\cos(\pi/2 + \nu). \quad (56)$$

Рассмотрим нахождение значения угла φ для точки $B_j(\varphi_j)$. Для этого в точке P_j измерим угол μ между прямой l_ν , образованной пересечением плоскости $z^2 = 0$ с поверхностью фотопленки, и касательной к интерференционной полосе в этой же точке (рис. 5). Далее, через точку B_0 проводим такую прямую l_κ (с углом наклона κ), чтобы угол между прямой l_κ и касательной к полосе в точке $B_0(\mu_\kappa)$ удовлетворял требованию

$$\mu_\kappa = \mu. \quad (57)$$

При выполнении условия (57) должно иметь место выражение

$$\varphi_j = \varphi_0(\kappa), \quad (58)$$

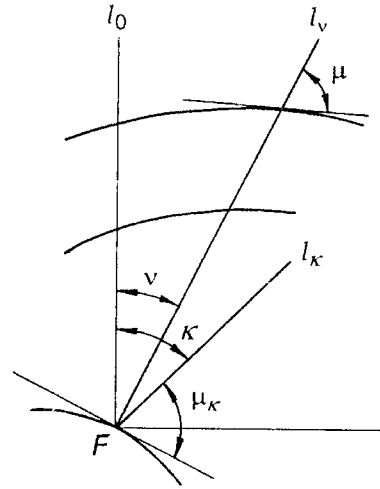


Рис. 6. Интерферограмма ненагруженной оболочки

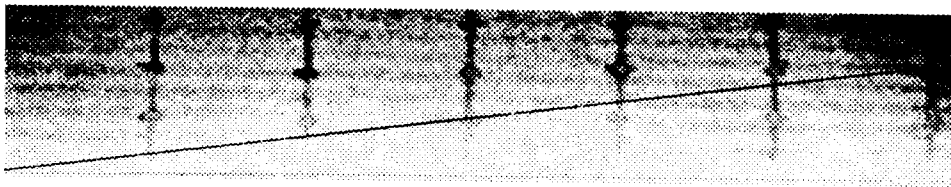


Рис. 7. Интерферограмма нагруженной оболочки

Погрешность определения положения полосы, мм'	λ , мм	d_0 , мм	n	$o'f$, мм	B_0F , мм	A_1	B_1	C_1
$\pm 0,05$	0,00063	$0,06 \pm \pm 0,01$	$1,36 \pm \pm 0,01$	80 ± 1	690 ± 1	$1 \pm \pm 2,9 \cdot 10^{-4}$	$0 \pm \pm 2,9 \cdot 10^{-4}$	$0 \pm \pm 2,9 \cdot 10^{-4}$

где $\varphi_0(\kappa)$ — значение угла φ , рассчитанное на основе (54) при $\nu = \kappa$.

2. Обработка эксперимента. Численный расчет сечений тонкостенной оболочки, подверженной деформации, основан на изложенной выше теории. Алгоритм нахождения сечений можно представить в следующем виде. Сначала строятся кривые L_ν , образованные пересечением плоскости $z^2 = 0$ с исследуемой поверхностью. Процесс их нахождения заключается в следующем. На прямой O_1O^3 задаем произвольное первоначальное положение системы отсчета K^4 , далее с определенным шагом меняем угол γ , одновременно вычисляем для него угол φ (58). Данный процесс будет продолжаться до тех пор, пока с заданной точностью не будет выполнено условие

$$\left| \frac{\Delta_0 - \Delta_1}{\lambda} \right| = 1 \pm \varepsilon, \quad (59)$$

где Δ_0, Δ_1 — оптические разности хода восстановленных в точках B_0, B_1 и интерферирующих в точках P_0, P_1 лучей. Далее перемещаем найденную для точки B_1 систему отсчета K^5 вдоль прямой P_1B_1 до тех пор, пока элементы кривой L_ν в точках B_0, B_1 не будут с требуемой точностью аппроксимированы кривой, которая в точках B_0, B_1 имела бы одну и ту же кривизну. Положение системы K^5 в K дает искомые координаты точки B_1 . Выполняя вышеизложенную операцию для точек B_j, B_{j+1} , получаем информацию о точках кривой L_ν .

Алгоритм нахождения сечений, образуемых в пересечении плоскостей xy, xz или любых других с поверхностью 2, основан на определении общих точек кривых L_ν и выбранных плоскостей.

Изложенные выше алгоритмы были реализованы для нахождения сечений цилиндрической оболочки в ненагруженном состоянии и при давлении газа в ее полости, равном $5,0 \text{ кг/см}^2$. Соответствующие интерферограммы приведены на рис. 6, 7. Здесь же в качестве примера отмечены прямые l_ν , проходящие в той области интерферограмм, которые характеризуют наибольшее смещение точек исследуемой поверхности. Перемещение W срединной поверхности стенки цилиндрической оболочки длиной S , рассчитанное на основе вышеприведенного алгоритма, представлено на рис. 8.

Для исходных данных, измеренных с точностью, приведенной в таблице, чувствительность метода составила: по оси x $S_x = 0,0020 \pm 0,0002$ мм, по оси y $S_y = 0,009 \pm 0,002$ мм, по оси z $S_z = 0,007 \pm 0,001$ мм. При уменьшении угла наблюдения α от 6 до 0° чувствительность увеличивается на 10% , а погрешность уменьшается на 8% . При увеличении угла наблюдения α от 6° до предельного, равного 20° , более которого интерференция не наблюдается, чувствительность уменьшается на 20% , а погрешность увеличивается на 15% .

Выбор радиуса кривизны интерферометра в интервале от 8 мм до бесконечности, т. е. в тех границах, когда интерференция еще наблюдается, вариации показателя преломления и толщины пленки до 30%

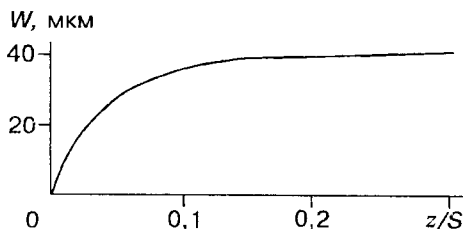


Рис. 8. Прогиб боковой стенки оболочки

r'_{11}	r'_{12}	r'_{13}	r'_{21}	r'_{22}	r'_{23}	r'_{31}	r'_{32}	r'_{33}
$(99310,20 \pm \pm 0,06)10^{-5}$	$(-11724,9 \pm \pm 0,5)10^{-5}$	$0 \pm \pm 0,5 \cdot 10^{-5}$	$(11724,9 \pm \pm 0,5)10^{-5}$	$(99310,20 \pm \pm 0,06)10^{-5}$	$0 \pm \pm 0,5 \cdot 10^{-5}$	$0 \pm \pm 0,5 \cdot 10^{-5}$	$0 \pm \pm 5 \cdot 10^{-5}$	$1 \pm \pm 0,06 \cdot 10^{-5}$

вызывают незначительное изменение (2 %) чувствительности и погрешности.

Заключение. На основе вышеприведенных физических и численных экспериментов найден интервал значений радиусов кривизны восстанавливаемой поверхности, при которых еще может работать НГИ. Кроме того, определено, что значение чувствительности и погрешности предложенного метода зависит главным образом от угла наблюдения интерференционной картины, формируемой НГИ, и слабо зависит от кривизны исследуемой поверхности и физических характеристик самого НГИ. Приведенные в данной работе численные значения чувствительности и погрешности, предоставляемые этим методом, позволяют сделать вывод о его применимости для восстановления формы поверхности тел, подверженных деформации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борыняк Л. А., Захаров О. Н., Логинов А. В., Меднис П. М. Накладной голографический интерферометр с адаптивной базой // Автометрия. 1994. № 4. С. 53.
2. Борыняк Л. А., Захаров О. Н., Логинов А. В., Меднис П. М. Голографический интерферометр с адаптивной базой для исследования деформаций оболочек // Междунар. конф. «Фотомеханика-95». Новосибирск: НИИЖТ, 1995. (Труды SPIE. 1995. V. 27-91).
3. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир, 1982.

Поступила в редакцию 27 ноября 1996 г.