

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 519.27 : 621.391

Е. П. Нечаев
(Воронеж)

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ АДАПТИВНОЙ
ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С МОДОВОЙ КОМПЕНСАЦИЕЙ
ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛА

Исследовано влияние ошибок фазовой коррекции оптического электромагнитного излучения, прошедшего турбулентную атмосферу, на передаточную функцию и разрешающую способность адаптивной оптической системы с модовой компенсацией фазовых искажений. Результаты конкретизированы для системы коррекции наклонов волнового фронта. Определено оптимальное значение диаметра апертуры адаптивной системы при наличии ошибок фазовой коррекции.

При наблюдениях объектов через атмосферу существенное влияние на качество изображения оказывают фазовые флуктуации принимаемого оптического электромагнитного поля, вызванные атмосферной турбулентностью. Для компенсации фазовых флуктуаций в реальном масштабе времени и повышения качества оптического изображения используются адаптивные оптические системы (АОС) [1, 2].

Качество оптической системы удобно характеризовать ее разрешающей способностью. Разрешающая способность АОС определяется остаточными (некомпенсированными) флуктуациями волнового фронта, погрешностями активного зеркала и ошибками алгоритма управления этим зеркалом. Поэтому представляет интерес оценить влияние названных факторов на разрешение АОС.

Следуя [2], будем считать, что фазовые искажения оптического сигнала в плоскости апертуры АОС описываются рядом

$$\Phi(r) = \sum_{i=2}^{\infty} a_i F_i(r), \quad (1)$$

где $F_i(r)$ — система модовых функций, в качестве которых используются полиномы Цернике [1, 2]:

$$\int_{\Omega} F_i(r) F_j(r) dr = \pi D^2 \delta_{ij},$$

Ω — область апертуры АОС; D — диаметр апертуры; $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$ — символ Кронскера;

$$a_i = [1/(\pi D^2)] \int_{\Omega} \Phi(r) F_i(r) dr.$$

Первое слагаемое ряда (1), описывающее постоянный по всей апертуре фазовый набег и не влияющее на качество изображения, опущено.

При модовой компенсации фазовых искажений функцию фазовой коррекции можно записать в виде

$$\Phi_k(\mathbf{r}) = \sum_{i=2}^N \hat{a}_i F_i^k(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где N — число корректируемых мод; \hat{a}_i — оценки коэффициентов разложения (1), вырабатываемые АОС в процессе адаптации; $F_i^k(\mathbf{r})$ — аппроксимация модовой функции, формируемая активным зеркалом:

$$F_i^k(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^M R_n(\mathbf{r}) S_{ni}, \quad (3)$$

M — число управляющих приводов (толкателей) активного зеркала; S_{ni} — управляющий сигнал на n -м приводе, соответствующий i -й модовой функции; $R_n(\mathbf{r})$ — отклик активного зеркала на единичный сигнал, приложенный к n -му приводу. Из условия минимума среднеквадратического отклонения по апертуре АОС функции $F_i^k(\mathbf{r})$ от $F_i(\mathbf{r})$ находим

$$S_{ni} = [4/(\pi D^2)] \sum_{m=1}^M C_{nm} \int_{\Omega} F_i(\mathbf{r}) R_m(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (4)$$

Здесь $\{C_{nm}\}$ — матрица, обратная матрице $\{A_{nm}\}$ с элементами

$$A_{nm} = [4/(\pi D^2)] \int_{\Omega} R_n(\mathbf{r}) R_m(\mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

Атмосферно-линзовая оптическая передаточная функция (ОПФ) АОС с фазовой коррекцией приходящего оптического излучения определяется выражением [1, 2]

$$\tau(\mathbf{f}) = [4/(\pi D^2)] \int_{\Omega} W(\mathbf{r}) W(\mathbf{r} - \lambda F\mathbf{f}) \exp\{j[\Theta(\mathbf{r}) - \Theta(\mathbf{r} - \lambda F\mathbf{f})]\} d\mathbf{r}, \quad (5)$$

где $W(\mathbf{r}) = 1$ при $|\mathbf{r}| \leq D/2$ и $W(\mathbf{r}) = 0$ при $|\mathbf{r}| > D/2$ — апертурная функция; $\Theta(\mathbf{r}) = \Phi(\mathbf{r}) - \Phi_k(\mathbf{r})$ — остаточные (некомпенсированные) фазовые искажения сигнала; \mathbf{f} — двумерный вектор пространственных частот; λ — длина волны излучения; F — фокусное расстояние системы. Используя (1), (2), аналогично [1, 2] проведем усреднение ОПФ (5) по реализациям фазовых искажений $\Phi(\mathbf{r})$ и ошибкам АОС $a_i - \hat{a}_i$. В результате чего получаем

$$\begin{aligned} \langle \tau(\mathbf{f}) \rangle &= [4/(\pi D^2)] \exp\{-D(\lambda Ff)/2\} \int_{\Omega} W(\mathbf{r}) W(\mathbf{r} - \lambda F\mathbf{f}) \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=2}^N \sum_{j=2}^N [K_{ij}] [F_i^k(\mathbf{r}) - F_i^k(\mathbf{r} - \lambda F\mathbf{f})] [F_j^k(\mathbf{r}) - F_j^k(\mathbf{r} - \lambda F\mathbf{f})] + \right. \\ &\left. + \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{j=2}^N [a_i a_j] [F_i(\mathbf{r}) - F_i(\mathbf{r} - \lambda F\mathbf{f})] [F_j^k(\mathbf{r}) - F_j^k(\mathbf{r} - \lambda F\mathbf{f})] \right\} d\mathbf{r}. \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь $f = |\mathbf{f}|$, $D(\rho)$ — структурная функция фазовых искажений [1, 2]:

$$D(\rho) = 6,88(\rho/r_0)^{5/3}, \quad (7)$$

r_0 — радиус когерентности Фрида; $\langle a_i a_j \rangle$ — корреляционные моменты коэффициентов ряда (1), значения которых приведены в [1, 2]; $K_{ij} = \langle (\hat{a}_i - a_i)(\hat{a}_j - a_j) \rangle$ — элементы корреляционной матрицы ошибок АОС.

Оптическая разрешающая способность R системы, формирующей изображение, определяется выражением [1, 2]

$$\frac{R}{R_0} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\lambda F}{r_0} \right)^{2+\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \tau(f) \rangle df, \quad (8)$$

где $R_0 = \pi r_0^2 / 4$ — разрешающая способность в системе без компенсации фазовых искажений при произвольно большом диаметре апертуры.

Для коррекции наклонов фазового фронта, описываемых функциями $F_2(r)$ и $F_3(r)$, может использоваться сплошное круглое упругое зеркало Ω (рис. 1) диаметром D , закрепленное на шарнире в точке O . Управляющие приводы зеркала расположены в точках A_1 и A_2 . В этом случае, согласно (3), (4),

$$F_2^k(r) = F_2(r) = R_1(r) = 8x/D, \quad (9)$$

$$F_3^k(r) = F_3(r) = R_2(r) = 8y/D, \quad (10)$$

$F_i^k(r) = 0$ при $i \geq 3$, где x и y — компоненты вектора r .

Для корреляционных моментов коэффициентов ряда (1) выполняются соотношения [1, 2]

$$\langle a_2^2 \rangle = \langle a_3^2 \rangle = 0,112(D/r_0)^{5/3}, \quad (11)$$

$$\langle a_i a_j \rangle / \langle a_i^2 \rangle < 1$$

при $i \neq j$. Используя (9)–(11), ОПФ (6) для АОС с коррекцией наклонов фазового фронта можно записать в виде

$$\langle \tau(f) \rangle = \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\lambda F f}{D} \right) - \frac{\lambda F f}{D} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda F f}{D} \right)^2} \right] \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} D (\lambda F f) - 32 \sigma^2 \left(\frac{\lambda F f}{D} \right)^2 + 32 \langle a_2^2 \rangle \left(\frac{\lambda F f}{D} \right)^2 \right\} \quad (12)$$

при $\lambda F f \leq D$ и $\langle \tau(f) \rangle = 0$ при $\lambda F f > D$. Здесь σ^2 — среднеквадратическая погрешность управляющего сигнала активного зеркала; $K_{ij} = \sigma^2 \delta_{ij}$, $\sigma = 4\pi \Delta / (\lambda \cos(\Theta_0))$, Θ_0 — угол падения света на зеркало; Δ — среднеквадратическая ошибка в перемещении зеркала.

Согласно (7), (8), (12), нормированную разрешающую способность АОС при коррекции наклонов фазового фронта можно представить в виде

$$\frac{R}{R_0} = \frac{16}{\pi} \left(\frac{D}{r_0} \right)^2 \int_0^1 \left[\arccos x - x \sqrt{1 - x^2} \right] \times \\ \times \exp \left\{ -3,44 (D/r_0)^{5/3} x^{5/3} [1 + (9,3 \sigma^2 (D/r_0)^{-5/3} - 1) x^{2/3}] \right\} x dx. \quad (13)$$

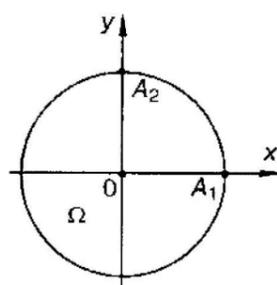


Рис. 1

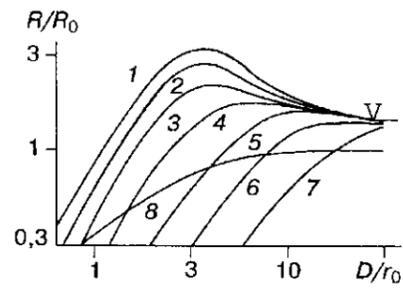


Рис. 2

На рис. 2 приведены результаты расчета нормированной разрешающей способности (13). Кривая 1 соответствует $\sigma^2 = 0$, 2 — 0,03, 3 — 0,1, 4 — 0,3, 5 — 1, 6 — 3, 7 — 10, а кривая 8 описывает нормированное разрешение оптической системы без фазовой коррекции. Согласно рисунку, каждому уровню ошибок, характеризуемых величиной σ^2 , соответствует оптимальное значение диаметра апертуры АОС, при котором достигается наибольшее разрешение. Так, при $\sigma^2 \leq 0,1$ диаметр апертуры целесообразно выбирать в пределах интервала $3r_0 \leq D \leq 5r_0$. В этом случае разрешение АОС с коррекцией наклонов фазового фронта будет в 2—4 раза выше, чем в системе без фазовой коррекции.

Полученные результаты позволяют обоснованно выбрать параметры адаптивной оптической системы, обеспечивающие наибольшее разрешение при имеющемся уровне ошибок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985.
2. Wang J. Y., Markey J. K. Modal compensation of atmospheric turbulence phase distortion // JOSA. 1978. 68, N 1. P. 78.

Поступила в редакцию 1 апреля 1996 г.