

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 2

1998

УДК 621.315.592 : 772.99

И. Г. Пальчикова  
(Новосибирск)

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДИАФРАГМИРОВАНИЯ  
НА МЕСТОПОЛОЖЕНИЕ ФОКУСА

Рассматривается дифракция сходящейся световой волны на круглом отверстии. В результате расчетов распределения интенсивности вдоль оптической оси отверстия и экспериментального изучения глубины и положения фокуса рефракционного объектива с диафрагмой показано, что дифракционный сдвиг фокуса можно описывать в рамках геометрической оптики. Анализируются особенности работы камеры-обскуры в белом свете.

**Введение.** Оптические системы используют световые пучки ограниченной ширины. В классическом рассмотрении диафрагма выполняет две функции. Во-первых, ограничивает пучки, влияя таким образом на светопропускание оптической системы и величину поля зрения. Для удобства описания этих функций вводятся понятия апертурной и полевой диафрагм. Во-вторых, световые волны рассеиваются диафрагмой, искажая изображение точки. Дифракция в оптических системах описывается интегралом Кирхгофа с использованием понятий входного и выходного зрачка [1]. Функция рассеяния точки и глубина фокуса объектива однозначно связаны с размерами выходного зрачка.

В последние десятилетия открыты [2] и в настоящее время активно изучаются [3, 4] новые закономерности поля в окрестности фокуса зеркал, рефракционных и дифракционных линз. В общем случае поле несимметрично относительно фокальной плоскости и максимум интенсивности на оптической оси смещен относительно геометрической фокальной плоскости. Чем больше размер диафрагмы, тем меньше сдвигается фокус и тем меньше его глубина. И наоборот, чем меньше размер диафрагмы, тем больше сдвиг фокуса и больше его глубина.

С другой стороны, хорошо известно [4], что одиночное отверстие может быть рассмотрено как одна зона Френеля. И с этой точки зрения диафрагма является своеобразной линзой с фокусным расстоянием  $f_1 = a^2/\lambda$ , где  $a$  — радиус круглой диафрагмы;  $\lambda$  — длина световой волны.

Вопрос о том, каким образом согласуются представления об отверстии как о дифракционном элементе, формирующем трехмерное распределение света вблизи фокуса, и об отверстии как аналоге рефракционной линзы, рассмотрен недостаточно.

В настоящей работе теоретически и экспериментально изучается распределение интенсивности дифрагированной световой волны вдоль оптической оси круглой диафрагмы и рефракционного объектива с диафрагмой. Анализируются особенности работы камеры-обскуры в белом свете.

Дифракция световой волны в осесимметричных системах. В скалярном приближении Френеля интегральное представление дифрагированного свето-

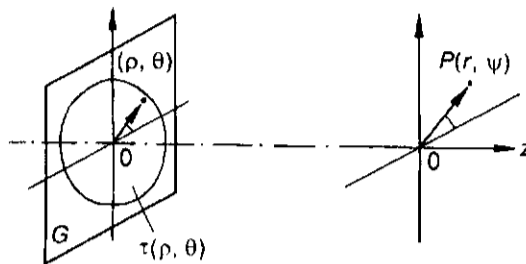


Рис. 1

вого поля за оптической системой для осесимметричного случая имеет следующий вид:

$$U(r, z) = \frac{k}{iz} e^{ikz + ikr^2/2z} \int_0^a \tau(\rho) \exp(ik\rho^2/2z) J_0\left(\frac{k\rho r}{z}\right) \rho d\rho. \quad (1)$$

Используемые обозначения поясняются на схеме рис. 1, где  $G$  — плоскость выходного зрачка с координатами  $(\rho, \theta)$ ;  $P$  — плоскость наблюдения с координатами  $(r, \psi, z)$ ;  $z$  — координата вдоль оптической оси;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $J_0$  — функция Бесселя нулевого порядка;  $2a$  — диаметр выходного зрачка;  $\tau(\rho)$  — комплексная функция амплитуды волны в плоскости выходного зрачка;  $U(r, z)$  — комплексная функция амплитуды волны в плоскости наблюдения. Распределение интенсивности  $I(r, z)$ , как обычно, равно квадрату модуля амплитуды.

*Дифракция плоской волны на отверстии.* В случае плоской однородной монохроматической световой волны в плоскости выходного зрачка ( $\tau(\rho) = 1$ ) для распределения интенсивности вдоль оптической оси  $I(0, z)$  легко получить из (1) известный результат:

$$I(0, z) = 2 \left( 1 - \cos\left(\frac{ka^2}{2z}\right) \right). \quad (2)$$

График, иллюстрирующий формулу (2), показан на рис. 2. Максимумы интенсивности на оптической оси соответствуют положениям фокальных плоскостей. Координаты максимумов  $f_n$  находятся из (2):  $f_n = \frac{a^2}{\lambda n}$ ,  $n$  нечетное. Отверстие формирует не один световой фокус, а множество. Причем главный фокус

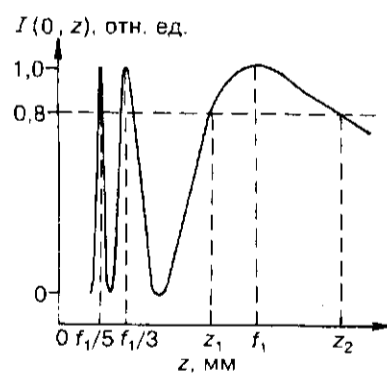


Рис. 2

находится в точке  $f_1 = a^2/\lambda$ , для которой на диаметре диафрагмы умещается одна зона Френеля. Следующий фокус будет в точке  $f_2 = a^2/3\lambda$ ,  $n$ -й —  $f_n = a^2/n\lambda$ . Можно сказать, что отверстие — это зонная пластинка Френеля малого размера. При изменении диаметра выходного зрачка изменяется фокусное расстояние.

Примером классического применения отверстия для построения изображения является камера-обскура. Однако хорошо известно, что в камере-обскуре наблюдается четкое изображение лишь на одном определенном расстоянии от отверстия. Это противоречит предыдущему рассмотрению.

Чтобы разрешить это противоречие, мы изучили в численном эксперименте распределение интенсивности вдоль оси отверстия для разных длин волн. Диаметр отверстия выбирался равным первой зоне Френеля для длины волны  $\lambda_{ж} = 0,55 \cdot 10^{-3}$  мм. На рис. 3 показаны кривые распределения интенсивности  $I(\lambda, z)$  вдоль оси  $z$  для трех длин волн: желтой ( $\lambda_{ж} = 0,55 \cdot 10^{-3}$  мм) — кривая 1, красной ( $\lambda_{к} = 0,62 \cdot 10^{-3}$  мм) — кривая 2, синей ( $\lambda_{с} = 0,48 \cdot 10^{-3}$  мм) — кривая 3. Для красной длины волны происходят сдвиги максимумов интенсивности влево, а для синей — вправо относительно максимумов для желтой длины волны. Степень влияния хроматической аберрации на качество изображения в данном случае зависит от глубины фокуса.

Глубина фокуса определяется допустимой величиной кружка рассеяния или связанной с нею величиной падения интенсивности в центре кружка при удалении от фокальной плоскости. По общепринятому критерию [5] за глубину каустики берется расстояние между плоскостями, в которых падение интенсивности в центре кружка рассеяния составляет 20 % от максимума, достигаемого в фокусе. Координаты таких плоскостей находятся из уравнения

$$0,8 \max I(0, z) = 2 \left( 1 - \cos \left( \frac{ka^2}{2z} \right) \right), \quad (3)$$

откуда получаем

$$\delta_m = \frac{\pi a^2}{\lambda} \left| \frac{1}{\arccos(-0,6) + 2\pi m} - \frac{1}{-\arccos(-0,6) + 2\pi(m+1)} \right|, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Глубина фокуса зависит от его номера. Чем выше порядок фокуса, тем меньше его глубина.

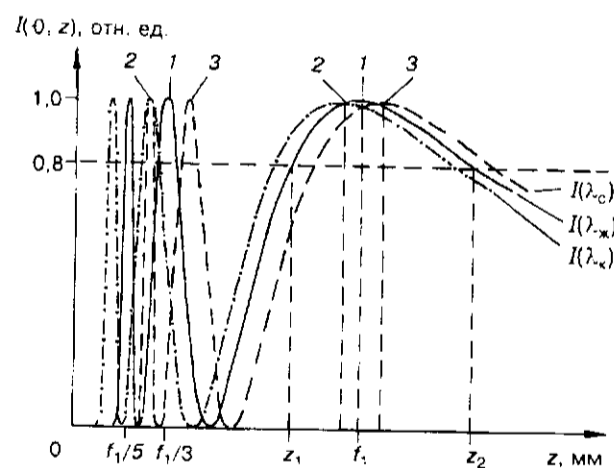


Рис. 3

Для фокуса первого порядка  $m = 0$  и  $\delta_0 \approx 0,65f_1$ , что составляет 32,5 мм для отверстия диаметром 0,332 мм в желтом свете ( $i_{1*} = f_1 = 50$  мм). Для синего света главное фокусное расстояние изменяется на величину  $\Delta f_{1c} = f_{1ж} \Delta \lambda / \lambda_c = 0,1458 f_{1ж}$ , что составляет  $\Delta f_{1c} = 7,29$  мм, и для красного — на величину  $\Delta f_{1к} = f_{1ж} \Delta \lambda / \lambda_k = 0,1129 f_{1ж}$ , что составляет  $\Delta f_{1к} = 5,65$  мм. Таким образом, продольная хроматическая aberrация  $\Delta f_{1c} + \Delta f_{1к}$  не превышает глубины фокуса первого порядка. Изображение будет четким и ахроматическим в видимом диапазоне длин волн.

Для фокуса третьего порядка  $\delta_1 \sim 0,198 \frac{f_1}{3}$ , что составляет 3,3 мм в выбранном примере ( $f_1/3 = 16,67$  мм). Продольная хроматическая aberrация приводит к следующим изменениям:  $\Delta f_{3c} = f_{1ж} \Delta \lambda / (3\lambda_c) = 0,1458 f_{1ж} / 3$  и  $\Delta f_{3к} = f_{1ж} \Delta \lambda / (3\lambda_k) = 0,1129 f_{1ж} / 3$  ( $\Delta f_{3c} = 2,43$  мм,  $\Delta f_{3к} = 1,88$ ). Продольная хроматическая aberrация превышает глубину фокуса третьего порядка. Изображение искажается цветными ореолами. В фокусах более высоких порядков aberrация еще более усиливается.

Таким образом, тот факт, что в камере-обскуре наблюдается единственная плоскость изображения, может быть объяснен наличием хроматической aberrации.

*Дифракция сходящейся волны на отверстии.* Как правило, в эксперименте сходящаяся волна создается с помощью объектива. Пусть  $f_R$  — радиус кривизны волнового фронта сходящейся световой волны в выходном зрачке объектива. Из (1) для распределения интенсивности на оптической оси после объектива получаем аналитическое выражение

$$I(0, z) = I_0 \frac{1}{z^2} \left[ \frac{2}{\frac{1}{z} - \frac{1}{f_R}} \right]^2 \sin^2 \left[ \frac{k a^2}{4} \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{f_R} \right) \right]. \quad (5)$$

На рис. 4 показан график зависимости  $I(0, z)$ . Кривая имеет один главный максимум, который и соответствует положению фокальной плоскости. Из сравнения рис. 2 и 4 видно, что изменение кривизны волнового фронта приводит к качественному, и к количественному изменениям картины. Теперь при изменении диаметра выходного зрачка наблюдается сдвиг максимумов интенсивности из геометрических фокальных плоскостей по направлению к выходному зрачку. Величина сдвига  $\Delta_{\text{диф}}$  характеризуется отношением  $\Delta_{\text{диф}} = \frac{f_0 - f_n}{f_R}$ , где  $f_0$  — расстояние от плоскости выходного зрачка до дифракционного максимума;  $f_n$  — фокусное расстояние объектива в геометрикооптическом приближении. График зависимости глубины фокуса  $\delta_{\text{диф}}$  от диаметра

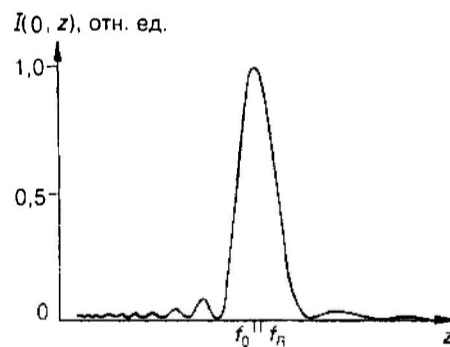


Рис. 4

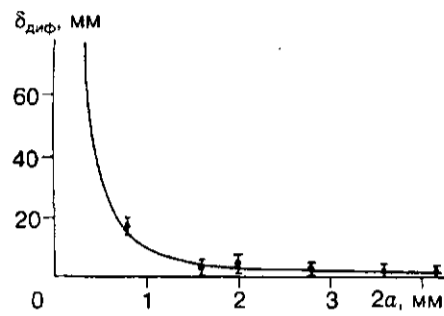


Рис. 5

выходного зрачка  $2a$  для  $f_R = 50$  мм,  $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-3}$  мм представлен на рис. 5 сплошной линией. График зависимости сдвига фокуса объектива  $\Delta_{\text{диф}}$  от диаметра выходного зрачка  $2a$  для  $f_R = 50$  мм,  $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-3}$  мм показан на рис. 6 сплошной линией. По мере уменьшения диаметра диафрагмы величина сдвига возрастает.

*Оценка влияния отверстия на положение фокальной плоскости в рамках геометрической оптики.* Учитывая тот факт, что отверстие можно рассматривать как дифракционную линзу, сдвиг фокуса при дифракции сходящейся волны на отверстии будем оценивать с точки зрения геометрической оптики. В этом случае рассматриваемая оптическая система состоит из двух линз с совмещенными главными плоскостями и изменение фокусного расстояния оптической системы по сравнению с фокусным расстоянием одной из линз и является сдвигом фокуса:

$$\Delta_{\text{геом}} = \frac{f_R}{f_1 + f_R} = \frac{f_R}{f_R + a^2/\lambda}. \quad (6)$$

Проведенные нами расчеты показали совпадение величин сдвига фокуса, определенных по теории дифракции, с полученными из геометрических рассмотрений с точностью  $\sim 2\%$ . Точность возрастает до  $0,1\%$  по мере уменьшения диаметра выходного зрачка.

*Экспериментальные исследования. Измерение глубины и сдвига фокуса фотографического объектива.* Экспериментальное изучение влияния диафрагмирования на местоположение фокуса осуществлялось на установке, схема которой приведена на рис. 7.

Измерения проводились визуально с помощью горизонтального микроскопа. Сменная диафрагма крепилась вплотную к последней линзе объектива. Диафрагмы диаметром от  $0,4$  до  $3$  мм были изготовлены в пленках непрозрач-

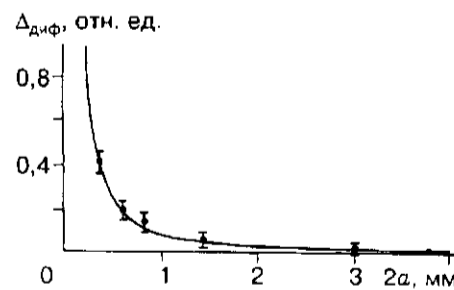


Рис. 6

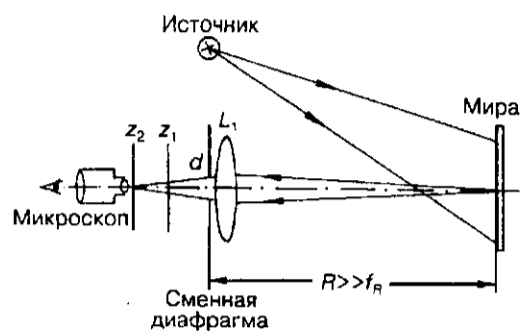


Рис. 7

ного поливинилхлорида на лазерном гравировальном устройстве [5]. В экспериментах использовались объективы «Юпитер-8» (2/50) и «Гелиос-44» (2/58). Штриховая мира располагалась на расстоянии не меньше чем  $5f_R$ . Световодный источник белого света обеспечивал достаточную освещенность. Глубина резкого изображения измерялась непосредственно. Микроскоп ставился вплотную к диафрагме, а затем плавно перемещался с помощью микровинта. Снимались два отсчета со шкалы микровинта: первый  $z_1$  — в положении микроскопа, когда изображение миры становилось четким и линии разрешались, второй  $z_2$  — в положении, в котором начиналось размытие картины. Было проделано 43 серии измерений с различными диафрагмами диаметром от 0,4 до 10 мм. Глубина фокуса рассчитывалась как  $z_2 - z_1$ . Считалось, что фокус располагается посередине между отсчетами  $z_1$  и  $z_2$ . Полученные данные обрабатывались статистически. Результаты измерения глубины фокуса показаны на рис. 5 точками, соответствующими среднему значению  $\delta_{\text{диф}}$  по сериям, среднеквадратичное отклонение указано как  $\bar{\Delta}$ . На рис. 6 аналогично отмечены экспериментальные точки сдвига фокуса. Наблюдается хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных.

**Заключение.** Таким образом, в результате изучения влияния диафрагмирования на местоположение фокуса световой волны теоретически и экспериментально доказывается, что отверстие в оптической системе играет роль линзы и влияние дифракции на положение фокальной плоскости объектива можно рассматривать в рамках геометрической оптики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
2. Li Y., Wolf E. Focal shifts in diffracted converging spherical waves // Opt. Commun. 1981. 39, N 4. P. 211.
3. Кинбер Б. Е., Новоселов С. В. Поле в окрестности фокуса // Радиотехника и электроника. 1985. XXX, вып. 8. С. 1469.
4. Коронкевич В. П., Пальчикова И. Г. Современные зонные пластинки // Автометрия. 1992. № 1. С. 85.
5. Баев С. Г., Бессмельцев В. П., Выдрин Л. В. и др. Прецизионный лазерный термографический генератор изображений // Автометрия. 1991. № 5. С. 3.

Поступила в редакцию 9 октября 1997 г.