

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 3

1999

УДК 517.8 : 519.72

**В. В. Савченко**

*(Нижний Новгород)*

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ  
СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
НА ОСНОВЕ АДАПТИВНЫХ МЕТОДОВ  
СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ**

Ставится и решается актуальная проблема малых выборок наблюдений в задачах статистического прогнозирования динамических процессов в экономике. Исследуются возможности нового класса методов с улучшенными динамическими характеристиками. Даются рекомендации по их практическому применению.

**Введение.** На протяжении многих лет остается актуальной задача прогнозирования социально-экономических процессов. Ее решение многие исследователи связывают с применением статистических методов [1, 2]. Исследования в данной области экономического анализа интенсивно ведутся как в нашей стране, так и за рубежом, но, к сожалению, без заметных успехов с практической точки зрения [3–5]. Первоначальные ожидания быстрых и существенных результатов, основанные на идее прямого использования хорошо разработанного аппарата теории вероятностей и математической статистики, все чаще сменяются разочарованием исследователей в отношении потенциальных возможностей статистического подхода [6]. В последние годы, в частности, выяснилось, что применение классических методов статистического анализа оправдано лишь для относительно узкого круга прикладных задач с большими массивами однородных данных ретроспективных наблюдений [7]. Между тем характерной особенностью многих социально-экономических процессов является их принципиальная нестационарность во времени как следствие ограниченной инерционности действующих в экономике механизмов. В указанных условиях возникает актуальнейшая проблема малых выборок наблюдений, лежащая непреодолимым препятствием на пути распространения большинства статистических методов с гарантированной оптимальностью лишь в асимптотике [8]. Стремлением ослабить упомянутую проблему и руководствовался автор настоящей статьи, в которой впервые изложена общая методология решения задачи статистического прогнозирования по данным ограниченных наблюдений. Исследование проведено с позиций универсального теоретико-информационного подхода с привлечением положений ряда актуальных разделов теории вероятностей: теории оптимальной линейной фильтрации, регрессионного

анализа, адаптивного спектрального оценивания и других. При этом значительная часть используемых результатов заимствована из последних работ автора и его аспирантов в области информационной теории статистических оценок.

**Авторегрессионная модель наблюдений.** Рассмотрим некоторый случайный процесс (СП)  $X_t$ , наблюдаемый в дискретном времени  $t = 0, 1, \dots$  по его реализации  $\{x_t\}$  на ограниченном интервале  $t < n$  длиной  $n < \infty$ . Его прогноз на один шаг (временной дискрет) в будущее есть в общем случае функция имеющихся наблюдений [8]:  $y_n = y(x_0, \dots, x_{n-1})$ . Достижимая точность прогноза может быть охарактеризована в статистическом смысле средним по множеству гипотетических реализаций квадратом разности оценки прогнозирования и истинного (ненаблюдаемого) отсчета СП:  $\sigma_n^2 = \mathbf{M}\{(y_n - x_n)^2\}$ . Здесь  $\mathbf{M}$  – символ математического ожидания. Если рассматриваемый процесс  $X_t$  предварительно центрирован (его среднее значение равно нулю), то величина  $\sigma_n^2$  определяет дисперсию ошибки прогнозирования. Для нее выполняется соотношение  $\sigma_n^2 \geq 0$  с равенством нулю в вырожденном случае детерминированного процесса  $X_t$  и безошибочного прогноза  $y_n$ . Во всех других случаях имеем строгое неравенство  $\sigma_n^2 > 0$ . Очевидно, что наилучший или, как говорят, оптимальный прогноз характеризуется минимумом дисперсии ошибки прогнозирования.

Из математической статистики известно [8], что оптимальная в указанном смысле оценка прогнозирования определяется по формуле регрессии  $n$ -го (ненаблюдаемого) отсчета случайного процесса  $X_t$  относительно вектора его последовательных наблюдений:

$$y_n^* = \mathbf{M}\{x_n | x_0, \dots, x_{n-1}\}. \quad (1)$$

Аналитическое выражение функции регрессии определяется в каждом конкретном случае выбором модели формирования процесса  $X_t$ . В классе линейных стохастических моделей типа «авторегрессия» (АР-моделей) [9]

$$x_t = a_1 x_{t-1} + \dots + a_q x_{t-q} + \eta_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

фиксированного порядка  $q < \infty$  с порождающим «белым» шумом  $\{\eta_t\}$  на входе будем иметь линейную зависимость оценки прогнозирования

$$y_n = a_1 x_{n-1} + \dots + a_q x_{n-q} \quad (3)$$

того же порядка  $q$ , если  $q \leq n$ . Здесь  $a_1, \dots, a_q$  –  $q$ -вектор коэффициентов авторегрессии, которые не зависят от времени, т. е. являются постоянными величинами, если процесс  $X_t$  на всем интервале наблюдения  $t < n$  стационарен в широком смысле. Условия такой стационарности обеспечиваются на практике введением жестких ограничений на объем наблюдений  $n$ . Дисперсия ошибки прогнозирования  $\sigma_n^2$  равна в рассматриваемом случае дисперсии или средней мощности порождающего шума  $\sigma_\eta^2 = \mathbf{M}\{\eta_t^2\} = \text{const}$ . При дополнительном условии гауссовости процесса  $X_t$  этим достигается наивысшая или потенциально возможная точность прогнозирования [5]. Иными словами, в предположении о гауссовости и стационарности анализируемого процесса оптимальный прогноз по формуле (1) сводится к линейной зависимости (3).

Во всех других случаях, строго говоря, это не так. Тем не менее в практических вычислениях предпочтение чаще всего отдается именно линейной модели наблюдений (2), учитывая распространение гауссовых распределений в задачах экономического анализа [4, 9], универсальный характер АР-модели при соответствующем выборе ее параметров (коэффициентов  $a_1, \dots, a_q$  и порядка  $q$  [10]) и, наконец, высокие эксплуатационные свойства линейных моделей и оценок (3) в задачах статистического прогнозирования. Так, в частности, зависимость (3) легко преобразуется в рекуррентное выражение для оптимального прогноза на произвольное число шагов  $k+1$  в будущее вида [5]

$$y_{n+k} = a_1 y_{n+k-1} + \dots + a_k y_n + a_{k+1} x_{n-1} + \dots + a_q x_{n+k-q}, \quad (4)$$

где вместо ненаблюдаемых отсчетов  $x_n, \dots, x_{n+k-1}$  используются их предварительные оценки прогнозирования на меньшее число шагов до  $k$ -го включительно.

Таким образом, при оптимальном или в ряде случаев близком к оптимальному решению задачи прогнозирования в формулировке (1) выполняются следующие операции над данными наблюдений: а) определяется АР-модель наблюдений согласно выражению (2); б) с использованием ее параметров по формуле (3) рассчитывается прогноз случайного процесса  $X_t$  на один шаг; в) из выражения (4) по индукции при  $k=1, 2, \dots$  дается требуемый прогноз на произвольное число шагов в будущее.

В формальном отношении здесь все предельно ясно. Проблемы возникают в случае, когда априори отсутствуют достоверные сведения относительно параметров используемой АР-модели (2). Между тем именно этот случай наиболее характерен для практики. В указанной ситуации применяется адаптивный (байесовский) подход [7], при котором вместо неизвестных коэффициентов авторегрессии  $\{a_i\}$  в выражение (3) подставляются их текущие выборочные оценки, получаемые по имеющимся данным наблюдений  $x_0, \dots, x_{n-1}$  одним из известных методов [8]. В зависимости от точности таких оценок достигается более или менее высокая точность результирующих оценок прогнозирования (3), (4). Проблема состоит в том, что эта зависимость носит весьма своеобразный характер: в пересчете к результирующей ошибке прогнозирования погрешности оценивания АР-коэффициентов многократно усиливаются, особенно при большом порядке  $q \geq 10$  АР-моделей (2) сложных социально-экономических процессов [3]. Поэтому такие известные методы авторегрессионного анализа, как метод наименьших квадратов, метод Блэкмана – Тьюки и другие, весьма эффективные при иных обстоятельствах, применительно к задаче прогнозирования часто не обеспечивают приемлемых для практики результатов. Сделанный вывод строго обосновывается в законе «большого параметра» [7]: сфера применения адаптивного подхода в классической интерпретации ограничивается кругом задач, в которых отношение  $n/q \gg 1$ , т. е. при весьма больших объемах наблюдений. К сожалению, задачи экономического анализа в большинстве своем не отвечают данному требованию. Для них характерным является противоположный случай  $n/q \leq 10$  [4]. Во-первых, как указывалось выше, число используемых наблюдений ограничено конечной длиной интервалов стационарности социально-экономических процессов. И во-вторых, порядок АР-моделей (2) вынужденно устанавливается достаточно большим, чтобы учесть все основные действующие в реальных процессах закономерности [5]. В указан-

ных условиях необходим иной подход, принципиально нацеленный на обработку конечных массивов данных. И такой подход существует в информационной теории адаптивного спектрального оценивания случайных процессов и полей, построенной вокруг принципа минимакса энтропии наблюдений [11].

**Адаптивные методы спектрального оценивания.** Вернемся к исходному уравнению (2) и перепишем его в инверсном виде:

$$\eta_t = x_t - \sum_{i=1}^q a_i x_{t-i}, \quad t=1,2,\dots \quad (5)$$

Полученное уравнение можно рассматривать как линейное преобразование случайного процесса  $x_t$  в «белый» или независимый шум  $\{\eta_t\}$ . Преобразования такого рода называются «обелением» или декорреляцией случайных процессов [12]. Практической реализацией декорреляции служит линейный обеляющий фильтр. В контексте сказанного уравнение (5) описывает линиюмику трансверсального обеляющего фильтра  $q$ -го порядка с постоянными коэффициентами  $a_1, \dots, a_q$ . Задать такой фильтр – это значит задать его вектор весовых коэффициентов. С другой стороны, задавая обеляющий фильтр вполне определенной структуры (5), одновременно будем иметь соответствующий вариант прогноза (3). Поэтому задача прогнозирования случайного процесса  $X_t$  в первоначальной формулировке (1), (2) может быть сведена к эквивалентной задаче поиска оптимальной структуры обеляющего фильтра (5).

В условиях априорной неопределенности относительно истинных параметров АР-модели (2) искомый обеляющий фильтр должен быть выполнен в адаптивном варианте, предполагающем заданным алгоритм настройки его параметров  $a_1, \dots, a_q$  по имеющейся выборке наблюдений  $\{x_t\}$ . В основе таких алгоритмов применяются разнообразные методы стохастической аппроксимации [13]. Причем предпочтение отдается методам с улучшенными динамическими свойствами, ориентированным на обработку небольших массивов данных. Наиболее впечатляющие результаты в этом перспективном научном направлении достигнуты в области синтеза и анализа адаптивных методов нелинейного спектрального оценивания [10]. Разработанные здесь в рамках универсального тестово-информационного подхода методы авторегрессионного анализа, такие как методы линейного предсказания, максимальной энтропии, максимального правдоподобия и другие, используют обеляющий фильтр в качестве ключевого звена адаптивной обработки информации. По своим скоростным характеристикам они намного превосходят классический метод наименьших квадратов [14]. Благодаря такому обстоятельству, открываются реальные возможности для преодоления проблемы малых выборок наблюдений [15].

Изложенное можно проиллюстрировать известной задачей прогнозирования среднеевропейских оптовых цен на зерно на основе индекса Бевериджа [5]. Примененный самим Бевериджем рекурсивный метод наименьших квадратов (относится к числу довольно эффективных вычислительных процедур) обеспечил приемлемый результат при выборе порядка АР-модели (2) равным  $q = 38$  и объеме наблюдений  $n = 369 \approx 10q$ . Благодаря применению новых методов авторегрессионного анализа, удается снизить требования к объему или продолжительности наблюдений в несколько раз, о чем подроб-

но будет рассмотрено далее. Сделанные выводы в целом характерны для всего класса новых методов, но с одной существенной оговоркой: эти методы весьма чувствительны к априорным данным и ограничениям решаемых задач [11]. Поэтому в каждом конкретном случае применение новых методов авторегрессионного анализа нуждается в серьезном предварительном обосновании. Проблема переходит в качественно иную плоскость: для каждой конкретной решаемой задачи должен быть выбран наиболее подходящий метод из числа известных, конкурирующих друг с другом методов.

Задача в общем случае формулируется в терминах проверки статистических гипотез [8]: задав некоторый набор спектральных оценок или вариантов обеляющего фильтра (5) и, следовательно, вполне определенный набор адаптированных АР-моделей вида (2), требуется по данным ограниченных наблюдений над случайным процессом  $X_t$  определить его наилучшую модель, например, по критерию ее максимального правдоподобия. Нетрудно заметить, что эта задача по своей сути сводится к известной задаче обнаружения «разладки» случайного процесса, т. е. рассогласования его статистических характеристик по отношению к исходной стохастической модели [16]. При довольно общих допущениях относительно свойств рассматриваемых процессов и моделей такая задача была поставлена и решена в работе [17]. Отталкиваясь от разработанного в ней асимптотически оптимального алгоритма, можно утверждать, что наилучшей АР-модели вида (2) соответствует адаптивный обеляющий фильтр (5) с минимальным уровнем выборочной дисперсии декоррелированного процесса на выходе:

$$S_n^2 = \frac{1}{n-q} \sum_{t=q}^{n-1} \eta_t^2 \rightarrow \min. \quad (6)$$

Решающая статистика (6), взятая в логарифмическом масштабе  $\log S_n^2$ , с точностью до некоторой постоянной  $c = \text{const}$  определяет энтропию гауссовского случайного процесса, заданного своей АР-моделью конечного порядка  $q$  [10]. В соответствии с фундаментальным положением теории информации [18] при фиксированной дисперсии порождающего шума  $\sigma_\eta^2 = \text{const}$  гауссовский процесс имеет максимальную энтропию среди всех других процессов  $X_t$ , отвечающих той же модели наблюдений (2). Выбор конкретного вида модели по признаку минимума статистики (6) реализует в данном случае общесистемный принцип минимакса энтропии [11].

Полученный результат имеет ясное физическое объяснение. Величина  $S_n^2$  при любом фиксированном объеме наблюдений  $n$  определяет, как известно [8], несмещенную и состоятельную оценку дисперсии порождающего шума  $\sigma_\eta^2$  по выборке на выходе обеляющего фильтра (5). Последняя характеризует, как отмечалось выше, достигаемую точность статистической оценки прогнозирования (3). Естественное стремление к максимизации результирующей точности для каждого конкретного условия осуществляемого прогнозирования и предопределяет, по крайней мере, в асимптотике (случай  $n \rightarrow \infty$ ) выбор выражения (6) в качестве решающей статистики рассмотренной оптимизационной задачи.

**Пример практического применения.** Временной ряд или индекс Бевериджа описывает поведение среднеевропейских оптовых цен на зерно за период с 1501 по 1869 г. (369 отсчетов данных). Несмотря на столь отдален-

ное прошлое, этот ряд не потерял своей актуальности до наших дней, прежде всего, в качестве высокоинформативной тестовой последовательности или базы данных для проверки возможностей новых методов [19, 20]. В графическом виде эта последовательность изображена на рис. 1. Здесь по оси абсцисс отложено время с интервалом дискретизации  $T=1$  год, нулевая точка – начало отсчета; по оси ординат – значение индекса Бевериджа в относительных (безразмерных) единицах. Видно, что динамика рассматриваемого процесса вполне соответствует стохастическому типу [1]: флуктуации индекса Бевериджа относительно среднего уровня, соответствующего нулю по оси ординат, явно носят нерегулярный характер и поэтому не могут быть просто экстраполированы, т. е. продолжены в будущее. Достаточное полное представление о структуре и статистических свойствах такого процесса дает оценка его спектральной плотности мощности [19]

$$G_n(f) = \frac{TS_n^2}{\left| 1 - \sum_{i=1}^q a_i \exp(-j2\pi f iT) \right|^2}, \quad |f| \leq F, \quad (7)$$

основанная на АР-модели общего вида (2). Здесь  $f$  – циклическая частота размерностью 1/год;  $F = 1/(2T)$  – ее максимальное значение, равное одному циклу в два года применительно к ряду Бевериджа. Для согласования этой модели с имеющимися данными наблюдений (см. рис. 1) воспользуемся рекуррентной вычислительной процедурой Берга [10]:

$$\begin{cases} a_m(i) = a_{m-1}(i) + \rho_m a_{m-1}(m-i), & i=1, 2, \dots, m, \\ \rho_m = \frac{2 \sum_{t=m}^{n-1} \eta_{m-1}(t) v_{m-1}(t-1)}{\sum_{t=m}^{n-1} [\eta_{m-1}^2(t) + v_{m-1}^2(t-1)]}, \\ \eta_m(t) = \eta_{m-1}(t) - \rho_m v_{m-1}(t-1), \\ v_m(t) = v_{m-1}(t-1) - \rho_m \eta_{m-1}(t), & m=1, 2, \dots, q, \end{cases} \quad (8)$$

с инициализацией в виде равенств  $\eta_0(t) = v_0(t) = x_t$ ,  $t=0, 1, \dots, n-1$ .

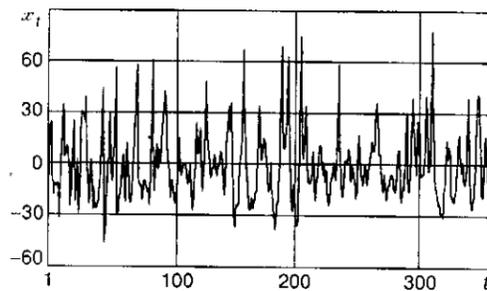


Рис. 1

Выражения (7) и (8) в совокупности определяют нелинейную спектральную оценку максимальной энтропии, адаптированную к ряду Бевеиджа фиксированного объема  $n$ . В процессе проведения исследования ее порядок  $q$  был установлен равным 50, а объем используемых наблюдений варьировался в интервале значений  $n = 69-369$ . Результаты вычислений, выполненных с применением современной компьютерной техники, иллюстрируются рядом графиков на следующих рисунках. На рис. 2 показаны два варианта спектральной оценки (7), отвечающие полному массиву данных объемом  $n = 369$  (а) и его конечному фрагменту  $x_{270}, \dots, x_{369}$  существенно меньшего объема  $n = 100$  (b). Из сравнительного сходства приведенных кривых следует важный вывод в отношении устойчивости вычислительной процедуры (8). Параметр адаптации  $n/q$  меняется здесь в широких пределах: от 7,4 в первом варианте до 2 во втором без существенных потерь в точности и разрешающей способности спектральной оценки. Отметим, что это типичный результат для всего класса новых методов авторегрессионного оценивания [21].

Еще один важный вывод из рис. 2 касается тонкой структуры временного ряда Бевеиджа. В его спектре мощности имеется 20 ярко выраженных пиков или локальных максимумов, отвечающих 20 циклическим составляющим в суммарном процессе  $X_t$ . Каждая из них может интерпретироваться как результат воздействия одного или нескольких факторов, влияющих на динамику рынка [19]. Одновременно этим обосновывается и выбор порядка АР-модели  $q = 50$  в вычислениях: его значение должно с запасом превышать удвоенное число упомянутых пиков в спектре (см. рис. 2), в противном случае неизбежны потери в достигаемой точности анализа.

С другой стороны, величина  $q$  ограничена сверху естественным требованием к оперативности обработки: чем меньше порядок модели (2), тем меньше объем массива данных, необходимый для ее уверенной настройки. Причем совсем не обязательно указанное ограничение приводит к ухудшению точности АР-оценок. Так, согласно строгому критерию (6), из двух рассмотренных выше вариантов спектральной оценки именно второй вариант является более предпочтительным несмотря на существенное (в 3,6 раза) сокращение используемого в нем объема наблюдений. Сделанный вывод наглядно отражен на приведенном графике (рис. 3) наилучшего прогноза на один шаг (штриховая линия), полученного по формуле (3) в текущем времени  $n = 1, 2, \dots$  и данного в сравнении с соответствующим фрагментом ряда Бевеиджа (непрерывная линия). Здесь точка начала координат совмещена с моментом взятия 350-го отсчета. Видно, что по своей структуре и динамике оба про-

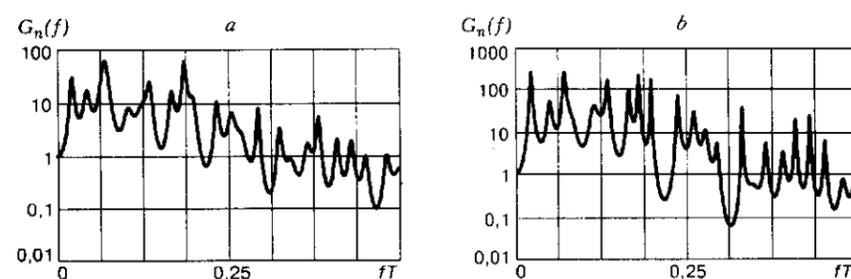


Рис. 2

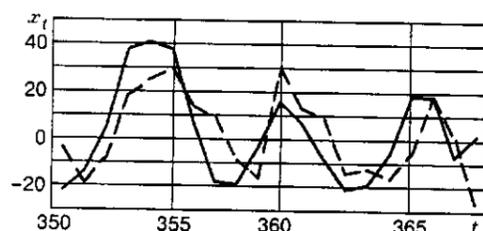


Рис. 3

цесса: исходный и прогнозируемый – практически не отличаются друг от друга. При этом даже самые резкие колебания в конъюнктуре исследуемого рынка достаточно четко представлены в рассмотренном варианте прогноза.

В отношении количественных характеристик достигаемой точности анализа интерес представляет рис. 4, на котором показаны графики верхней и нижней границы «конуса» прогнозов на период до 20 лет в будущее, выполненных для момента взятия последнего, 369-го отсчета из исходного ряда Бевеиджа (на рисунке соответствует точке  $t=20$ ). Центральная ось «конуса» (штриховая линия) отвечает наиболее вероятному прогнозу, вычисленному по общей формуле (4) при  $n=100$  и  $q=50$ . Его ширина по вертикали для каждого момента времени  $k \leq 20$  равна текущему значению среднеквадратичной ошибки прогнозирования  $S_n(k)$ , определяемой квадратным корнем от выборочной дисперсии ошибки. Последняя вычислялась по известной рекуррентной схеме [16]

$$S_n^2(k) = \sum_{i=1}^k a_q^2(i) S_n^2(k-i) + S_n^2, \quad k=1, 2, \dots,$$

при начальном условии  $S_n^2(0) = S_n^2$ . Здесь  $S_n^2$  – оценка дисперсии порождающего шума, полученная согласно определению (6). Представленные на рис. 4 графики хорошо иллюстрируют зависимость достигаемой точности прогноза от длины его интервала  $k$ . В диапазоне значений  $k \leq 10$  эта зависимость носит довольно гладкий характер. При  $k > 10$  ее характер качественно меняется в сторону резкого ухудшения результирующей точности. Пороговому значению  $k=10$  соответствует примерно десятилетний интервал достаточно надежных оценок прогнозирования. Отметим, что временной ряд Бевеиджа относится к числу наиболее труднопредсказуемых, шумоподобных процессов [5].

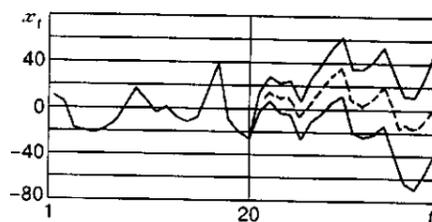


Рис. 4

**Заключение.** Есть своя логика, по-видимому, в том, что представленные выше новые, нетрадиционные методы авторегрессионного анализа уходят своими корнями в область адаптивных спектральных оценок. В соответствии с теоремой Винера – Хинчина спектральные оценки изначально выводятся из автокорреляционных характеристик случайных процессов [12]. Корреляционные свойства и их характеристики являются предметом исследования самостоятельного раздела современной теории вероятностей – корреляционного анализа. Последний образует, в свою очередь, методологическую базу для регрессионного анализа – другого актуального раздела теории вероятностей. Таким образом, между предметами и методами спектрального и регрессионного анализа существует тесная взаимосвязь в том смысле, что по сути это два разных подхода к одной проблеме: оцениванию корреляционных свойств и характеристик случайных процессов по конечным выборкам наблюдений. Отмеченная общность в решаемой проблеме проявляется в полной мере с позиций универсального теоретико-информационного подхода [18]: при любом варианте статистического анализа ставится и решается задача построения математической модели наблюдений, наиболее адекватной имеющимся данным. При этом адекватность модели понимается в смысле ее чувствительности к возможным изменениям в статистических свойствах случайного процесса, оцениваемым количеством информации в его строгом определении по Фишеру. Поэтому эффективность того или иного метода статистического анализа ставится в зависимость прежде всего от его информативности, т. е. способности чутко реагировать на неизбежные изменения в составе выборочных данных при изменении статистических характеристик наблюдаемого процесса. С точки зрения указанной информативности спектральные методы имеют очевидные преимущества перед методами классического регрессионного анализа. Косвенно это подтверждается их более развитым математическим аппаратом. Физическое объяснение сказанного кроется в самом механизме гармонического анализа, лежащем в основе спектрального подхода. Любые даже незначительные изменения корреляционных свойств случайных процессов могут быть существенно усилены и, следовательно, легко обнаружены в их спектральных представлениях за счет распределения конечной мощности случайного фона в широком диапазоне частот [16]. Это справедливо, в частности, в задачах экономического анализа, в которых упомянутые изменения проявляются чаще всего в довольно узких областях частотного спектра ввиду принципиальной инерционности действующих в экономике механизмов. Спектральные методы одновременно характеризуются и более информативным способом отображения полезной информации. Благодаря осуществляемому в них (иногда в неявном виде) разложению данных в гармонический ряд Фурье обеспечивается эффективное выделение из суммарного анализируемого процесса его отдельных циклических составляющих, несущих в себе ценную информацию о составе и взаимодействии основных экономических факторов [19]. Поэтому, говоря о перспективах предложенного подхода в экономической теории, к ряду приоритетных направлений исследований вслед за статистическими методами прогнозирования, безусловно, можно отнести задачу факторного анализа и связанную с ней общую задачу экономической диагностики. Именно в этих актуальных направлениях экономического анализа следует рассчитывать на наибольший эффект от применения адаптивных методов спектрального оценивания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розин Б. Б. Статистические модели в экономическом анализе, планировании и управлении. М.: Наука, 1991.
2. Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования. М.: Статистика, 1977.
3. Статистический анализ в экономике /Под ред. Г. Л. Громыко. М.: Изд-во МГУ, 1992.
4. Статистическое моделирование экономических процессов /Под ред. Б. Б. Розина. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1991.
5. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Наука, 1976.
6. Броуди М. Б. О статистическом рассуждении. М.: Статистика, 1968.
7. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. М.: Статистика, 1979.
8. Боровков А. А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.
9. Четыркин Е. М. Теория и практика статистического моделирования экономики. М.: Финансы и статистика, 1986.
10. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.
11. Савченко В. В. Адаптивные методы нелинейного спектрального оценивания на основе принципа минимакса энтропии: Дис. ... д-ра техн. наук. Н. Новгород: НГТУ, 1993.
12. Френкс Л. Теория сигналов. М.: Наука, 1973.
13. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Наука, 1968.
14. Акатьев Д. Ю., Костюнин А. Н. Цифровой экспресс-анализатор энергетического спектра // Автметрия. 1991. № 3. С. 86.
15. Савченко В. В. Рекуррентный метод параллельного спектрального анализа // Автоматика и телемеханика. 1988. № 10. С. 101.
16. Савченко В. В. Обнаружение и прогнозирование разладки случайного процесса на основе спектрального оценивания // Автметрия. 1996. № 2. С. 77.
17. Савченко В. В. Тестирование спектральных оценок по выборке // Автметрия. 1997. № 4. С. 107.
18. Кульбак С. Теория информации и статистика. М.: Наука, 1967.
19. Гренджер К., Катанака М. Спектральный анализ временных рядов в экономике. М.: Статистика, 1972.
20. Кендалл М. Временные ряды. М.: Финансы и статистика, 1981.
21. Пат. 1775679 Россия. Способ адаптивного спектрального анализа /В. В. Савченко, Д. Ю. Акатьев. Опубл. 15.11.92, Бюл. № 42.

*Поступила в редакцию 14 января 1998 г.*