

**РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ И АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ:  
НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

УДК 007 : 519.712.2

**И. Б. Гуревич, Ю. И. Журавлев, Ю. Г. Сметанин**  
(Москва)

**ДЕСКРИПТИВНЫЕ АЛГЕБРЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ:  
ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПРИМЕРЫ\***

Рассмотрены истоки, постановки и результаты первого этапа исследований, посвященных формированию алгебраического подхода к анализу и пониманию изображений на основе введенного нового класса алгебр изображений – дескриптивных алгебр изображений. В настоящее время под алгебрами изображений в широком смысле понимается некоторая математическая теория, предметом которой являются преобразование и анализ изображений в непрерывной и дискретной областях. Алгебраический формализм должен обеспечить реализацию следующих возможностей: 1) построение алгебраических структур, позволяющих использовать в обработке, анализе и распознавании изображений методы, заимствованные из других областей математики; 2) построение точных и компактных описаний изображений, удобных как с точки зрения интерпретации производимых действий, так и с точки зрения разработки новых методов; 3) создание языка для стандартного описания преобразований изображений; 4) описание операций над изображениями в виде компактных наборов простых преобразований. В общем случае подобный алгебраический формализм должен являться некоторой формальной системой для представления и преобразования изображений, удовлетворяющей следующим условиям: а) каждый объект преобразований является иерархической структурой, построенной с помощью операций алгебры изображений из элементарных объектов; б) в качестве объектов могут использоваться точки, множества, модели, операции, морфизмы; в) каждое преобразование является иерархической структурой, построенной с помощью операций алгебры изображений из набора базисных преобразований. Анализ требований к функциональным возможностям и математическим характеристикам искомой формальной системы показал, что она должна представлять собой некоторый класс алгебр изображений, позволяющий записать любой алгоритм преобразования изображения как комбинацию элементарных базисных операций. Возникнет новый класс алгебр изображений – дескриптивные алгебры изображений. Их алгебраическая специфика определяется тем, что элементами кольца являются и модели изображений, и операции над изображениями. В качестве операций могут использоваться как стандартные алгебраические операции, так и специализированные

\* Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 97-07-90334, № 98-07-90180, № 98-01500, № 96-15-96085, № 99-01-00470, № 99-01-00433).

.....

операции обработки и преобразования изображений, представленные в алгебраической форме. Установлено, что дескриптивные алгебры изображений обеспечивают возможность представления операций формирования и преобразования формальных описаний изображений и операций над преобразованиями в задачах обработки, анализа и распознавания изображений: приведения представления входной информации в соответствие с требованиями применяемых преобразований; синтеза унифицированных алгоритмических схем с учетом функциональных возможностей, области компетентности, математических свойств составляющих преобразований, а также характера входной и выходной информации. Рассмотрены предшествующие попытки алгебраизации обработки и анализа изображений и указаны источники, оказавшие влияние на введение нового класса алгебр изображений – дескриптивных алгебр изображений. Дано формальное определение дескриптивной алгебры изображений и представлены поясняющие примеры. Указаны содержательные цели разработки алгебраического подхода к анализу изображений. Намечены основные направления продолжения исследований и сформулированы ожидаемые результаты. Перечислены наиболее перспективные направления исследований в области анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений, и по каждому из них указаны проблемы, решение которых тесно связано с разработкой эффективного алгебраического формализма (в частности, дескриптивных алгебр изображений (обычных, супералгебр, градуированных)) либо невозможно без его использования.

**Введение.** В данной работе вводится новый класс алгебр изображений – дескриптивные алгебры изображений. Этот класс алгебр изображений является одним из последних результатов исследований, проводимых в течение ряда лет в лаборатории «Кибернетические методы в информатике» Научного совета по комплексной проблеме «Кибернетика» Российской академии наук [1–6] в области разработки математического аппарата для анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений.

Побудительным мотивом построения дескриптивной алгебры изображений явилась одна из классических задач анализа изображений – эффективное построение последовательности операций, обеспечивающей преобразование заданного изображения в некоторое искомое и обратно. Оказалось, что решение этой задачи в общем случае требует использования некоторой формальной системы для представления и преобразования изображений, удовлетворяющей следующим условиям: а) каждый объект преобразований является иерархической структурой, построенной с помощью операций алгебры изображений из элементарных объектов; б) в качестве объектов могут использоваться точки, множества, модели, операции, морфизмы; в) каждое преобразование является иерархической структурой, построенной с помощью операций алгебры изображений из набора базисных преобразований.

Анализ требований к функциональным возможностям и математическим характеристикам искомой формальной системы показал, что она должна представлять собой некоторый класс алгебр изображений, позволяющий записывать любой алгоритм преобразования изображения как комбинацию элементарных базисных операций. Таким образом, этот класс алгебр изображений должен покрывать как основные модели изображений – объектов анализа и распознавания, так и основные модели тех процедур преобразования, которые обеспечивают эффективный синтез и реализацию базовых процедур формального описания, обработки, анализа и распознавания изображений.

Итак, возникает новый класс алгебр изображений – дескриптивные алгебры изображений, алгебраическая специфика которых определяется тем,

что элементами кольца являются и модели изображений, и операции над изображениями. В качестве операций могут использоваться как стандартные алгебраические операции, так и специализированные операции обработки и преобразования изображений, представленные в алгебраической форме.

Определение и построение дескриптивной алгебры изображений основывается на специализации алгебраического подхода к решению задач распознавания образов, классификации и прогнозирования [7, 8] на случай представления информации в виде изображений и на дескриптивном подходе к распознаванию и анализу изображений [2, 3]. Одна из принципиальных особенностей алгебраического подхода – представление алгоритмов распознавания в виде алгебраических комбинаций над некоторым базисом алгоритмов. Другой необходимой предпосылкой является алгебраизация представлений входной информации алгоритмов, по своим возможностям сопоставимая с алгебраизацией представлений собственно алгоритмов в алгебраическом подходе.

Соответствие алгебраизации представлений алгоритмов и информации обеспечивается использованием методов дескриптивного подхода. Эти методы предназначены для решения задач, связанных с получением формальных описаний изображений как объектов анализа и распознавания и синтезом процедур их распознавания при помощи изучения внутреннего строения, структуры и содержания изображения как результата тех порождающих операций, при помощи которых изображение может быть построено из непроизводных элементов и объектов, выделяемых на изображении на различных этапах его анализа.

Это соответствие предполагает, что алгоритмы обработки и распознавания могут применяться лишь к изображениям, представленным в некоторой специальной форме, т. е. к изображениям, приведенным к виду, удобному для распознавания (ВУР):

а) допустимые формальные описания – ВУР-изображения – могут строиться в одном из следующих классов дескриптивных моделей: порождающие модели (символьные выражения); параметрические модели (наборы признаков); процедурные модели (совокупность параметрических моделей процедур, используемых для построения формализованных описаний и их частей);

б) в качестве элементов формальных описаний могут использоваться характеристики следующих типов: непроизводные элементы (пространственные объекты), признаки (числовые характеристики), дескрипторы (символьные конструкции);

в) методы построения формальных описаний изображений представляются в виде унифицированных функциональных алгоритмических схем, позволяющих стандартным образом приводить заданное изображение к ВУР;

г) задача анализа информации, заданной в виде изображения, рассматривается как композиция задачи приведения изображения к ВУР и задачи распознавания;

д) любая задача приведения изображения к ВУР допускает декомпозицию на последовательность непроизводных задач приведения изображения к ВУР.

При объединении двух подходов будет использован аппарат градуированной алгебры (супералгебры), т. е. алгебры, представляющей собой прямую сумму двух колец, из которых одно соответствует операциям над алгоритмами, а другое – операциям над моделями информации. Каждое из колец,

в свою очередь, также может быть представлено в виде суммы своих составляющих, что обеспечивает возможность введения иерархических представлений, при которых конкретный вид операций на каждом последующем уровне определяется результатами работы на предыдущем.

**1. Алгебраизация анализа изображений.** В настоящее время под алгебрами изображений в широком смысле понимается некоторая математическая теория, предметом которой являются преобразование и анализ изображений в непрерывной и дискретной областях. Обычно это неоднородная (многозначная) алгебра, включающая ряд множеств операндов и операций. Преобразования изображений, связанные с их обработкой, анализом, распознаванием и пониманием, включают не только операции над собственно изображениями, но и операции над значениями и величинами различных типов, характеризующими эти изображения. Это означает, что основными операндами алгебры изображений являются изображения и характеризующие их значения и величины. Такой состав операндов алгебры изображений отражает то реальное обстоятельство, что всякое изображение представляет собой совокупность некоторого набора точек и множества значений, сопоставленных с этими точками, т. е. изображения воспроизводят информацию двух типов – пространственные отношения точек и различные разновидности числовых и иных описательных характеристик, сопоставленных с точками.

Таким образом, алгебра изображений возникает на пересечении двух разделов математики: теории точечных множеств и алгебры числовых множеств [9].

Алгебраический формализм должен обеспечить реализацию следующих возможностей:

- построение алгебраических структур, позволяющих использовать в обработке, анализе и распознавании изображений методы, заимствованные из других областей математики;
- построение точных и компактных описаний изображений, удобных как с точки зрения интерпретации производимых действий, так и с точки зрения разработки новых методов;
- создание языка для стандартного описания преобразований изображений;
- описание операций над изображениями в виде компактных наборов простых преобразований;
- описание действий над изображениями как в машинно-независимой форме, так и в форме, адаптированной к конкретным архитектурам;
- повышение эффективности программной реализации за счет предварительного построения блоков программ, сопоставленных с алгебраическими конструкциями;
- установление связей между существующими языками программирования и известными алгоритмами обработки, анализа и распознавания изображений, иначе говоря, выбор языков программирования, наиболее эффективных для работы с соответствующими алгебраическими структурами.

Следует отметить, что идея создания некоей единой теории, охватывающей различные подходы и операции, используемые в обработке изображений и сигналов, имеет определенную историю, начатую работами фон Неймана и продолженную С. Ангером, М. Даффом, Г. Матероном, Ж. Серра, Г. Риттером и другими [9]. В значительной мере попытки создания формального аппарата, обеспечивающего единообразное и компактное представление процедур обработки и анализа изображений, инспирировались практи-

ческими потребностями эффективной реализации алгоритмических средств обработки и анализа изображений на ЭВМ со специализированными архитектурами, в частности клеточными и параллельными.

Работы фон Неймана по клеточным автоматам [10, 11] привели к появлению ЭВМ на матрицах с регулярной структурой. С. Ангер показал, что многие операции обработки и анализа изображений допускают параллельную реализацию на таких ЭВМ [12]. Позже на основе этих же работ в НАСА был создан процессор с полным параллелизмом операций, а М. Дафф разработал ЭВМ серии CLIP [13–15]. Появившиеся затем коннекционистские ЭВМ ("Thinking Machines Corporation") и пирамидальные ЭВМ представляли собой универсальные клеточные автоматы, снабженные дополнительными механизмами для обеспечения нелокальной передачи данных [16, 17].

Разработчики параллельных архитектур для обработки изображений считали, что обширные классы преобразований изображений поддаются описанию с помощью небольших наборов стандартных правил, порождающих соответствующие архитектуры. Многие операции, реализуемые на машинах с клеточными архитектурами, действительно можно было представить через элементарные операции. Последние послужили основой для построения формализма, обеспечивающего представление значительного числа алгоритмов обработки и анализа изображений. Этим формализмом явилась математическая морфология и арифметика, определенная на окрестностях пикселей.

Математическая морфология, развитая Г. Матероном и Ж. Серра [18, 19], стала отправной точкой новой математической волны в обработке и анализе изображений. Ж. Серра и С. Стернбергу [20] впервые удалось построить на основе математической морфологии целостную алгебраическую теорию обработки и анализа изображений. Считается [9], что именно С. Стернберг ввел термин «алгебра изображений» в общепринятом в настоящее время смысле. (Отметим, что У. Гренандер использовал это понятие еще в 1970-е годы, однако речь шла о другой алгебраической конструкции [21].) В рамках этого направления выполнено и продолжает выполняться множество работ, посвященных разработке специализированных алгебраических конструкций, реализующих или усовершенствующих методы математической морфологии.

Известна, однако, и ограниченность возможностей математической морфологии. В частности, ряд важных и широко используемых операций обработки изображений (выделение признаков на основе операции свертки, фурье-преобразования, использование цепного кода, выравнивание гистограммы, повороты, регистрация и очистка изображения от шума) за исключением простейших случаев реализуются с большим трудом либо вообще не поддаются реализации в классе морфологических операций. Невозможность построения универсальной алгебры для задач обработки изображений на основе морфологической алгебры изображений объясняется тем, что последняя базируется на теоретико-множественных операциях сложения и вычитания по Минковскому и не рассчитана на использование в линейной области и для преобразований между различными алгебраическими структурами, в частности множествами, включающими действительные и комплексные числа и векторные величины.

Источниками для разработки дескриптивной алгебры изображений послужили следующие научные направления, истоки которых уходят в 1970–80-е гг.:

– алгебраические методы в теории алгоритмов, направленные на построение эффективных процедур решения задач с неполностью формализованной и частично противоречивой информацией, а также задач дискретной оптимизации, для которых нет методов, не связанных с практически невыполнимым перебором вариантов (операции и алгебраические конструкции над алгоритмами) (Ю. И. Журавлев и его школа [4, 7, 8]);

– дескриптивный подход к анализу и пониманию изображений как специализация общего алгебраического подхода к решению задач распознавания, классификации и прогнозирования на случай представления исходных данных в виде изображений (приведение изображений к ВУР, стандартизация синтеза формальных описаний изображений, классы моделей изображений) [1–3];

– общая теория образов Гренандера (описание анализируемых объектов) [21, 22];

– расширенная алгебра изображений Риттера (перечень операций над изображениями) [9].

Алгебраический подход к распознаванию образов доказал свою эффективность и как универсальное средство описания и анализа алгоритмов, и как практический инструмент, дающий возможность выбора или построения наиболее эффективных алгоритмов в прикладных задачах. Для распространения алгебраической концепции распознавания на изображения с сохранением этих достоинств необходимо решить задачу построения унифицированной схемы описания изображений, соответствующей алгебраическому подходу. Основная трудность заключается в том, что для изображений нет естественного метода представления в виде набора признаков, используемого в классическом варианте задачи распознавания образов. Трудности, обусловленные этим обстоятельством, аналогичны тем, которые встречаются во многих областях математики при переходе от одномерного случая к многомерному. Они связаны с неупорядоченностью многомерных структур и сводятся к необходимости учета топологических характеристик изображений, т. е. использования аппарата топологической алгебры [22] для воспроизведения структуры и пространственно-семантических связей между отдельными признаками и фрагментами изображения.

Прямое обобщение на двумерный случай, т. е. переход от векторов к матрицам, вряд ли можно считать удачным решением: изображение является не единичным объектом типа матрицы или графа, а классом инвариантности таких объектов, причем группа преобразований, соответствующая этой инвариантности, не всегда известна. Определить такую группу в общем случае вряд ли возможно, поэтому возникает необходимость проведения множества машинных экспериментов для тестирования преобразований и построения эффективных средств синтеза представлений, инвариантных относительно выделенных допустимых преобразований.

Задачи построения описаний изображений для применения алгебраического аппарата распознавания формализованы в дескриптивном подходе к анализу изображений. В данной работе дескриптивный подход включен в общую алгебраическую схему с алгебрами над алгоритмами.

С другой стороны, разрабатываемая дескриптивная алгебра изображений является обобщением алгебраического подхода к распознаванию образов на случай работы с изображениями. Основное отличие от классического варианта заключается в том, что объектами алгебры являются, наряду с алгоритмами, также и описания входной информации.

Работы У. Гренандера – основа для создания наиболее общего алгебраического аппарата для работы с образами произвольной природы и их представления как алгебраических структур. Существенным практическим вкладом У. Гренандера следует считать объединение алгебраического аппарата с аппаратом марковских случайных процессов за счет определения вероятностных мер на произвольных алгебраических структурах. Основная идея, лежащая в основе теории Гренандера, заключается в том, что знания об образах можно выразить в терминах регулярных структур.

Основные цели общей теории образов формулируются как: а) построение представлений в терминах алгебраических структур (конфигурационные пространства, алгебры изображений, образы); б) анализ регулярных структур с точки зрения алгебры и статистической теории принятия решений.

В основу общей теории образов положены следующие принципы:

- структуры образованы из элементарных единиц, которые по большей части являются невидимыми (атомарность);
- элементы описаны в терминах образующих, которые в совокупности составляют пространство образующих с группой подобия;
- для построения сложных конфигураций и принятия решения о допустимости различных комбинаций применяются строго определенные правила (комбинаторность); правила описаны в терминах коннекторов, которые отражают топологию конфигураций и могут быть представлены решетками, деревьями, частично упорядоченными множествами и т. п.;
- для определения идентичности двух комбинаций применяются правила идентификации (наблюдаемость); эти правила описывают отношения между конфигурациями и наблюдаемыми величинами в идеальном случае;
- изображение есть класс эквивалентности на множестве конфигураций;
- предусмотрены дополнительные правила для описания механизма основных деформаций, включая деформации контраста и фона, неполноту данных, их неточность и т. д.

В качестве основы математической теории машинного зрения У. Гренандер предлагает следующие принципы машинного зрения как интерпретацию общей теории образов [23].

1. Система машинного зрения должна «знать, что именно она должна увидеть». Это означает, что она снабжается информацией о потенциально возможных сценах, а цели системы формулируются в явном виде и точно. Система должна также уметь работать с новыми сценами, информацией о которых она не располагает, и отказываться от принятия решений в сомнительных ситуациях.

2. Для различных типов сцен и различных датчиков видеoinформации стратегии анализа и представления должны быть специализированными. Задача построения универсальной системы машинного зрения бесперспективна.

3. Знания об ансамбле изображений представлены посредством логических структур с точностью, допускающей возможность машинной реализации. Эти представления должны быть: а) композиционными в том смысле, что сцены построены из геометрических объектов – порождающих элементов, которые соединяются согласно детерминированным или стохастическим правилам; б) трансформационными в том смысле, что сами порождающие элементы порождаются из прототипов (эталонов) при помощи преобразований.

4. Преобразования образуют группы, соединенные в каскад, началом которого являются преобразования малой размерности (обычно перенос, вращение и изменение масштаба), а завершением – диффеоморфизмы.

5. Появление эталонов в сцене имеет вероятностный характер. Деформации эталонов определяются другими вероятностными мерами на группах, которые дают оценки вероятности различных преобразований эталонов.

6. Механизм  $T$ , отображающий сцену в видеoinформацию, должен быть определен в явном виде.

7.  $T$ -преобразования должны контролироваться системой, что позволит ей выделять детали сцены, изменять ориентацию датчиков и менять фокусное расстояние.

8. Управление  $T$ -преобразованиями осуществляется с помощью некоторой функции внимания, приписывающей различные веса различным фрагментам наблюдаемого изображения. Эта функция обеспечивает формализацию цели зрительного процесса.

9. Саккадический поиск должен контролироваться ковариантами относительно групп нижнего уровня. Он обеспечивает подбор возможных кандидатов для образующих элементов реальной сцены.

10. Для некоторого механизма  $T$  понимание сцены должно обеспечиваться некоторым механизмом вывода, осуществляющим выбор подходящих образующих и элементов из групп, деформирующих соответствующие образующие. В таком случае локальные решения будут приниматься последовательно на основе формирования и принятия либо отклонения гипотез. Выбор может иметь детерминированный или случайный характер. Результатом анализа сцены будет являться некоторое ее структурное описание, допускающее его использование в процессе принятия решения.

11. Саккадический поиск должен обеспечивать сведение задач глобального вывода к локальным. В процессе этого поиска определяются грубые оценки правильности выбора групповых элементов. Уточнение оценок будет проводиться при помощи локальных групповых операций, реализующих диффеоморфные деформации.

12. Выбор фрагментов изображения для анализа должен осуществляться в последовательном режиме с помощью функции внимания.

Расширенная (стандартная) алгебра изображений Риттера [9] имеет более узкую прикладную направленность; ее цель – обобщить известные локальные методы анализа изображений, в частности математическую морфологию, для расширения их возможностей и устранения узких мест. Она является естественным обобщением математической морфологии. Использование алгебраических структур более широкого класса, чем в математической морфологии, дает возможность менее громоздкой и более естественной реализации таких операций, как поворот изображения, изменение масштаба, свертка, преобразование Фурье, а также позволяет работать с изображениями, принимающими значения разных типов (например, целые и действительные числа).

Стандартная алгебра изображений объединяет алгоритмы линейной алгебры и математической морфологии и порождает более сложные структуры, частным случаем которых являются морфологические алгоритмы. Исходный пункт обобщения – использование вместо морфологического структурирующего элемента более общего понятия – обобщенного темплейта, т. е. фактически переход от окрестностей, на которых вычисляются операторы, к множествам более общей природы и замена базовых операций математиче-



ской морфологии тремя новыми операциями: обобщенной сверткой, аддитивным максимумом и мультипликативным максимумом. В рамках стандартной алгебры получены разложения по этому базису основных распространенных операций над изображениями, в том числе и для случаев, когда выход зависит не только от входного изображения, но и от дополнительных параметров.

Основным узким местом при применении методов алгебры изображений в распознавании изображений является выбор последовательности алгебраических операций и темплейтов. Эта задача может быть сформулирована как задача оптимизации. В настоящее время выбор осуществляется, как правило, на основе общих представлений о характере изображений и задач. Недостатки такого подхода очевидны: во-первых, он субъективен и успех его в значительной мере зависит от опыта разработчика, во-вторых, предназначен для решения строго определенного узкого класса задач.

Поскольку алгебра изображений не просто обобщает математическую морфологию и линейную алгебру, но и является структурой более широкой и удобной, язык алгебры изображений допускает как реализацию уже известных алгоритмов, так и создание новых. На базе алгебры изображений возможно создание языка высокого уровня для анализа изображений, использующего операции и операнды стандартной алгебры изображений. Кроме того, алгебра изображений допускает расширение своей структуры путем введения новых операций, что делает возможным ее применение в тех случаях, когда с помощью морфологии и линейной алгебры не удается добиться удовлетворительного результата.

Дальнейшее продвижение в области алгебраизации обработки, анализа и понимания изображений связано с объединением рассмотренных подходов в рамках общих алгебраических структур. На основе этого объединения сформулирован общий подход, обеспечивающий возможности адаптации известных алгебраических методов анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений, к специфике прикладных задач.

**2. Определение дескриптивной алгебры изображений.** *Определение 1.* Пусть задан класс эквивалентных изображений. Моделью изображения называется произвольный элемент этого класса.

Выбор модели должен осуществляться в конкретных ситуациях с учетом специфики решаемых задач. При этом необходимо найти наилучший баланс между сложностью модели и полнотой представления информации, важной для данной прикладной задачи.

*Определение 2.* Алгебра есть векторное пространство с умножением элементов, удовлетворяющим условиям линейности и дистрибутивности.

Таким образом, для определения алгебры необходимо задать:

Поле  $F$ :

$$\begin{aligned} \forall \alpha, \beta \in F \exists! (\alpha + \beta) \in F, \\ \alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma, \\ \alpha + \beta = \beta + \alpha, \\ \exists 0 \in F, \forall \alpha \in F, \alpha + 0 = \alpha, \\ \forall \alpha \in F \exists (-\alpha), \alpha + (-\alpha) = 0; \\ \forall \alpha, \beta \in F \exists! (\alpha\beta) \in F, \\ \alpha(\beta\gamma) = (\alpha\beta)\gamma, \\ \alpha\beta = \beta\alpha, \\ \exists 1 \in F, \forall \alpha \in F, 1\alpha = \alpha, \end{aligned}$$

$$\forall \alpha \in F \exists (\alpha^{-1}), \alpha(\alpha^{-1})=1;$$

$$\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma.$$

Кольцо  $R$ :

$$\forall a, b \in R \exists (a + b) \in R,$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c,$$

$$a + b = b + a,$$

$$\exists 0 \in R, \forall a \in R, a + 0 = a,$$

$$\forall a \in R \exists (-a), a + (-a) = 0;$$

$$\forall a, b \in F \exists (ab) \in R,$$

$$a(bc) = (ab)c.$$

Закон умножения:

$$(\alpha a + \beta b)c = \alpha ac + \beta bc.$$

Элементами кольца могут являться как операции над изображениями, так и модели изображений. Для работы с разнородными элементами необходимо использовать механизм супералгебры.

**Определение 3.** Алгебра  $A$  называется супералгеброй (или  $Z_2$ -градуированной алгеброй), если она является прямой суммой двух колец:  $A = A_0 \oplus A_1$ , причем для умножения элементов из разных колец выполняется условие  $A_i A_j \subseteq A_{i+j \pmod{2}}$ .

Использование супералгебр дает возможность применять алгебраические операции одновременно и к изображениям, и к алгоритмам их обработки и анализа. Основные варианты дескриптивной алгебры изображений приведены в таблице. Варианты 1 и 2 соответствуют алгебрам алгоритмов, варианты 3 и 4 – алгебрам изображений.

Выбор конкретных колец определяет вид дескриптивной алгебры. Для иллюстрации приведем несколько примеров. Примеры 1 и 2 показывают, как распространенные операции могут быть описаны на алгебраическом языке.

**Пример 1.** Алгебра алгоритмов.

$I$  – изображение;

$F$  – поле вещественных чисел;

элементы кольца  $R$  – операции алгебры изображений (например, морфологических или из алгебры Риттера):

$$r_1, r_2 \in R = \{\wedge, \vee, \oplus, \otimes, \dots\},$$

операции в кольце  $R$   $\{+, \cdot\}$ :

$$(\alpha r_1 + \beta r_2)(I) = \alpha r_1(I) + \beta r_2(I),$$

$$r_1 r_2(I) = r_1(I) r_2(I).$$

Эта дескриптивная алгебра является аналогом алгебры алгоритмов распознавания. Под суммой и произведением алгоритмов понимаются поточеч-

Примеры дескриптивных алгебр изображений

№ п/п	Элементы кольца	Операции кольца
1	Операции алгебры изображений	Стандартные алгебраические операции
2	Стандартные алгебраические операции	Операции алгебры изображений
3	Модели изображений	Операции алгебры изображений
4	Модели изображений	Стандартные алгебраические операции

ная сумма и поточечное произведение результатов их применения к изображению. В качестве элементов кольца можно выбирать как операции, строящие для изображений некоторые числовые оценки их характеристик, так и операции, переводящие изображения в другие изображения.

В первом случае эта алгебра является удобным инструментом для представления алгоритмов в виде композиции алгоритмов из заданного базиса с заданными операциями над ними. Условия полноты базиса, т. е. возможности построения такой композиции, установлены в [8].

Во втором случае алгебру можно рассматривать как аппарат для построения преобразований изображений. Задача ставится следующим образом. Пусть заданы входное изображение  $I$  и модель  $T$ . Требуется описать последовательность операций, переводящих  $I$  в  $T$ . Принцип такого построения поясняет следующий пример.

**Пример 1-1.** Дескриптивная алгебра 1.

Пусть  $I$  – входное изображение;  $r$  – морфологическая операция эрозии или дилатации (в зависимости от того, внутреннюю или внешнюю границу мы хотим получить) с фиксированным структурирующим элементом; символ «+» соответствует сложению по модулю 2. Тогда выходное изображение  $I' = r(I) + I$  соответствует границе объектов.

Если в качестве  $r$  взять операцию алгебры Риттера, изменяющую значение пиксела при некоторых дополнительных условиях, более сложных, чем в эрозии и дилатации, можно выделять участки границы, удовлетворяющие этим условиям.

*Замечание.* Приведенный пример показывает преимущество алгебры изображений Риттера перед стандартной математической морфологией. В последней одна и та же локальная операция с одним и тем же структурирующим элементом применяется ко всем пикселям изображения, в то время как в первой имеется возможность варьировать темплейты и таким образом реализовывать разные локальные операции для разных пикселей. В сочетании с возможностью получать на выходе объекты из произвольного числового поля это обеспечивает выполнение условий полноты алгебраического замыкания в [7].

В некотором смысле двойственная ситуация возникает, если поменять местами стандартные алгебраические операции и операции алгебры изображений, т. е. к результатам действия отдельных алгоритмов типа наложения изображений применить операции алгебры изображений. Соответствующая дескриптивная алгебра в наиболее простом варианте описана в следующем примере.

**Пример 2.** Дескриптивная алгебра 2.

$I$  – изображение;

$F$  – поле вещественных чисел;

элементы кольца  $R$  – операции стандартной алгебры  $(+, \cdot)$ , применяемые к изображениям:

$r_1, r_2 \in R = \{+, \cdot\}$ ;

$r_i(I)$  соответствует выполнению стандартной алгебраической операции над парой  $(I, T_i)$ , где  $T_i$  – некоторый фиксированный объект (эталон, модель);

операции в кольце  $\{\wedge, \vee, \text{или } \oplus, \otimes, \dots\}$ ;

$(\alpha r_1 + \beta r_2)(I) = \alpha r_1(I) \oplus \beta r_2(I)$ ;

$r_1 r_2(I) = r_1(I) \otimes r_2(I)$ .

Простым примером применения такой алгебры является реализация операций алгебры Риттера или математической морфологии на разностных

изображениях и их обобщениях. В частности, для нахождения разностного изображения выполняется операция  $r_1(I)$ ,  $T = I$ .

Примеры 3 и 4 описывают дескриптивные алгебры, работающие одновременно с алгоритмами и моделями. В этом случае алгебраические операции применяются как к операциям над изображениями или их моделями, так и к самим моделям. Под произведением операций понимается их последовательное выполнение (пример 3 представляет случай, когда результатом применения операции к изображению является некоторое новое изображение) либо произведение результатов операций (пример 4 представляет случай, когда результатом применения операции к изображению является оценка). Под произведением моделей понимается преобразование, переводящее одну модель в другую. Произведение элементов из разных колец является некоммутативным: в одном случае преобразование применяется к модели, в другом – определяется модель преобразованного изображения.

В этих примерах необходимо различать операции, являющиеся элементами алгебры, и операции над элементами.

**Пример 3.**  $Z_2$ -дескриптивная алгебра 1.

$I$  – изображение;  
 $F$  – поле вещественных чисел;  
 $R_0$  – кольцо операций алгебры изображений:  
 $r_0, r_2 \in R_0 = \{\wedge, \vee, \oplus, \otimes, \dots\}$ ,  
 $r_0(I) = I$ ,  
операции в кольце  $\{+, \cdot\}$ ;  
 $R_1$  – кольцо моделей объектов:  
 $r_1, r_3 \in R_1 = \{m_1, m_2, \dots\}$ ,  
 $r_1(I) = m_1$ ,  
операции в кольце  $\{+, \cdot\}$ ;  
 $(\alpha r_i + \beta r_j)(I) = \alpha r_i(I) + \beta r_j(I)$ ;  
закон умножения элементов:  
 $r_0 r_2 \in R_0$ ,  $r_0 r_2(I) = r_0(r_2(I)) = r_{02}(I)$  (последовательное выполнение операций алгебры изображений);  
 $r_0 r_1 \in R_1$ ,  $r_0 r_1(I) = r_0(r_1(I)) = r_0(m_1) = m_{01}(I)$  (применение операции алгебры изображений к модели изображения);  
 $r_1 r_0 \in R_1$ ,  $r_1 r_0(I) = r_1(r_0(I)) = r_1(I) = m_{10}(I)$  (определение модели, соответствующей преобразованному изображению  $I'$ );  
 $r_1 r_3 \in R_0$ ,  $r_1 r_3(I) = m_1 m_3(I) = r_{13}(I)$ , где  $r_{13}: m_1 \rightarrow m_3$  (определение операции алгебры изображений, переводящей модель  $m_1$  в модель  $m_3$ ).

**Пример 4.**  $Z_2$ -дескриптивная алгебра 2. Отличие от примера 3 заключается в том, что элементы кольца  $R_1$  строят не модели, которые сами подобны изображениям, а оценки типа числовых характеристик изображения.

$I$  – изображение;  
 $F$  – поле вещественных чисел;  
 $R_0$  – кольцо алгоритмов построения оценок изображений:  
 $r_0, r_2 \in R_0 = \{A_1(I), A_2(I), \dots\}$ ,  
 $r_0(I) = f_0(I) \in R_1$ ,  
операции в кольце  $\{+, \cdot\}$ ;  
 $R_1$  – кольцо оценок объектов:  
 $r_1, r_3 \in R_1 = \{f_1, f_2, \dots\}$ ,  
 $r_1(I) = f_1$ ,  
операции в кольце  $\{+, \cdot\}$ ;  
 $(\alpha r_i + \beta r_j)(I) = \alpha r_i(I) + \beta r_j(I)$ ;

закон умножения элементов:

$r_0 r_2 \in R_0$ ,  $r_0 r_2(I) = r_0(I) r_2(I) = f_0(I) f_2(I) = r_{02}(I)$  (произведение результатов применения алгоритмов  $A_0$  и  $A_2$ ),

$r_0 r_1 \in R_1$ ,  $r_0 r_1(I) = r_0(r_1(I)) = r_0(m_1) = m_{01}(I)$  (применение алгоритма  $A_0$  к оценке изображения  $I$ , полученной ранее),

$r_1 r_0 \in R_1$ ,  $r_1 r_0(I) = r_1(r_0(I)) = r_1(I) = m_{10}(I)$  (определение оценки от оценки),

$r_1 r_3 \in R_0$ ,  $r_1 r_3(I) = f_1(I) f_3(I) = r_{13}(I)$ , где  $r_{13}: m_1 \rightarrow m_3$  (определение алгоритма, соответствующего преобразованию оценок).

Можно строить подобные и более сложные примеры  $Z_2$ -градуированных алгебр, используя кольца операций над темплейтами, темплейтами и изображениями и т. д. В конкретных случаях элементы колец и операции следует выбирать с учетом семантики и структуры решаемой задачи и характера анализируемой информации.

Одним из более сложных примеров является иерархическая модель, основанная на градуированной алгебре. Под градуированной алгеброй понимается алгебра  $A$ , которая представима в виде прямой суммы подпространств  $A = \bigoplus_n A_n$  таким образом, что  $A_n A_m \subseteq A_{n+m}$ ,  $n, m \in \{0, 1, \dots, p-1\}$ .

В случае если сумма  $\bigoplus_n$  включает конечное число слагаемых, последнее равенство понимается по модулю  $P$ . Градуированная алгебра с бесконечным числом подпространств является  $Z_2$ -градуированной алгеброй: слагаемые с четным номером составляют четное подпространство, а слагаемые с нечетным номером – нечетное подпространство; то же относится и к градуированной алгебре с четным числом подпространств. Следовательно, в этом случае применимы все результаты, относящиеся к  $Z_2$ -алгебрам. Градуированные алгебры являются инструментом для анализа операций и представлений на разных уровнях абстракции, при разных уровнях операций и т. п. Приведенный ниже пример поясняет принцип построения градуированных алгебр с конечным числом подпространств.

**Пример 5.** Дескриптивная градуированная алгебра  $A = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$  (здесь  $P = 4$ ):

$$A_0 = \{r_1^0, r_2^0, \dots\},$$

$$A_1 = \{r_1^1, r_2^1, \dots\},$$

$$A_2 = \{r_1^2, r_2^2, \dots\},$$

$$A_3 = \{r_1^3, r_2^3, \dots\},$$

$$r_1^0 r_2^0 \in R_0, \quad r_1^0 r_2^0(I) = r_1^0(r_2^0(I)) = r_{12}^0(I),$$

$$r_1^0 r_1^1 \in R_1, \quad r_1^0 r_1^1(I) = r_1^0(r_1^1(I)) = r^0(m_1^1) = m_{01}^1(I),$$

$$r_1^0 r_1^2 \in R_2, \quad r_1^0 r_1^2(I) = r_1^0(r_1^2(I)) = r_{11}^2(I),$$

$$r_1^0 r_1^3 \in R_3, \quad r_1^0 r_1^3(I) = r_1^0(r_1^3(I)) = r_1^0(m_1^3) = m_{11}^3(I),$$

$$r_1^1 r_1^0 \in R_1, \quad r_1^1 r_1^0(I) = r_1^1(r_1^0(I)) = r_1^1(I_{(0)}) = m_{11}^1(I),$$

$$r_1^1 r_2^1 \in R_2, \quad r_1^1 r_2^1(I) = m_1^1 m_2^1(I) = r_{12}^2(I) \quad (r_{12}^2: m_1^1 \rightarrow m_2^1),$$

$$r_1^1 r_1^2 \in R_3, \quad r_1^1 r_1^2(I) = r_1^1(r_1^2(I)) = r_1^1(I_{(2)}) = m_{11}^3(I),$$

$$r_1^1 r_1^3 \in R_0, \quad r_1^1 r_1^3(I) = m_1^1 m_1^3(I) = r_{11}^0(I) \quad (r_{11}^0: m_1^1 \rightarrow m_1^3),$$

$$r_1^2 r_1^0 \in R_2, \quad r_1^2 r_1^0(I) = r_1^2(r_1^0(I)) = r_{11}^2(I),$$

$$r_1^2 r_1^1 \in R_3, \quad r_1^2 r_1^1(I) = r_1^2(r_1^1(I)) = r_1^2(m_1^1) = m_{11}^3(I),$$

$$r_1^2 r_2^2 \in R_0, \quad r_1^2 r_2^2(I) = r_1^2(r_2^2(I)) = r_{12}^0(I),$$

$$\begin{aligned}
r_1^2 r_1^3 &\in R_1, & r_1^2 r_1^3(I) &= r_1^2(r_1^3(I)) = r_1^2(m_1^3) = m_{11}^1(I), \\
r_1^3 r_1^0 &\in R_3, & r_1^3 r_1^0(I) &= r_1^3(r_1^0(I)) = r_1^3(I_{(0)}) = m_{11}^3(I), \\
r_1^3 r_1^1 &\in R_0, & r_1^3 r_1^1(I) &= m_1^3 m_1^1(I) = r_{11}^0(I) \quad (r_{11}^0: m_1^3 \rightarrow m_1^1), \\
r_1^3 r_1^2 &\in R_1, & r_1^3 r_1^2(I) &= r_1^3(r_1^2(I)) = r_1^3(I_{(2)}) = m_{11}^1(I), \\
r_1^3 r_2^3 &\in R_2, & r_1^3 r_2^3(I) &= m_1^3 m_2^3(I) = r_{12}^2(I) \quad (r_{12}^2: m_1^3 \rightarrow m_2^3).
\end{aligned}$$

Здесь верхний индекс соответствует номеру кольца.

Интерпретация этих операций аналогична интерпретации операций в примерах 3 и 4. Следует обратить особое внимание на индексы колец, которым принадлежат операции, определяемые парами моделей ( $r_1^1 r_2^1$ ,  $r_1^1 r_1^3$ ,  $r_1^3 r_1^1$  и  $r_1^3 r_2^3$ ).

Для иллюстрации возможностей этой алгебры рассмотрим пример, где входными изображениями являются проекции объекта, по которым требуется принять решение о его принадлежности заданным классам. Для распознавания используются алгоритмы преобразования проекций, построения частичных оценок и на их основе полной оценки.

Пусть кольцо  $A_0$  соответствует операциям алгебры изображений, строящим преобразования входных изображений в некоторые модели, кольцо  $A_2$  – алгоритмам, преобразующим изображения в некоторые векторные оценки, кольцо  $A_1$  – моделям объектов, а кольцо  $A_3$  – числовым оценкам. Тогда полученная алгебра описывает процессы иерархической обработки, в которую включены операции: а) приведения изображений (проекций) к виду, удобному для дальнейшей обработки ( $A_0$ ); б) построения композиций входных проекций с помощью алгебраических операций ( $A_1$ ); в) построения векторных оценок ( $A_2$ ) отдельных проекций; г) преобразования этих оценок с целью получения простых числовых оценок ( $A_3$ ) для всей имеющейся информации.

Конкретные операции в отдельных кольцах в этом случае соответствуют примерам 3 и 4.

**3. Цели алгебраического подхода.** Предложенный унифицированный дескриптивный алгебраический подход предназначен для решения таких задач, как построение описаний изображений для их обработки и распознавания, адаптация алгоритмов обработки к специфике конкретных прикладных задач, навигация в базах данных и базах знаний, поддерживающих обработку и анализ изображений. Он является эффективным средством перехода от информации в виде изображений к количественному описанию в виде набора признаков, что обеспечивает естественность объединения с алгебраическим аппаратом распознавания образов. При этом многие методы локального анализа изображений (например, аппарат математической морфологии) и стохастические методы анализа (например, аппарат марковских процессов) включаются в новый подход в качестве частного случая. Описание изображений на алгебраическом языке дает возможность объединить представления, применяемые в алгоритмах распознавания, с представлениями, используемыми в математическом моделировании в тех прикладных областях, к которым относятся обрабатываемые изображения. Следует отметить также, что алгебраические описания удобны для распараллеливания и построения унифицированных описаний прикладных систем с целью автоматизации их разработки, сопровождения и модификации.

Алгебраизация анализа изображений связана также со структуризацией и унификацией задач, возникающих при разработке обучающихся систем,

способных самостоятельно настраиваться на изменение задач и входной информации.

Принципиальное отличие от распространенных подходов к анализу изображений, в том числе и основанных на использовании интеллектуальных и обучающихся систем, заключается в наличии следующих возможностей:

- регуляризация и автоматизация построения формальных описаний изображений из небольшого набора базисных неприводимых элементов описаний с помощью алгебраических операций;
- обучение на основе выделенного набора с помощью расширенного класса вычислительных операций, реализующих алгебру над объектами распознавания;
- формализованная постановка задач оптимизации процедур построения моделей изображений в терминах получения представлений, наиболее удобных для решаемой задачи;
- построение и использование иерархической классификации алгоритмов обработки, анализа и распознавания изображений;
- регуляризация и автоматизация построения процедур навигации в базах данных изображений.

**4. Дальнейшие исследования. Фундаментальные и прикладные задачи.** В разд. 2 были определены дескриптивные алгебры изображений, в том числе супералгебры и градуированная алгебра.

Функциональные требования к дескриптивным алгебрам изображений определяют следующие задачи прикладных исследований:

- построение универсальных алгебраических представлений изображений, включая описания в теоретико-групповых терминах;
- реализация и исследование методов, основанных на концепции вероятностных мер на конкретных универсальных алгебраических структурах и обобщающих методы скрытых марковских полей; новые методы позволят реализовать новые обучающиеся системы типа нейронных сетей с операциями из универсальных алгебр;
- разработка алгебраических методов для систем автоматического анализа и распознавания изображений; формализация перехода от представления информации в виде изображений к символьному описанию (модели, структуры, многоуровневые наборы элементов формальных описаний изображений);
- разработка методики анализа соотношения между возможностями, предоставляемыми конкретными разновидностями дескриптивных алгебр в прикладных задачах, и эффективностью их реализации;
- разработка алгебраического языка для поиска в базах данных и его адаптация к поиску в базах знаний;
- классификация алгоритмов обработки, анализа и распознавания изображений с целью организации хранения алгоритмов в базах знаний и построения стандартных алгоритмических схем синтеза описаний и анализа изображений;
- реализация многоуровневых схем анализа, в том числе и таких, которые включают обратные связи, с помощью обобщенных версий рекурсивной морфологии;
- построение обучающихся коннекционистских систем с расширенным классом операций;

– постановка и решение задач оптимизации, встречающихся в анализе и распознавании изображений.

Достижение перечисленных целей требует разрешения следующих общих проблем:

– адаптация общей теории образов Гренандера к задачам анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений, и ее объединение с другими алгебраическими подходами к анализу изображений;

– разработка конкретных алгебраических методов, удобных для реализации в автоматизированных системах обработки, анализа и распознавания изображений;

– разработка методик анализа и получение соотношений между возможностями разных видов алгебр изображений, эффективностью их реализации и качеством решения прикладных задач (подобные методики требуются для определения наиболее простых алгебраических структур, адекватных классам прикладных задач).

Результаты указанных исследований обеспечат продвижение в следующих разделах и задачах анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений:

#### 1. Предварительная обработка и построение описаний изображений:

предварительная обработка изображений с целью выделения элементов описаний или построения промежуточных представлений с помощью обобщенных вариантов морфологии; обобщения связаны с использованием рекурсивной морфологии, реализованной в рамках стандартной алгебры изображений, и применением обучающихся методов отбора морфологических операций и структурирующих элементов;

построение унифицированных описаний изображений в терминах общей теории образов Гренандера и ее «сужение» на класс изображений.

#### 2. Организация баз знаний:

выбор структур хранения изображений, описанных при помощи дескриптивных алгебр и супералгебр изображений, для использования в базах данных и базах знаний, ориентированных на обработку, анализ и понимание изображений;

создание унифицированного алгебраического языка для поиска в базах данных изображений; адаптация этого языка к работе с алгоритмическими базами знаний об изображениях;

автоматизация навигации в базах данных изображений и базах знаний, ориентированных на обработку, анализ и понимание изображений;

классификация алгоритмов обработки и анализа изображений для организации их хранения в базах данных и базах знаний, ориентированных на обработку, анализ и понимание изображений.

#### 3. Распознавание изображений:

коррекция и оптимизация известных алгоритмов распознавания изображений за счет использования в них алгебраических описаний информации;

построение функциональной классификации алгоритмов обработки, анализа и распознавания изображений, позволяющей оценивать качество работы новых алгоритмов;

реализация многоуровневых схем анализа (в том числе со структурой графов с обратными связями) с использованием обобщений аппарата рекурсивной морфологии; разработка обучающихся систем, работающих с представлениями на разных уровнях абстракции;



разработка обучающихся коннекционистских систем с расширенным набором операций;

формализация задач оптимизации, возникающих в обработке, анализе и распознавании изображений и считавшихся до сих пор чисто эвристическими.

Необходимым условием дальнейшего продвижения по перечисленным функциональным направлениям исследований, посвященных построению алгебраического формализма обработки, анализа и распознавания изображений, является решение следующих фундаментальных задач: а) исследование полноты конкретных структур дескриптивной алгебры изображений; б) разработка методов построения стандартизированных алгоритмических схем для классов задач обработки, анализа и распознавания изображений в терминах алгебр над базовыми алгоритмами; в) построение семантической структурной классификации алгоритмов обработки, анализа и распознавания изображений в терминах их алгебраических представлений.

**Заключение.** Изображение по своей природе является объектом со сложной информационной структурой, воспроизводящей информацию об исходной сцене с помощью значений яркости дискретных элементов изображения (пикселей), конфигурации фрагментов изображения, множеств пикселей и пространственных и логических отношений между конфигурациями, множествами и отдельными пикселями.

Основные трудности, возникающие при обработке изображений алгоритмическими средствами, порождаются необходимостью преобразования двумерного объекта в символьную форму без потери структуры, передающей семантическую информацию изображения, значительной вычислительной сложностью последовательных процедур, используемых для построения описаний и реализации преобразований изображений.

Алгебраический аппарат позволяет выразить значительное разнообразие операций обработки и преобразования изображений через небольшое число элементарных и отражающих семантику преобразований операций.

К наиболее перспективным направлениям исследований в области анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений, в настоящее время (и в ближайшие 5–10 лет) относятся следующие (по каждому из направлений указаны проблемы, решение которых тесно связано с разработкой эффективного алгебраического формализма, в частности, дескриптивных алгебр изображений (обычных, супералгебр, градуированных), либо невозможно без его использования):

1. Понимание изображений: информационная природа изображения.
2. Постановка, классификация и формализация задач анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений (декомпозиция, описание, представление).
3. Приведение изображений к виду, удобному для распознавания (синтез и формализация описаний изображений; выбор, формирование и стандартизация элементов описания изображений; неприводимые элементы; признаки; дескрипторы; определение классов моделей изображений).
4. Алгоритмы анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений (построение функциональной, математической и структурной классификации алгоритмов; определение, исследование и оптимизация моделей алгоритмов; определение и классификация неприводимых преобразований изображений).

5. Автоматизация извлечения информации из изображений (автоматизация разработки, тестирования и адаптации методов и алгоритмов анализа и оценивания изображений; автоматизация выбора методов и алгоритмов анализа и оценивания изображений; синтез стандартизированных технологических схем анализа и оценивания изображений; семантическое слияние алгоритмов анализа и оценивания изображений).

6. Базы знаний, базы данных и системы для анализа и оценивания изображений (формализация, представление и организация хранения знаний об изображениях; знаний о методах и средствах обработки, анализа и распознавания изображений; знаний об алгоритмах обработки, анализа, распознавания изображений; собственно изображений; разработка тезауруса по анализу и оцениванию изображений; определение классов объектов, объектов, проблемно-ориентированных структур данных; автономная навигация в базах знаний; разработка специализированных технологических языков для анализа изображений).

Данная работа отражает истоки, постановки и результаты первого этапа исследований, посвященных формированию алгебраического подхода к анализу и пониманию изображений на основе нового класса алгебр изображений – дескриптивных алгебр изображений.

Установлено, что дескриптивные алгебры изображений обеспечивают возможность представления операций формирования и преобразования формальных описаний изображений и операций над преобразованиями в задачах обработки, анализа и распознавания изображений, приведения представления входной информации в соответствие требованиям применяемых преобразований, синтеза унифицированных алгоритмических схем с учетом функциональных возможностей, области компетентности, математических свойств составляющих преобразований, а также характера входной и выходной информации.

Экспериментальная часть этих исследований будет посвящена построению, исследованию и реализации на основе дескриптивных алгебр изображений алгоритмических схем, предназначенных для решения модельных и прикладных задач анализа и оценивания информации, представленной в виде изображений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуревич И. Б. Проблема распознавания изображений // Распознавание, классификация, прогноз. Математические методы и их применение: Ежегодник /Под ред. Ю. И. Журавлева. М.: Наука, 1988. Вып. 1. С. 280.
2. Gurevitch I. B. The descriptive framework for an image recognition problem // Proc. of the 6th Scandinavian Conf. on Image Analysis. Oulu, Finland, 1989. V. 1. (Pattern Recogn. Soc. of Finland). P. 220.
3. Gurevitch I. B. Descriptive technique for image description, representation and recognition // Pattern Recogn. and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications in the USSR. 1991. 1, N 1. P. 50.
4. Zhuravlev Yu. I., Gurevitch I. B. Pattern recognition and image recognition // Ibid. N 2. P. 149.
5. Gurevitch I. B., Smetanin Yu. G., Zhuravlev Yu. I. Algebras of images: research and applied problems // Pattern Recogn. and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications. 1999. 9, N 1. P. 46.

6. **Gurevitch I. B., Smetanin Yu. G., Zhuravlev Yu. I.** On the development of an algebra of images and image analysis algorithms // Proc. of the 11th Scandinavian Conf. on Image Analysis. Kangerlussuaq, Greenland, Denmark, 1999. V. 1. (Pattern Recogn. Soc. of Denmark). P. 479.
7. **Zhuravlev Yu. I.** Correct algebras over sets of incorrect (heuristic) algorithms // Kibernetika (Kiev). 1977. N 4. P. 14; N 6. P. 21; 1978. N 2. P. 35.
8. **Zhuravlev Yu. I.** An algebraic approach to recognition or classification problems // Pattern Recogn. and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications. 1998. 8, N 1. P. 59.
9. **Ritter G. X., Wilson J. N.** Handbook of Computer Vision Algorithms in Image Algebra. Boca Raton, Florida: CRC Press, Inc., 1996.
10. **Von Neumann J.** The general logical theory of automata // Cerebral Mechanism in Behaviour: The Hixon Symposium. N. Y.: John Wiley & Sons, 1951.
11. **Von Neumann J.** Theory of Self-Reproducing Automata. Urbana, II: University of Illinois Press, 1966.
12. **Unger S.** A computer oriented toward spatial problems // Proc. of the IRE. 1958. 46. P. 1144.
13. **Batcher K.** Design of a massively parallel processor // IEEE Trans. on Comput. 1980. 29, N 9. P. 836.
14. **Duff M., Watson D., Fountain T., Shaw G.** A cellular logic array for image processing // Pattern Recogn. 1973. 5, N 9. P. 229.
15. **Fountain T., Matthews K., Duff M.** The CLIP7A image processor // IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1988. 10, N 3. P. 310.
16. **Uhr L.** Algorithm-Structured Computer Arrays and Networks. N. Y.: Academic Press, 1984.
17. **Hillis W.** The Connection Machine. Cambridge, MA: MIT Press, 1985.
18. **Matheron G.** Random Sets and Integral Geometry. N. Y.: John Wiley & Sons, 1975.
19. **Serra J.** Image Analysis and Mathematical Morphology. L.: Academic Press, 1982.
20. **Sternberg S. R.** Language and architecture for parallel image processing // Proc. of the Conf. on Pattern Recogn. in Practice. Amsterdam, 1980.
21. **Grenander U.** Lectures in Pattern Theory. N. Y.: Springer-Verlag, 1976. V. 1; 1978. V. 2; 1981. V. 3.
22. **Grenander U.** General Pattern Theory. A Mathematical Study of Regular Structures. Oxford: Clarendon Press, 1993.
23. **Grenander U.** Strategies for Seeing // Proc. of Internat. Congress Mathematics, Berlin, 1998. V. 3 (Documenta Mathematica. Extra Volume ICM, 1998. III). Bielefeld, 1998. P. 585.

*Поступила в редакцию 19 августа 1999 г.*