

УДК 681.3

В. В. Сергеев, В. В. Мясников

(Самара)

АЛГОРИТМ БЫСТРОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ФИЛЬТРА ГАБОРА

Предложен новый алгоритм быстрой реализации двумерного цифрового фильтра Габора. Алгоритм основан на сведении габоровской фильтрации к каскадно-рекурсивному сглаживанию изображения при надлежащей коррекции входных и выходных данных.

Постановка задачи. Как известно, фильтр Габора является эффективным средством формирования локальных признаков цифрового изображения (см., например, [1]). Процедура линейной габоровской фильтрации заключается в том, что по отсчетам двумерного вещественного сигнала (изображения) $x(n_1, n_2)$ вычисляется выходное комплекснозначное изображение:

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) ** h(n_1, n_2), \quad (1)$$

где $**$ – символ двумерной свертки; $h(n_1, n_2)$ – импульсная характеристика фильтра Габора (ядро свертки):

$$h(n_1, n_2) = W(n_1, n_2) \exp(i(an_1 + bn_2)); \quad (2)$$

$$W(n_1, n_2) = A \exp\left(-\frac{n_1^2 + n_2^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

– гауссовская весовая функция (окно обработки); A – коэффициент; σ – параметр, задающий ширину (радиус) окна; a, b – параметры модуляции ядра. Для простоты рассуждений будем считать, что изображения $x(n_1, n_2)$ и $y(n_1, n_2)$ имеют бесконечные размеры, а ядро фильтра (2) является конечным, ограничено квадратной областью $M \times M$ больших значений функции (3).

Как правило, фильтр Габора используется при достаточно широком окне обработки, когда прямое вычисление свертки (1) слишком трудоемко. Более того, в прикладных задачах обработки изображений необходимо формирование большого числа локальных признаков, поэтому на практике обычно используется не один, а набор из K параллельно реализуемых фильтров с различными параметрами ядра [1]. Все это делает актуальным разработку специальных быстрых алгоритмов габоровской фильтрации.

Будем оценивать сложность алгоритмов фильтрации (вычисления свертки (1)) суммарным числом операций сложения (U_+) и умножения (U_x), приходящимся на каждый отсчет обрабатываемого изображения:

$$U = U_+ + U_x, \quad (4)$$

и поставим задачу разработки алгоритма, обеспечивающего по возможности минимальное значение этого показателя.

Предлагаемый алгоритм. Заметим, во-первых, что справедливы следующие равенства:

$$\begin{aligned} y(n_1, n_2) &= x(n_1, n_2) ** h(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) ** [W(n_1, n_2) \exp(i(an_1 + bn_2))] = \\ &= [[x(n_1, n_2) \exp(-i(an_1 + bn_2))] ** W(n_1, n_2)] \exp(i(an_1 + bn_2)). \end{aligned} \quad (5)$$

В соответствии с (5) габоровская фильтрация может быть представлена в виде трех последовательных шагов обработки изображения:

- 1) умножение вещественного входного изображения на $\exp(-i(an_1 + bn_2))$;
- 2) сглаживание полученного комплексного сигнала при помощи двумерного фильтра с вещественной импульсной характеристикой (3);
- 3) умножение сглаженного сигнала на экспоненциальный множитель с обратным показателем $-\exp(i(an_1 + bn_2))$.

Во-вторых, для увеличения скорости обработки изображения заменим фильтр с гауссовской импульсной характеристикой $W(n_1, n_2)$ на L последовательно соединенных двумерных сглаживающих фильтров с квадратными (размером $P_l \times P_l$) импульсными характеристиками:

$$\bar{W}(n_1, n_2) = CS_1(n_1, n_2) ** S_2(n_1, n_2) ** \dots ** S_L(n_1, n_2), \quad (6)$$

где

$$S_L(n_1, n_2) = \begin{cases} 1, & \text{если } |n_1| \leq 0,5(P_l - 1), |n_2| \leq 0,5(P_l - 1); \\ 0, & \text{в противном случае } 1 \leq l \leq L; \end{cases} \quad (7)$$

C – нормирующий коэффициент. Достоинством фильтров с конечными импульсными характеристиками вида (7) является возможность их рекурсивной реализации всего за четыре операции сложения–вычитания для каждого отсчета сигнала [2].

Предлагаемому алгоритму быстрой габоровской фильтрации изображения соответствует схема, приведенная на рис. 1.

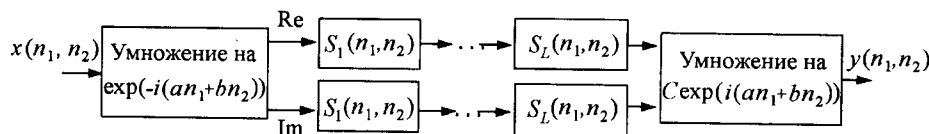


Рис. 1

Т а б л и ц а 1

L	Размеры квадратов	δ
1	11 × 11	0,20383
2	9 × 9, 9 × 9	0,01001
3	7 × 7, 7 × 7, 9 × 9	0,00196
4	5 × 5, 5 × 5, 7 × 7, 9 × 9	0,00157

Выбор необходимого числа и параметров последовательно включенных усредняющих фильтров может быть сделан, исходя из требований точности аппроксимации функции (3) функцией (6). В качестве показателя точности будем использовать нормализованную ошибку:

$$\delta = \frac{\sum_{n_1, n_2 = -\infty}^{\infty} [W(n_1, n_2) - \bar{W}(n_1, n_2)]^2}{\sum_{n_1, n_2 = -\infty}^{\infty} [W(n_1, n_2)]^2}.$$

При оптимальном выборе параметров в (6) уже при небольших L аппроксимация оказывается очень хорошей. В качестве примера в табл. 1 приведены некоторые ее результаты, полученные для функции (3) при $\sigma = 4$.

Другой иллюстрацией высокой точности аппроксимации является рис. 2, на котором приведены двумерная гауссовская импульсная характеристика (3) при $\sigma = 60$ (а) и аппроксимация функции (3) в виде свертки трех квадратных функций (7) размерами 97 × 97, 115 × 115, 127 × 127 (б).

Оценим вычислительную сложность алгоритма. Преобразование каждого отсчета входного изображения, т. е. умножение вещественного числа на $\exp(-i(an_1 + bn_2))$, требует выполнения двух операций умножения. Аналогичная корректировка выходного изображения, т. е. умножение комплексного числа на $C \exp(i(an_1 + bn_2))$, требует выполнения трех операций умно-

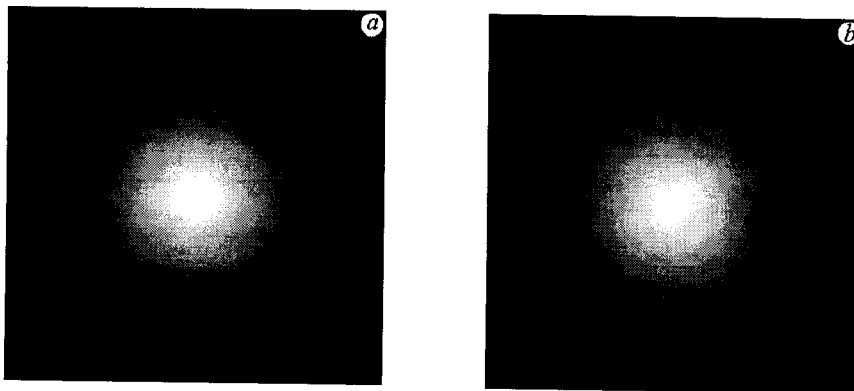


Рис. 2

жения и трех операций сложения. Каждый двумерный фильтр с импульсной характеристикой (7) реализуется рекурсивно и, как уже отмечалось, требует четыре операции сложения для обработки каждого отсчета сигнала. Таким образом, вычислительная сложность одного фильтра Габора, реализуемого по предложенному алгоритму, равна:

$$U_+ = 8L + 3, \quad U_x = 5, \quad U = 8(L + 1). \quad (8)$$

Сравнение с алгоритмом на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ). Традиционная процедура формирования локальных признаков изображения с помощью параллельной реализации K фильтров Габора базируется на применении БПФ и состоит в том, что с помощью прямого преобразования вычисляется дискретный фурье-спектр входного изображения, а затем выполняется K умножений на частотные характеристики фильтров и столько же обратных БПФ. Можно показать, что при использовании стандартного построчно-столбцового алгоритма БПФ по основанию 2 [3] и секционирования двумерного входного сигнала [4] вычислительная сложность (4) каждого из фильтров Габора здесь составляет

$$U = \frac{N^2}{(N - M + 1)^2} \left[\left(1 + \frac{1}{2K} \right) \left(10 \log_2 N - 20 + \frac{16}{N} \right) + 6 \right] \quad (9)$$

на один отсчет выходного изображения, где N – размер одной квадратной секции (длина двумерного БПФ по каждой координате). Величина (9) может быть минимизирована подбором оптимального N .

Сопоставим оценки вычислительной сложности (8) и (9). Для традиционной реализации фильтра Габора на основе БПФ в табл. 2 приведены зависимости минимального значения показателя сложности (9) (при оптимальном размере секции) от размера M окна обработки для двух случаев: $K = 1$ и $K \rightarrow \infty$.

Для предлагаемого алгоритма показатель вычислительной сложности (8) не зависит ни от K , ни от размера окна обработки (что особенно важно в случае больших окон), но зависит от числа L сглаживающих фильтров (табл. 3).

Сравнение двух таблиц показывает, что новый алгоритм может обеспечить многократное ускорение реализации фильтра Габора.

Таблица 2

M	Оптимальный размер секции N	U при $K = 1$	U при $K \rightarrow \infty$
9	64	86,7	60,4
15	128	102,3	70,8
25	256	117,0	80,4
51	512	136,4	93,4
101	1024	154,8	105,6

Таблица 3

L	U
1	16
2	24
3 (рекомендуемое значение)	32
4	40
5	48

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Buhmann J., Lange J., Von der Malsburg C. et al.** Object recognition with Gabor functions in the dynamic link architecture: Parallel implementation on a transputer network // *Neural Networks for Signal Process.* /Ed. V. Kosko. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1992. P. 121.
2. **Ярославский Л. П.** О возможности параллельной и рекурсивной реализации цифровых фильтров // *Радиотехника.* 1984. № 3. С. 87.
3. **Нуссбаумер Г.** Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. М.: Радио и связь, 1985.
4. **Оппенгейм А. В., Шафер Р. В.** Цифровая обработка сигналов. М.: Мир, 1979.

Поступила в редакцию 13 октября 1998 г.

Реклама продукции в нашем журнале – залог Вашего успеха!