

УДК 621.373.826 : 772.99

В. В. Котляр, С. Н. Хонина, В. А. Соيفер

*(Самара)***МЕТОД ЧАСТИЧНОГО КОДИРОВАНИЯ АМПЛИТУДЫ
ДЛЯ РАСЧЕТА ФАЗОВЫХ ФОРМИРОВАТЕЛЕЙ
МОД ГАУССА – ЭРМИТА***

Рассмотрен алгоритм частичного кодирования амплитуды бинарной фазой с линейной зависимостью ширины фазовой ступеньки в ячейке кодирования от величины амплитуды. Параметром степени кодирования выступает пороговый уровень амплитуды, ниже которого амплитуда кодируется в фазу, а выше – замещается на постоянную величину. Метод применен к расчету бинарных фазовых ДОЭ, формирующих моды Гаусса – Эрмита.

Введение. При расчете фазовых дифракционных оптических элементов (ДОЭ), предназначенных для формирования заданных амплитудно-фазовых распределений, локализованных в некоторой области пространства, имеется ряд особенностей. Так, в данной задаче при оптимизации параметров ДОЭ степенью свободы является та часть пространства, в которой заданное световое поле почти равно нулю. Примером может служить задача расчета формирователей одномодовых лазерных пучков Гаусса – Эрмита (ГЭ). Стандартные итеративные и градиентные методы [1] здесь не подходят. В [2, 3] разработаны специальные итеративные методы для расчета формирователей одномодовых пучков ГЭ: метод обобщенных проекций [2] и градиентный метод со специальным типом квантования фазы ДОЭ [3].

Однако в задачах оптической обработки информации, в которых ДОЭ используются как пространственные фильтры или динамические пространственные модуляторы света [4], требуется оперативный расчет фазовой функции пропускания фильтра, и итеративные методы здесь не подходят. Среди итеративных методов кодирования амплитуды фазовой функцией ДОЭ наиболее эффективными являются метод Кирка – Джонса [5] и его обобщение [6] на произвольный вид функции пространственной несущей.

Интересно, что в последнее время появились работы, в которых рассматриваются фазовые методы кодирования [7, 8], являющиеся аналогами классических бинарных амплитудных методов кодирования амплитудно-фазовой функции, применявшихся в цифровой голографии [9, 10].

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 96-15-96026, № 98-01-00894, № 99-01-00430).

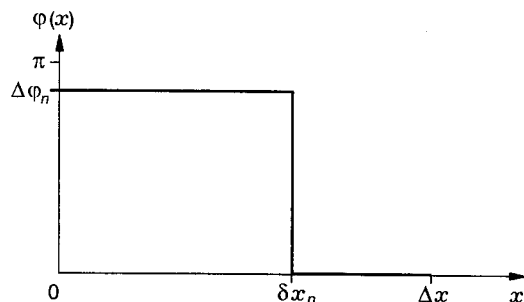


Рис. 1. Локальный скачок фазы при кодировании амплитуды

Специально для расчета формирователей мод ГЭ с небольшими номерами порядков можно игнорировать амплитудную составляющую поля в сочетании с оптимальным выбором размера апертуры ДОЭ [11, 12].

Однако все перечисленные выше методы расчета фазы ДОЭ обладают тем недостатком, что не позволяют варьировать в широких пределах два основных конкурирующих параметра, характеризующих качество работы ДОЭ. Это среднеквадратичное отклонение сформированного поля от заданного и энергетическая эффективность, которая равна отношению световой энергии, попавшей в область задания поля, к полной световой энергии, падающей на ДОЭ.

В данной работе рассмотрен метод частичного кодирования, который позволяет варьировать оба параметра ДОЭ (ошибку и эффективность) в широких пределах, т. е. рассчитывать ДОЭ, формирующие световые поля как с малой ошибкой (и с малой эффективностью), так и с достаточно большой эффективностью (и с большой, но приемлемой ошибкой). Идея метода проста и похожа на идею метода клиппирования амплитуды до ее кодирования в фазу [13]. Вводится некоторое пороговое значение кодируемой амплитуды, выше которого амплитуда заменяется постоянной величиной, а кодированию подвергаются только те точки плоскости ДОЭ, где амплитуда светового поля ниже выбранного порога. Изменением величины пороговой амплитуды можно плавно изменять значения ошибки и эффективности при формировании световых полей. Применение данного метода для расчета формирователей мод ГЭ показало его работоспособность.

1. Кодирование амплитуды с помощью локального скачка фазы. Фазовые методы кодирования амплитуды в нулевом порядке дифракции основаны на замене каждого отсчета амплитуды A_n на участок рельефа прозрачного ДОЭ шириной Δx со ступенчатым скачком фазы $\Delta\varphi_n$.

Величина раstra Δx , как правило, является постоянной величиной ДОЭ. Фазовый скачок имеет два свободных параметра (рис. 1): ширину фазовой ступеньки δx_n и высоту $\Delta\varphi_n$. Поэтому существуют два способа кодирования амплитуды с помощью локального скачка фазы. Один из них [7] является модернизацией классического двухфазного метода бинарного амплитудного кодирования [9, 10] и основан на представлении комплексного числа в виде суммы двух чисел с одинаковой амплитудой

$$A_n \exp(i\theta_n) = \frac{1}{2} [\exp(i\psi_{1n}) + \exp(i\psi_{2n})], \quad (1)$$

из которого следует связь отсчетов кодируемой амплитуды с величиной фазового скачка

$$\begin{cases} A_n = \cos\left(\frac{\psi_{1n} - \psi_{2n}}{2}\right), \\ \theta_n = \frac{\psi_{1n} + \psi_{2n}}{2}, \end{cases} \quad (2)$$

или в обозначениях рис. 1, учитывая (2),

$$\Delta\varphi_n = \psi_{1n} - \psi_{2n} = 2\arccos A_n. \quad (3)$$

При этом из рис. 1 видно, что должно выполняться условие $\delta x_n = \Delta x/2$.

Метод кодирования, основанный на вариации ширины фазового скачка δx_n , предложен в [8] и является модернизацией обобщенного метода кодирования Кирка – Джонса с пространственной несущей частотой [6]. В [8] ширина скачка фазы связана с кодируемой амплитудой формулой

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{\pi} \arcsin A_n. \quad (4)$$

Однако эта формула верна для работы ДОЭ в первом порядке дифракции. В нулевом порядке дифракции связь между δx_n и A_n можно получить, вычисляя преобразование Фурье от одного фазового скачка вблизи нулевой пространственной частоты. Так, комплексная амплитуда в фурье-плоскости для скачка фазы (см. рис. 1) при $\Delta\varphi_n = \pi$ имеет вид:

$$\begin{aligned} F(\xi) &= \int_{l+\delta x}^{l+\Delta x} \exp(-ix\xi) dx - \int_l^{l+\delta x} \exp(-ix\xi) dx = \\ &= \frac{\exp(-i\xi l)}{\xi} [1 + \exp(-i\xi \Delta x) - 2\exp(-i\xi \delta x)], \end{aligned} \quad (5)$$

где l – произвольная точка в плоскости ДОЭ. При ξ , стремящемся к нулю, в первом порядке малости вместо уравнения (5) получим

$$|F(\xi = 0)| \cong |\Delta x - 2\delta x|. \quad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что ширина скачка δx_n должна быть пропорциональна нормированной амплитуде $0 \leq A_n \leq 1$:

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{2} (1 - A_n). \quad (7)$$

В нулевом порядке дифракции вместо формулы (4) в методе кодирования с бинарной несущей [6] следует использовать формулу ($\Delta\varphi_n = \pi$)

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{\pi} \arccos A_n. \quad (8)$$

Из сравнения уравнений (3) и (8) видно, что оба метода должны приводить к сходным результатам. Однако вариация ширины фазовой ступеньки (7), (8) технологически более предпочтительна, так как при этом формируется бинарный фазовый рельеф ДОЭ. Численное моделирование показало, что линейная зависимость ширины фазовой ступеньки от кодируемой амплитуды (7) дает несколько лучшие результаты, чем нелинейная зависимость (8).

Если предположить, что кодируемая амплитуда A_n является случайной величиной, равномерно заполняющей единичный отрезок $[0, 1]$, то можно оценить энергетическую эффективность ϵ_c метода кодирования (7), исходя из соотношения (6):

$$\epsilon_c = \frac{\langle (\Delta x - 2\delta x)^2 \rangle}{\Delta x^2} = 1 - 4 \frac{\langle \delta x \rangle}{\Delta x} + 4 \frac{\langle \delta x^2 \rangle}{\Delta x^2}, \quad (9)$$

где $\langle \dots \rangle$ – знак усреднения. Средние значения величин, входящих в уравнение (9), с учетом что $\delta x \in \left[0, \frac{\Delta x}{2}\right]$, равны:

$$\langle \delta x \rangle = \frac{\Delta x}{4}, \quad \langle \delta x^2 \rangle = \frac{\Delta x^2}{12}. \quad (10)$$

Подставляя выражения (10) в уравнение (9), получим, что энергетическая эффективность данного метода кодирования оценивается значением $\epsilon_c = \frac{1}{3}$.

Операция кодирования сопровождается дискретизацией ДОЭ с шагом раstra Δx . Поэтому, как следует из [14], общая эффективность фазового кодированного ДОЭ ϵ_0 равна произведению эффективности ϵ_θ непрерывного фазового ДОЭ при $A = \text{const}$ и эффективности кодирования ϵ_c : $\epsilon_0 = \epsilon_\theta \epsilon_c$.

2. Расчет фазовых бинарных ДОЭ, формирующих моды Гаусса – Эрмита. В качестве конкретной задачи расчета ДОЭ, формирующего заданное амплитудно-фазовое распределение, можно рассмотреть задачу формирования одномодовых пучков ГЭ.

Чтобы сгенерировать такой пучок когерентного света, следует в плоскости $z = 0$ (z – оптическая ось) сформировать комплексную амплитуду:

$$E(x, y) = E_1(x)E_2(y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w^2}\right) H_m\left(\frac{x}{w}\right) H_n\left(\frac{y}{w}\right), \quad (11)$$

где $H_m(x)$ – многочлен Эрмита; w – радиус гауссового пучка. Так как моды (11) описываются действительными функциями, то фаза кодированного ДОЭ будет бинарной.

Комплексная амплитуда (11) после операции полного кодирования $E_{1c}(x)$ по формуле (7) с общим числом элементов раstra $2N + 2$ имеет вид

$$E_{1c}(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \sum_{k=-(N+1)}^N \text{sgn}\left[H_m\left(\frac{x_k}{w}\right)\right] D(x, x_k, \delta x_k). \quad (12)$$

Здесь $x_k = k\Delta x$; $a = N\Delta x$; $-a = -(N+1)\Delta x$; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N, -N-1$; $[-a, a]$ – отрезок, ограничивающий ДОЭ; $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ -1, & x < 0; \end{cases}$ $D(x, x_k, \delta x_k)$ – функция типа функции Хаара [15], описывающая ячейку кодирования (см. рис. 1):

$$D(x, x_k, \delta x_k) = \text{rect}\left(\frac{x - \frac{\Delta x + x_k + \delta x_k}{2}}{\Delta x - \delta x_k}\right) - \text{rect}\left(\frac{x - \frac{x_k + \delta x_k}{2}}{\delta x_k}\right), \quad (13)$$

где $\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1; \\ 0, & |x| > 1; \end{cases}$ $\delta x_k = \frac{\Delta x}{2}(1 - |\hat{E}_1(x_k)|)$, $0 \leq |\hat{E}_1(x_k)| \leq 1$ – нормированная амплитуда из уравнения (11).

Аналогичные соотношения можно записать для функции $E_{2c}(y)$ из уравнения (11).

При частичном кодировании вместо уравнения (12) для комплексной амплитуды $E_1(x)$ получим

$$E_{1p}(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \sum_{k=-(N+1)}^N \text{sgn}\left[H_m\left(\frac{x_k}{w}\right)\right] D_p(x, L_c, x_k, \delta x_k), \quad (14)$$

$$D_p(x, L_c, x_k, \delta x_k) = \begin{cases} D(x, x_k, \delta x_k), & |\hat{E}_1(x)| < L_c, \\ D(x, x_k, 0), & L_c \leq |\hat{E}_1(x)| \leq 1, \end{cases} \quad (15)$$

где $0 \leq L_c \leq 1$ – уровень амплитуды, выше которого операция кодирования не применяется.

3. Численное моделирование. Ниже на численных примерах будет показано, что операция частичного кодирования позволяет без итераций рассчитывать бинарные фазовые ДОЭ, формирующие одномодовые световые пучки ГЭ с разной ошибкой и эффективностью. При этом относительное среднеквадратичное отклонение амплитуды рассчитанной моды $|E_r(\xi, \eta)|$ в фурье-плоскости от идеальной моды $|E_0(\xi, \eta)|$ вычисляется по формуле

$$\delta = \left[\iint_{\Omega} (|E_r(\xi, \eta)| - |E_0(\xi, \eta)|)^2 d\xi d\eta \right]^{1/2} \left[\iint_{\Omega} |E_0(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right]^{-1/2}, \quad (16)$$

а энергетическая эффективность –

$$\varepsilon = \left(\iint_{\Omega} |E_r(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right) S^{-1}, \quad (17)$$

где $S = 4a^2$ – площадь ДОЭ с квадратной апертурой $[-a, a] \times [-a, a]$, которая освещается плоской волной с постоянной единичной амплитудой; Ω – об-

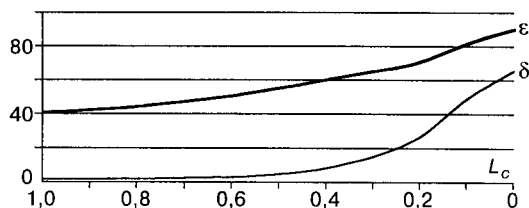


Рис. 2. Зависимость ошибки δ и эффективности ϵ от величины уровня амплитуды частичного кодирования L_c при формировании одномерной моды ГЭ с номером $m = 1$, радиус ДОЭ $a = 3$ мм, радиус гауссова пучка $w = 1$ мм

ласть в фурье-плоскости, в которой заключено 99 % энергии идеальной моды.

Также проведено сравнение двух методов кодирования амплитуды (3) и (7). Причем для корректного сравнения число пикселей, приходящихся на отрезок дискретизации $\Delta x = 16$, было равно числу уровней квантования фазы $\Delta\varphi_n$ в уравнении (3).

На рис. 2 показаны графики ошибки δ и эффективности ϵ , рассчитанные по формулам (16), (17), в зависимости от уровня амплитуды частичного кодирования L_c для случая одномерной моды ГЭ при $m = 1$ с радиусом ДОЭ $a = 3$ мм. Число пикселей на всем ДОЭ $N = 4096$, число пикселей в ячейке кодирования $\Delta x = 16$, радиус гауссова пучка $w = 1$ мм. Из рисунка видно, что эффективность формирования первой моды ГЭ в одномерном случае с помощью фазовых ДОЭ с частичным кодированием меняется от 40 до 86 %, а ошибка при этом меняется в диапазоне от 2 до 60 %. Видно также, что при уменьшении пороговой амплитуды L_c от 1 до 0,4 ошибка увеличивается с 2 до 5 %, а эффективность возрастает с 40 до 60 %. Заметим, что при малых порогах кодирования L_c ошибку δ можно уменьшить оптимальным выбором размера апертуры $[-a, a]$, как это показано в [11]. В этом случае при $a = 2,23$ мм вместо $a = 3$ мм получается при $L_c = 0$ ошибка $\delta = 7,82$ %, а эффективность $\epsilon = 85,65$ %.

Т а б л и ц а 1

Одномерный случай формирования моды ГЭ, $w = 1$ мм

Номер моды m	Размер апертуры a , мм	Уровень кодирования L_c	Ошибка δ , %	Эффективность ϵ , %	Тип кодирования
1	3,00	0,9	1,77	41,92	Бинарный, уравнение (14)
1	2,75	1	3,54	40,34	Многоуровневый, уравнение (3)
1	2,23	0	7,82	85,65	Бинарный, уравнение (14)
1	3,00	–	2,10	40,11	Амплитудно-фазовый, уравнение (11)
4	4,90	0,9	2,84	31,45	Бинарный, уравнение (14)
4	4,10	1	5,53	35,45	Многоуровневый, уравнение (3)
4	3,33	0,05	19,41	83,97	Бинарный, уравнение (14)

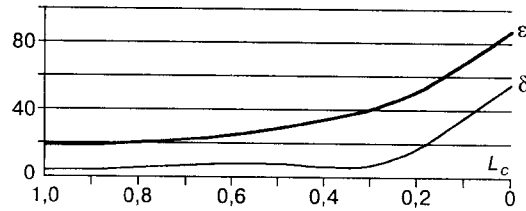


Рис. 3. Зависимость ошибки δ и эффективности ϵ от величины уровня кодирования L_c при формировании двумерной моды ГЭ (1, 1), $a = 2,8$ мм, $w = 1$ мм

Из табл. 1 также видно, что для амплитудно-фазового ДОЭ типа «сэндвича», т. е. без кодирования, для моды $m = 1$ ошибка и эффективность принимают значения: $\delta = 2,10$ %, $\epsilon = 40,11$ %. При полном кодировании ($L_c = 0,9 - 1$) эффективность будет минимальной: $\epsilon = 41,92$ % для $m = 1$ и $\epsilon = 31,45$ % для $m = 4$. Поэтому если вместо амплитудно-фазового ДОЭ типа «сэндвича» изготовить фазовый бинарный ДОЭ с полным кодированием амплитуды по формуле (14), то параметры моды ГЭ почти не изменятся.

При кодировании с низким порогом ($L_c = 0 - 0,1$) получается высокая эффективность: $\epsilon = 85,65$ % для $m = 1$ и $\epsilon = 83,97$ % для $m = 4$, но и ошибка увеличивается: $\delta = 7,82$ % для $m = 1$ и $\delta = 19,41$ % для $m = 4$.

В табл. 1 также дано сравнение двух методов кодирования: бинарного по уравнению (14) и многоуровневого по уравнению (3). Из сравнения первой и второй строк для моды $m = 1$, а также пятой и шестой строк табл. 1 видно, что бинарный метод кодирования (по ошибке δ) несколько лучше.

Для двумерного случая аналогичные результаты численного моделирования приведены на рис. 3 и в табл. 2.

На рис. 3 показана зависимость ошибки δ и эффективности ϵ от уровня амплитуды кодирования L_c для моды ГЭ $(m, n) = (1, 1)$, формируемой бинар-

Таблица 2
Двумерный случай формирования моды ГЭ, $w = 1$ мм

Номер моды (m, n)	Размер апертуры $[-a, a] \times [-a, a]$, мм	Уровень кодирования L_c	Ошибка δ , %	Эффективность ϵ , %	Корреляция η , %	Тип кодирования
(1, 1)	2,8	1	4,15	18,73	99,46	Бинарный, уравнение (14)
(1, 1)	2,7	0,3	7,44	43,59	97,63	То же
(1, 1)	2,2	0,025	8,94	75,87	96,82	»
(1, 1)	3,3	–	1,60	13,31	99,73	Амплитудно-фазовый, уравнение (11)
(1, 0)	–	–	–	53,3	95,2	Итеративный [2]
(1, 1)	–	–	–	43,9	94,7	Градиентный [3]
(4, 4)	4,0	0,8	5,04	15,09	98,9	Бинарный, уравнение (14)
(4, 4)	3,4	0,025	24,83	75,00	92,7	То же

ным фазовым ДОЭ, закодированным по формуле (14) при $w = 1$ мм; квадратная апертура $[-a, a] \times [-a, a]$ имела размер $a = 2,8$ мм. Из рисунка видно, что при уменьшении параметра L_c от 1 до 0,3 ошибка почти не растет ($\delta \approx 5\%$), а эффективность увеличивается с 20 до 40%.

В табл. 2 приведены значения ошибки δ и эффективности ϵ для некоторых значений параметра кодирования L_c и при разных размерах апертуры ДОЭ. Видно, что наибольшей эффективности для моды ГЭ (1, 1) можно достичь при слабой степени кодирования ($L_c = 0,025$): $\epsilon = 75,87\%$, $\delta = 8,94\%$.

Для сравнения в табл. 2 приведены эффективность ϵ и корреляция η при формировании мод ГЭ с помощью ДОЭ, рассчитанных итеративными методами. Метод обобщенных проекций приводит к многоуровневому ДОЭ [2], формирующему моду ГЭ (1, 0) с эффективностью $\epsilon = 53,3\%$ и корреляцией $\eta = 95,2\%$, а градиентный метод – к бинарному фазовому ДОЭ [3], формирующему моду ГЭ (1, 1) с эффективностью $\epsilon = 43,9\%$ и корреляцией $\eta = 94,7\%$.

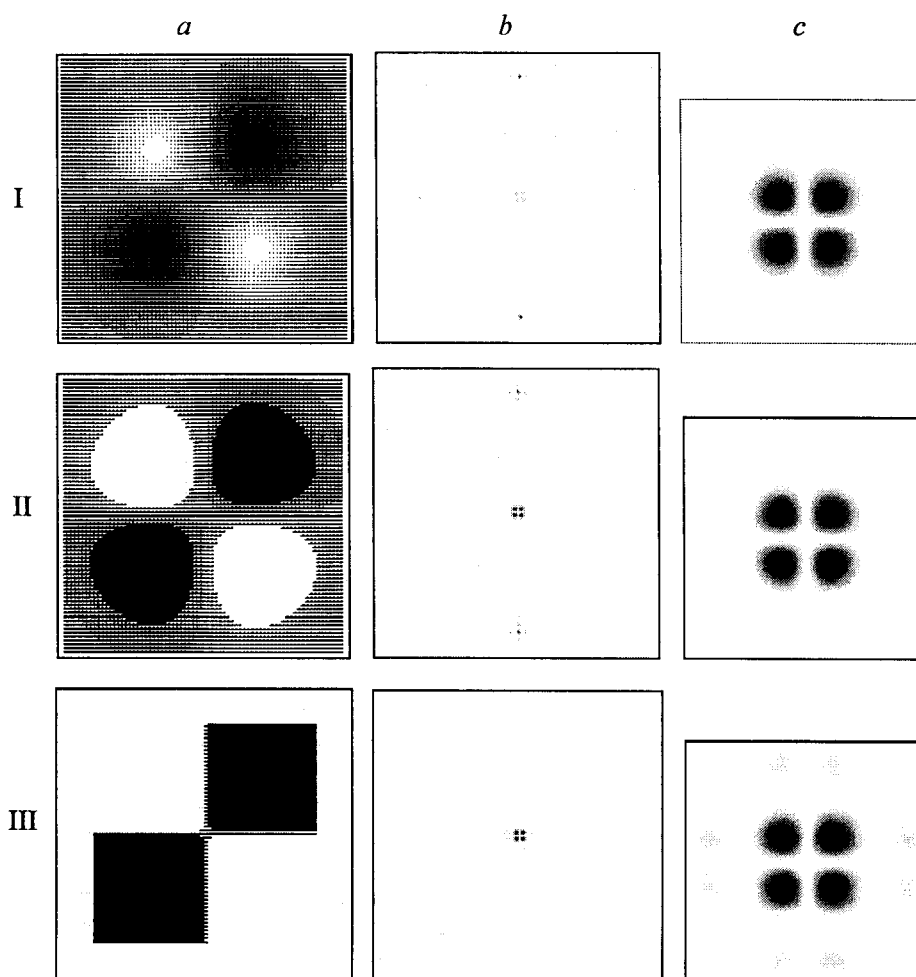


Рис. 4. Формирование моды ГЭ (1, 1): a – бинарные фазы ДОЭ, рассчитанные по формуле (14), для различных L_c : 1 (I), 0,3 (II), 0,025 (III); b – картины дифракции в фурье-плоскости; c – их увеличенные центральные части

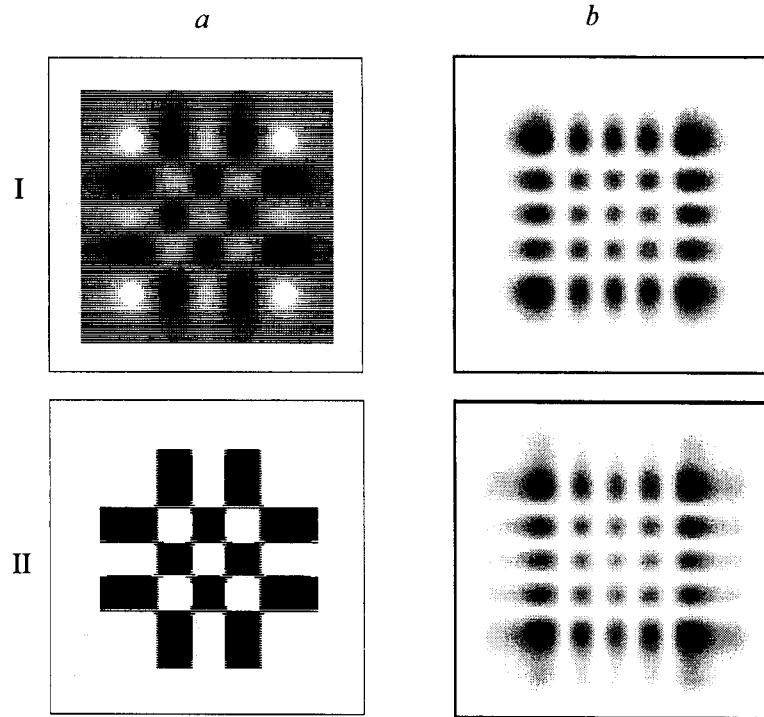


Рис. 5. Формирование моды ГЭ (4, 4): *a* – бинарные фазы ДОЭ, рассчитанные по формуле (14), при L_c : 0,8 (I), 0,025 (II); *b* – сформированные в фурье-плоскости моды

Параметр корреляции комплексных амплитуд рассчитанной и эталонной мод вычисляется по формуле [2, 3]

$$\eta = \frac{\left| \iint_{\Omega} E_r(\xi, \eta) E_0^*(\xi, \eta) d\xi d\eta \right|^2}{\iint_{\Omega} |E_r(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \iint_{\Omega} |E_0(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \quad (18)$$

Таким образом, приведенные результаты показывают, что с помощью метода частичного кодирования можно без итераций рассчитывать бинарные фазовые ДОЭ, формирующие моды ГЭ с характеристиками, сравнимыми с ДОЭ, рассчитанными итеративными методами [2, 3].

На рис. 4 и 5 показаны для наглядности результаты расчета ДОЭ методом частичного кодирования: на рис. 4 для моды ГЭ (1, 1), на рис. 5 для моды (4, 4).

Заключение. В работе рассмотрен алгоритм частичного кодирования амплитуды бинарной фазой с линейной зависимостью ширины фазовой ступеньки в ячейке кодирования от величины амплитуды.

Параметром степени частичности кодирования выступает уровень амплитуды, ниже которого она кодируется в фазу, а выше – заменяется на постоянную величину.

Метод применен к расчету бинарных фазовых ДОО, формирующих одномерные и двумерные лазерные моды Гаусса – Эрмита.

Численно показано, что варьирование степени частичности кодирования позволяет менять в широких пределах энергетическую эффективность и ошибку формирования модовых пучков, при этом метод частичного кодирования не уступает известным итеративным методам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Soifer V. A., Kotlyar V. V., Doskolovich L. L.** Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation. L.: Taylor & Francis, 1997.
2. **Duparre M., Paveleyev V., Luedge B. et al.** Iterative calculation, manufacture and investigation of DOE forming unimodal complex distributions // Proc. SPIE. 1997. **3134**. P. 357.
3. **Doskolovich L. L., Perlo P., Petrova O. I. et al.** Calculation of quantized DOEs on the basis of a continuous series approach // Proc. SPIE. 1998. **3348**. P. 37.
4. **Cohn R. W., Liang M.** Pseudorandom phase-only encoding of real-time spatial light modulators // Appl. Opt. 1996. **35**(14). P. 2488.
5. **Kirk J. P., Jones A. L.** Phase-only complex-valued spatial filters // JOSA. 1971. **61**(8). P. 1023.
6. **Soifer V. A., Golub M. A.** Laser Beam Mode Selection by Computer-Generated Holograms. Boca Raton: CRC Press, U. S., 1994.
7. **Zhon M., Lin D., Cui Z. et al.** Design of diffractive optical elements based on several simple formulas // Opt. Eng. 1998. **37**(5). P. 1488.
8. **Berezny A. E., Karpeev S. V., Uspleniev G. V.** Computer-generated holographic optical elements produced by photolithography // Opt. & Laser Eng. 1991. **15**(5). P. 331.
9. **Haskell R. E., Culver B. C.** New coding technique for computer-generated holograms // Appl. Opt. 1972. **11**(11). P. 2712.
10. **Chu D. C., Fienup J. R.** Recent approach to computer-generated holograms // Opt. Eng. 1974. **13**(3). P. 189.
11. **Kotlyar V. V., Khonina S. N., Soifer V. A.** Generalized Hermite beams in free space // Optik. 1998. **108**(1). P. 20.
12. **Хонина С. Н., Котляр В. В., Соифер В. А. и др.** Формирование мод Гаусса – Эрмита с помощью бинарных ДОО. 1. Моделирование и эксперимент. Компьютерная оптика. Самара: ИСОИ РАН, 1998. Вып. 18. С. 24.
13. **Paakkonen P., Lautanen J., Honkanen M. et al.** Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics // J. Mod. Opt. 1998. **45**(11). P. 2355.
14. **Wyrowski F.** Modulation schemes of phase gratings // Opt. Eng. 1992. **31**(2). P. 251.
15. **Burns T. J., Fielding K. H., Rogers S. K. et al.** Optical Haar wavelet transform // Ibid. **31**(9). P. 1852.

Поступила в редакцию 15 февраля 1999 г.