

УДК 535.42 : 535.31 : 53.082.5

В. Г. Магурин, В. А. Тарлыков

(Санкт-Петербург)

**ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНОГО ДЕФЕКТА МНОГОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ
НА СТРУКТУРУ ДИФРАКЦИОННОЙ КАРТИНЫ ФРАУНГОФЕРА
КРУГЛОГО ОТВЕРСТИЯ**

Предложена методика, объясняющая схему формирования структуры дифракционной картины (ДК) круглого отверстия при наличии одиночного локального дефекта многоугольной формы с помощью системы образов и терминов геометрической теории дифракции (ГТД). Модуляция интенсивности ДК имеет четко выраженный локальный характер, выделяются зоны влияния дифракционных волн ребер дефекта (яркие «лучи») и более темные зоны влияния волн угловых точек дефекта (между «лучами»). Линии, вдоль которых группируются минимумы распределения интенсивности (линии структуры ДК) – кривые второго порядка, причем данные линии являются локальными: соответствуют структуре ДК в пределах «собственной» зоны. Высшая точечная группа симметрии ДК апертуры с нецентральной дефектом – $2m$; низшая – 2.

Введение. Наиболее распространенной формой отверстия в технике является круглая, что в основном обусловлено спецификой построения технологического процесса изготовления изделия. Один из видов нарушения контура отверстия в процессе его изготовления – появление локального дефекта. Механизмы образования и возможные модели дефектов контура отверстия приведены в [1]. Для контроля качества отверстий, диаметры которых находятся в диапазоне от единиц до сотен микрометров, наибольшее распространение получили оптические приборы – микроскопы и проекторы, но при их применении возникают проблемы, связанные, в частности, с ограниченной точностью контроля (единицы микрометров), малой глубиной резкости, необходимостью точного позиционирования и фиксации изделия. Использование дифракционного метода контроля практически снимает ряд ограничений, присущих визуальным методам контроля. Кроме того, дифракционный метод обладает высокой чувствительностью к нарушениям формы контура отверстия – дефектам, что позволяет говорить о перспективности его использования для контроля геометрии контура.

Наличие локального дефекта приводит к существенному изменению структуры дифракционной картины (ДК) отверстия. Так, при наличии даже единственного локального дефекта в распределении интенсивности ДК наблюдается дополнительная модуляция [2], экстремумы которой лежат вдоль конфокальных кривых второго порядка. (Дефект рассматривался как точечный с характерным размером a , много меньше радиуса апертуры R .) Однако,

как показывают расчеты и экспериментальное исследование, уже при отношении R/a порядка 10–15 форма дефекта начинает оказывать заметное влияние на вид ДК.

Учет формы дефекта существенно повышает сложность дифракционной задачи, поэтому в целях систематизации различных аспектов ее рассмотрения введем следующую классификацию круглых апертур с единственным локальным дефектом по геометрическим параметрам, симметрии и топологии:

- I. По параметрам дефекта:
 - 1) размеру: а) крупный ($R/a < 5$); б) малый ($R/a > 5$);
 - 2) форме контура: а) гладкая кривая; б) ломаная линия; в) смешанный случай;
 - 3) симметрии: а) симметричный (точечная группа симметрии $G_\sigma > 1$); б) асимметричный ($G_\sigma = 1$);
 - 4) положению относительно главной апертуры: а) внешний (дефект-отверстие); б) внутренний (дефект-экран).
- II. По параметрам составной фигуры (апертура и дефект):
 - 1) связности: а) односвязная (дефект краевой); б) неодносвязная (дефект «оторван» от края апертуры);
 - 2) симметрии: а) асимметричная (точечная группа симметрии $G_{\Sigma+\sigma} = 1$); б) зеркально-симметричная ($G_{\Sigma+\sigma} = 1m$); в) $G_{\Sigma+\sigma} = G_\sigma$ (для апертур с дефектом в центре).

Цель данной работы – выявление особенностей формирования структуры распределения интенсивности дифракционного поля круглой апертуры с единственным локальным дефектом многоугольной формы.

Механизмы формирования дифракционных полей дефектов с гладким и ломаными контурами существенно отличаются [3–6], и в рамках одной работы целесообразно рассматривать только один из этих классов.

Под термином «структура ДК» будем понимать набор линий, вдоль которых группируются экстремумы распределения интенсивности ДК.

При рассмотрении дифракционной задачи примем следующие допущения: а) исходное излучение – плоская монохроматическая волна, нормально падающая на плоскость апертуры; б) глубина отверстия h мала, т. е. $2R \gg \sqrt{\lambda h}$; в) плоскости апертуры и ДК параллельны.

В качестве основной системы координат будем использовать сферическую (r_0, θ, ϕ) , начало которой расположено в центре апертуры. В плоскости ДК введем полярную систему координат $r = k \sin \theta, \phi$.

Общие сведения о структуре дифракционной картины. Для апертуры круглой формы при наличии дефекта комплексная амплитуда дифракционного поля в дальней зоне может быть представлена следующим образом:

$$U(\theta, \phi) = \int_{\Sigma \pm \sigma} \exp\{-jk[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \phi)]\} \rho d\rho d\varphi = \frac{2J_1(kR \sin \theta)}{kR \sin \theta} \pm U_\sigma(\theta, \phi).$$

Здесь Σ – поверхность апертуры; σ – поверхность дефекта (знак «+» соответствует внешнему дефекту, пропускающему дополнительную долю излучения, «–» – внутреннему, экранирующему); j – мнимая единица; k – волновое число; J_1 – функция Бесселя первого рода первого порядка.

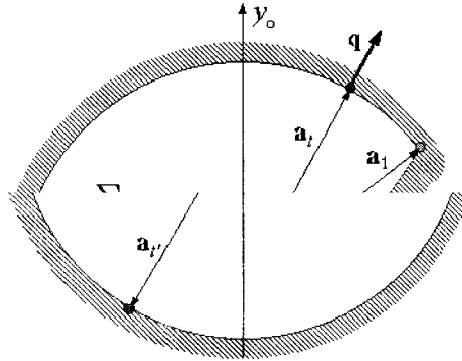


Рис. 1. ГТД-модель точечных источников круглой апертуры с треугольным локальным дефектом

В рассматриваемом случае многоугольного дефекта амплитуда дифракционного поля [3]

$$U_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^N \frac{(\mathbf{q} \times \mathbf{n}_i)}{(\mathbf{q} \times \mathbf{n}_i)^2 + (\mathbf{q} \times \mathbf{l}_i)^2} \left(\frac{\exp[-jk(\mathbf{q} \times \mathbf{a}_i)] - \exp[-jk(\mathbf{q} \times \mathbf{a}_{i-1})]}{(\mathbf{q} \times \mathbf{l}_i)} \right), \quad (1)$$

где N – число ребер дефекта; \mathbf{n}_i и \mathbf{l}_i – единичные векторы нормали и касательной к i -му ребру дефекта; \mathbf{a}_i – радиус-вектор i -й угловой точки дефекта; $\mathbf{q} = (1, \theta, \phi)$ – орт направления наблюдения (рис. 1).

Основным элементом структуры ДК отверстия является система концентрических колец Эйри, а влияние дефекта должно проявляться в зоне пересечения дифракционных полей отверстия и дефекта в виде модуляции интенсивности. В соответствии с этим в ДК можно выделить ряд характерных зон. В первую очередь это яркие «лучи» (зоны I на рис. 2). Число лучей равно числу ребер дефекта, и они ориентированы вдоль нормалей к ним [3]. Ширина «лучей» обратно пропорциональна длинам соответствующих ребер. Между «лучами» (зоны II) интенсивность существенно слабее, глубина модуляции мала по сравнению с зонами «лучей».

Характер модуляции вдоль дифракционных колец можно определить с помощью выражения (1). Однако с точки зрения оценки вли-

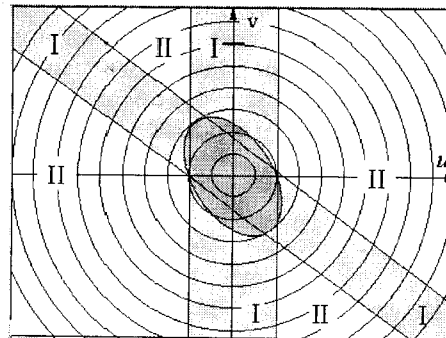


Рис. 2. Характерные зоны дифракционной картины Фраунгофера круглой апертуры с треугольным дефектом

яния формы контура дефекта на вид ДК целесообразно воспользоваться системой образов и терминов ГТД [3]. Процесс формирования дифракционного поля в дальней зоне в ГТД рассматривается как интерференция первичных дифракционных волн. Ребра дефекта в направлении нормали излучают цилиндрические волны, затухающие пропорционально r^{-2} [4]. Поскольку тороидальная краевая волна апертуры затухает гораздо быстрее ($\sim r^{-3}$), то максимумы интерференции цилиндрических волн образуют характерные яркие «лучи». Поле между «лучами» принимает характерный вид в результате интерференции слабых сферических волн угловых точек контура дефекта ($\sim r^{-4}$) и краевой волны апертуры. Центральная зона картины, где «лучи» перекрываются, соответствует главному лепестку дифракционного поля дефекта. Распределение амплитуды дифракционного поля многоугольника в пределах зоны $k \sin \theta < \pi/2a$ имеет эллиптическую форму с практически постоянной фазой [5]. Для малого дефекта данная зона занимает значительную часть площади картины, и структура ДК может быть определена с помощью модели «точечного» дефекта [2].

В целях определения параметров линий структуры в областях I и II (см. рис. 2) сформулируем геометрическую модель системы интерферирующих дифракционных волн, учитывающую особенности задачи.

ГТД-модель. При построении геометрической модели дифракции на апертуре каждому из дифрагировавших в направлении \mathbf{q} лучей ставится в соответствие точечный источник излучения, располагаемый в точке выхода луча моделируемой волны (см. рис. 1). Положение точечного источника задается с помощью радиуса-вектора \mathbf{a}_j . Задачу будем рассматривать как двумерную (в плоскости $r = k \sin \theta, \phi$).

При рассмотрении дифракции в дальней зоне учитывается интерференция только тех пар лучей, которые идут в одном направлении (θ, ϕ) . Разность их эйконолов, определяющая результат интерференции, равна длине проекции разности радиусов-векторов источников на данное направление; следовательно, разность фаз δ_{ij} равна $[\mathbf{k}(\mathbf{a}_j - \mathbf{a}_i)]$, где $\mathbf{a}_i = (a_i, \alpha_i)$ и $\mathbf{a}_j = (a_j, \alpha_j)$ – радиусы-векторы интерферирующих источников; вектор $\mathbf{k} = (k \sin \theta, \phi)$.

Таким образом,

$$\delta_{ij} = [\mathbf{k}(\mathbf{a}_j - \mathbf{a}_i)] = k \sin \theta [a_i \cos(\phi - \alpha_i) - a_j \cos(\phi - \alpha_j)].$$

Угловые точки дефекта являются источниками сферических волн. Для тороидальной краевой волны главной апертуры на контуре имеется два моделирующих источника, расположенных в тех точках контура, где нормаль параллельна и соответственно антипараллельна вектору \mathbf{q} .

Моделирующие источники цилиндрических волн ребер дефекта расположены в серединах соответствующих ребер. Подобный выбор следует из выражения (1), которое преобразуется в форму, представляющую собой сумму излучения отдельных ребер:

$$U_{\sigma}(\theta, \phi) = \frac{j}{k \sin^2 \theta} \sum_{i=1}^N (\mathbf{q} \times \mathbf{n}_i) L_i \frac{\sin \left[k \frac{L_i}{2} (\mathbf{q} \times \mathbf{l}_i) \right]}{k \frac{L_i}{2} (\mathbf{q} \times \mathbf{l}_i)} \exp[-jk(\mathbf{q} \times \mathbf{a}_{ci})]. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{a}_{ci} = (\mathbf{a}_i + \mathbf{a}_{i+1})/2$ – радиус-вектор центра i -го ребра; L_i – длина i -го ребра. Фаза i -го слагаемого выражения (2) равна (с точностью до константы) $k(\mathbf{q} \times \mathbf{a}_{ci}) = k \sin \theta \cdot a_{ci} \cos(\phi - \alpha_{ci})$, что совпадает с принятым в данной модели выражением для фазы волны моделирующего источника, расположенного в точке (a_{ci}, α_{ci}) плоскости апертуры.

После определения положения точечных источников для каждого из них построим зоны его эффективного влияния на структуру ДК в соответствии с информацией о виде, мощности и скорости затухания моделируемой дифракционной волны.

Процессом, определяющим структуру ДК, является интерференция двух противоположных участков тороидальной волны контура апертуры друг с другом и со всеми прочими дифракционными волнами. Последние существенно слабее, поэтому их взаимную интерференцию можно не рассматривать за исключением краевых волн от параллельных ребер дефекта, если таковые имеются. Таким образом, примем, что источники, моделирующие цилиндрические волны сторон дефекта, действуют только в зонах «лучей» (зоны I на рис. 2), а источники угловых точек – вне зоны «лучей» (зоны II).

Структура дифракционной картины по ГТД-модели. Структура ДК определяется формой линий постоянной разности фаз дифракционных волн, вдоль которых располагаются минимумы распределения интенсивности, на локализацию которых распределение амплитуды интерферирующих волн не оказывает влияния.

Для источников на контуре апертуры радиусы-векторы $\mathbf{a}_i = (R, \phi)$ и $\mathbf{a}_{i'} = (R, \phi + \pi)$. Разность фаз их волн $\delta = 2k \sin \theta \cdot R = 2Rr$, следовательно, эквивалентные линии $r = \delta/2R$ – концентрические окружности, соответствующие кольцам Эйри.

Разность фаз волн контура апертуры и дефекта равна $\delta_i = Rr[1 \pm e_i \times \cos(\phi - \alpha_i)]$, где $e_i = a_i/R$; знак «–» соответствует точке контура отверстия (R, ϕ) , а «+» – точке $(R, \phi + \pi)$. Линии постоянной разности фаз этих волн

$$r(\phi) = \frac{\delta_i}{R[1 \pm e_i \cos(\phi - \alpha_i)]} - \text{два семейства кривых второго порядка, фокус кото-}$$

рых находится в центре картины, эксцентриситет равен e_i , угол наклона – главной оси α_i , а величина δ_i/R играет роль масштабного множителя. Семейства линий, соответствующих интерференции i -й волны дефекта с волнами противоположных точек апертуры, геометрически подобны и отличаются лишь знаком величины e_i , т. е. развернуты относительно друг друга на угол π .

Таким образом, в структуре распределения интенсивности ДК круглой апертуры с многоугольным дефектом могут присутствовать кривые второго порядка – эллипсы, параболы, гиперболы. Похожая ситуация наблюдается и для точечного дефекта [2]. Принципиальное отличие заключается в том, что для точечного дефекта на всей площади ДК ее структуру определяет только один тип геометрически подобных кривых – эллипсы или гиперболы, а в случае многоугольного дефекта кривые имеют локальный характер, определяя структуру поля лишь в пределах «собственных» зон ДК. И кроме того, в структуре ДК могут появляться параболы (эксцентриситет равен единице). Их наличие обусловлено точечными источниками, расположенными в местах пересечения контура дефекта и отверстия. При этом на картине будут присутствовать линии и других типов: гиперболы, соответствующие источникам, расположенным на дефекте, вне контура апертуры, и эллипсы – для

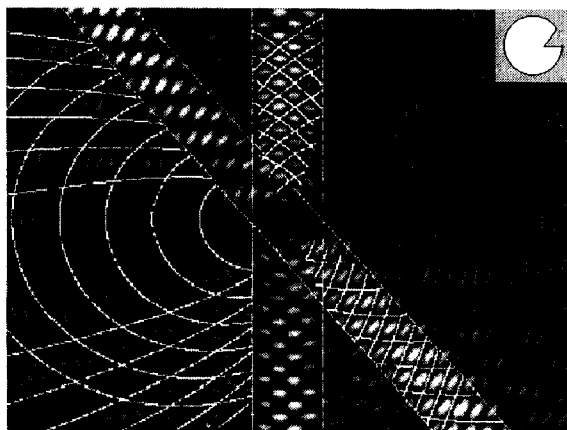


Рис. 3. Линии структуры дифракционной картины Фраунгофера круглой апертуры с треугольным дефектом. В пределах зоны I нанесено по два семейства эллипсов, соответствующих точечным источникам a_{c1} и a_{c2} , в зоне II – два семейства парабол, соответствующих источникам a_1 и a_3 , и семейство эллипсов, соответствующих источнику a_2

источников дефекта, расположенных внутри контура. Общее количество семейств линий также существенно возрастает. Вместо двух семейств в случае точечного дефекта их насчитывается уже $2(2N - 1)$ для многоугольного краевого дефекта и $4N$ для «оторванного» дефекта.

Рассмотрим структуру ДК апертуры с треугольным краевым дефектом (группа симметрии дефекта $G_\sigma = 1$) (рис. 3). Для нее вводится пять модельных источников дифракционных волн: два – в серединах ребер и три – в вершинах (см. рис. 1). Следовательно, линии постоянной разности фаз данных волн совместно с тороидальной волной апертуры образуют десять семейств. Два семейства линий, соответствующих нижнему ребру дефекта, существуют в пределах вертикального «луча» и представляют собой дуги эллипсов, эксцентриситет которых равен отношению длины радиуса-вектора центра ребра a_{c2} к радиусу апертуры R , главные оси развернуты на углы α_{c2} и $\alpha_{c2} + \pi$. Аналогичная ситуация имеет место и для диагонального «луча».

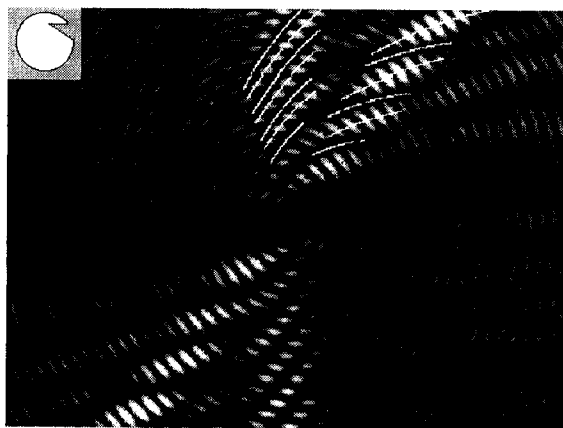


Рис. 4. Дифракционная картина Фраунгофера круглой апертуры с асимметричным треугольным дефектом

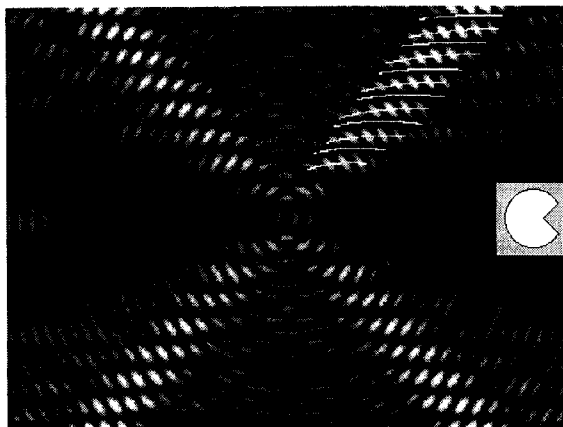


Рис. 5. Дифракционная картина Фраунгофера круглой апертуры с симметричным треугольным дефектом

Линии постоянной разности фаз, соответствующие источникам в угловых точках, образуют шесть семейств вне зон «лучей». Источники, расположенные на контуре апертуры, порождают параболы (их эксцентриситет $a_1/R = a_3/R = 1$), источник, расположенный в центральной вершине, – эллипсы (эксцентриситет $a_2/R < 1$).

Следует отметить, что линии, вдоль которых группируются локальные максимумы интенсивности ДК, могут не совпадать с линиями структуры, так как на их форму оказывает влияние не только фаза, но и амплитуда дифракционных волн. Для цилиндрических волн ребер дефекта это влияние сказывается таким образом, что моделирующий источник как бы смещается в сторону геометрического центра дефекта, что вызывает соответствующее изменение параметров кривой (рис. 4 и 5).

На рис. 6 представлена ДК при наличии квадратного дефекта. Ее характерная особенность – дополнительная модуляция вдоль вертикального «луча», обусловленная взаимной интерференцией волн параллельных сторон дефекта. Период модуляции обратно пропорционален размеру дефекта.

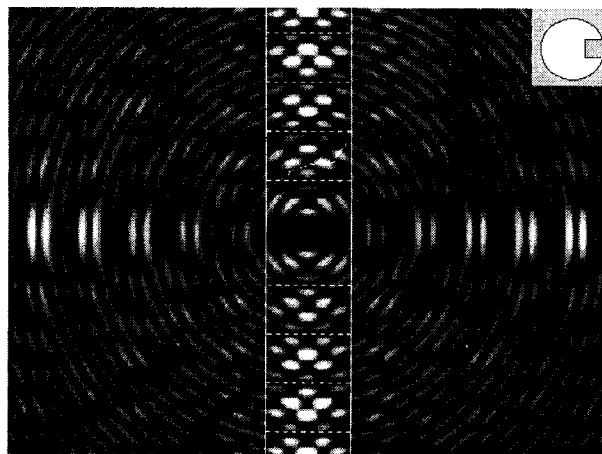


Рис. 6. Дифракционная картина Фраунгофера круглой апертуры с квадратным локальным дефектом

Симметрия ДК Фраунгофера связана с симметрией порождающих апертур простым соотношением: точечная группа симметрии ДК равна удвоенной точечной группе симметрии апертуры, если последняя нечетная, и совпадает – в случае четной [7, 8]. Применительно к апертурам с единственным нецентральный локальным дефектом точечная группа симметрии $G_{\Sigma+\sigma} = 1$ или $G_{\Sigma+\sigma} = 1m$. Следовательно, группы симметрии дифракционной картины $G_{\text{ДК}} = 2$ и $G_{\text{ДК}} = 2m$. (На рис. 3 и 4 $G_{\Sigma+\sigma} = 1, G_{\text{ДК}} = 2$, на рис. 5 и 6 $G_{\Sigma+\sigma} = 1m, G_{\text{ДК}} = 2m$.)

Заключение. Рассмотрена методика формирования структуры ДК круглого отверстия при наличии одиночного локального дефекта многоугольной формы с помощью системы образов и терминов ГТД.

Основные особенности дифракционной картины подобных апертур:

– модуляция интенсивности ДК имеет четко выраженный локальный характер, выделяются зоны влияния дифракционных волн ребер дефекта («лучи») и зоны влияния волн угловых точек дефекта (между «лучами»);

– линии, вдоль которых группируются минимумы распределения интенсивности (линии структуры ДК), – кривые второго порядка, причем данные линии являются локальными (соответствуют структуре ДК в пределах «собственной» зоны);

– для всей ДК одновременно возможно присутствие не более двух типов структурных линий (первый тип – эллипсы и гиперболы для внутреннего и внешнего дефектов соответственно, второй – параболы, возникающие только в случае краевого дефекта);

– общее количество семейств кривых с одинаковыми эксцентриситетом и наклоном равно удвоенной сумме чисел угловых точек и ребер дефекта;

– высшая точечная группа симметрии ДК апертуры с нецентральный дефектом – $2m$; низшая – 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарлыков В. А., Кийко В. В. Дифрактометрия микроотверстий с локальными дефектами // Дефектоскопия. 1988. № 11. С. 16.
2. Звонарев С. Л., Тарлыков В. А. Структура дифракционного спектра круглого отверстия с локальным дефектом // Автометрия. 1995. № 2. С. 33.
3. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978.
4. Ленский А. В. Об аподизирующем влиянии формы контура зрачка // Оптика и спектроскопия. 1989. 67, № 6. С. 1380.
5. Silitto W. Fraunhofer diffraction at straight-edged apertures // JOSA. 1979. 69, N 5. P. 765.
6. Varna A. Fraunhofer diffraction patterns of apodized semicircular apertures // Opt. Commun. 1978. 26, N 3. P. 284.
7. Гехт Э. Свойства симметрии в картинах дифракции Фраунгофера // УФН. 1973. 111, вып. 2. С. 355.
8. Komrska J. Fraunhofer diffraction at apertures in the form of regular polygons. I. // Opt. Acta. 1972. 19, N 10. P. 807.