

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 3

2000

УДК 535.4 : 617.741

Г. А. Ленкова
(Новосибирск)

К ВОПРОСУ О БЕЗАБЕРРАЦИОННЫХ
ДИФРАКЦИОННЫХ ЛИНЗАХ

Проведен анализ влияния положения предмета (до или после линзы) на характеристическое уравнение дифракционных линз (ДЛ), формирующих безабберационное изображение точечного объекта. В уравнение введен безразмерный корректирующий коэффициент, зависящий от параметров оптической схемы и характеризующий отклонение топологии зон ДЛ от топологии обычной зонной пластинки Френеля. Пределы изменения коэффициента – от 0,25 до ∞ .

Введение. В простейшей дифракционной линзе (ДЛ) независимо от вида микроструктуры (амплитудная, фазовая) и формы профиля (киноформный, пилообразный, или бинарный) радиусы зон так же, как и в зонной пластинке [1] или в фазовой линзе Френеля [2], соответствуют правилу Ньютона, т. е. пропорциональны квадратным корням из последовательности целых чисел $1, 2, \dots, k$ (k – номер зоны). Такая линза дает безабберационное изображение в параксиальной области при освещении параллельным пучком. Применение линзы в других условиях приводит к появлению aberrаций. Для исключения aberrаций должны быть внесены поправки в расположение зон. Эта задача в общем виде рассматривалась ранее (например, в [3–6]).

Дифракционные линзы могут применяться как самостоятельные элементы [7], так и в виде компонентов гибридных (дифракционно-рефракционных) конструкций. Нас интересовало в первую очередь применение ДЛ как компонента в гибридных бифокальных интраокулярных линзах (ИОЛ), т. е. в искусственных хрусталиках глаза [8]. В известных работах по гибридным ИОЛ [2] дифракционный компонент представляет обычную фазовую линзу Френеля. Однако в данном случае ДЛ работает в сходящемся световом пучке и возникает вопрос о правомерности применения линзы Френеля.

Цель статьи – исследование особенностей влияния взаимного положения предмета и изображения на характеристическое уравнение дифракционных структур, формирующих безабберационное изображение точечных объектов. Задачей статьи является также представление характеристического уравнения в виде, удобном для сравнения с линзой Френеля и введения изменений в радиусы зон для компенсации волновых aberrаций сопутствующих оптических элементов (подложек, рефракционных линз, зеркал и т. д.).

В работе исследуется только топология зон, от которой зависит качество изображения, и не рассматривается форма профиля структуры ДЛ, опреде-

ляющая дифракционную эффективность линзы. Предполагается, что ДЛ имеет пренебрежимо малую толщину.

Далее будут анализироваться ДЛ, работающие в гомоцентрических расходящихся и сходящихся пучках, характеризующихся общей точкой пересечения лучей на оптической оси, и в параллельных пучках, для которых точка схождения находится в бесконечности. ДЛ для внесосевых параллельных пучков рассматривались, например, в [9].

В различных оптических системах ДЛ может служить положительной (собирающей) или отрицательной (рассеивающей) линзой. В первом случае рабочими будут положительные порядки дифракции, а во втором – отрицательные. В зависимости от назначения ДЛ предмет и изображение могут быть реальными и мнимыми и располагаться во всем пространстве до и после линзы.

Ниже будет показано, что для всех возможных взаимных расположений предметов и изображений (реальных и мнимых) существует только два аналитических вида характеристических уравнений для расчета границ зон ДЛ в зависимости от того, где расположен предмет по отношению к линзе – до или после. Если предмет точечный, то последнее равнозначно тому, что на линзу падает соответственно расходящийся или сходящийся гомоцентрический пучок.

ДЛ в расходящемся пучке применяются, например, в одноплечевых интерферометрах, основанных на зонных пластинках и предназначенных для контроля формы зеркал (сферических и асферических) с высокой точностью [7]. Расположение ДЛ в сходящемся пучке имеет место, как упомянуто выше, когда она является составной частью гибридной (рефракционно-дифракционной) оптики или применяется в качестве компонента интраокулярной линзы [8]. В первом случае сходящийся пучок создается предшествующей рефракционной частью, а во втором – роговицей глаза и рефракционным компонентом.

1. Аналитический расчет топологии зон ДЛ. Рассмотрим построение зон для произвольного положения предмета и изображения относительно линзы на примере положительной ДЛ. Пусть предмет находится в точке A_1 , а изображение – в точке A_2 (рис. 1, 2). Задача состоит в том, чтобы рассчитать ДЛ, которая формирует изображение без нарушения гомоцентричности пучка.

Проведем дуги окружностей с центрами в точках A_1 и A_2 , касательные к поверхности ДЛ. Радиусы кривизны этих дуг равны S_1 и S_2 , т. е. расстояниям от предмета и изображения до линзы. Для сохранения гомоцентричности пучка приращение длины лучей $\delta' \pm \delta$, проходящих через край k -й зоны с ра-

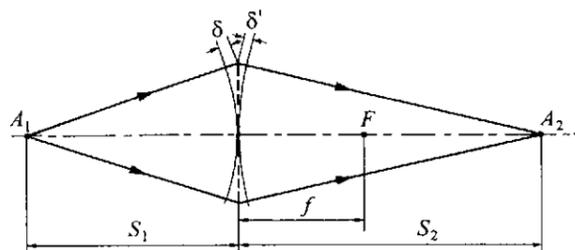


Рис. 1. Дифракционная линза в расходящемся пучке: F , f – задние фокальная точка и фокусное расстояние; A_1 , A_2 и S_1 , S_2 – предмет, изображение и их расстояния от ДЛ

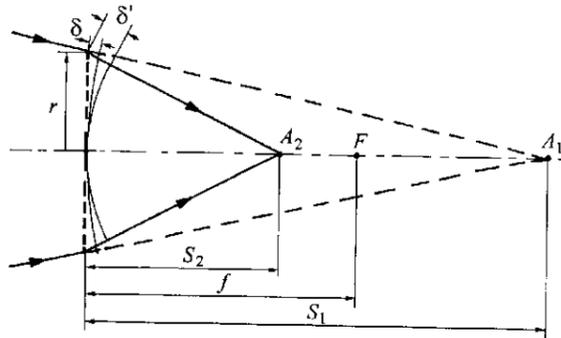


Рис. 2. Дифракционная линза в сходящемся пучке. Обозначения те же, что и на рис. 1

диусом r , должно соответствовать оптической задержке, кратной длине волны:

$$\delta' \pm \delta = k\lambda_0/n, \quad (1)$$

где λ_0 — длина волны в вакууме; n — показатель преломления среды. В выражении (1) и далее верхний и нижний знаки относятся соответственно к схемам с расходящимся (см. рис. 1) и сходящимся (см. рис. 2) пучками.

Выразим формулу (1) через параметры схем на рис. 1 и 2:

$$k(\lambda_0/n) = (\sqrt{S_2^2 + r^2} - S_2) \pm (\sqrt{S_1^2 + r^2} - S_1). \quad (2)$$

После разложения корней в ряд в первом приближении при $(r/S_1) < 1$ и $(r/S_2) < 1$ выражение (2) переходит в следующее уравнение:

$$k(\lambda_0/n) = (r^2/2)[1/S_2 \pm 1/S_1] - (r^4/8)[1/S_2^3 \pm 1/S_1^3]. \quad (3)$$

Принимая во внимание известную формулу Гаусса для сопряженных точек (без учета правила знаков)

$$1/S_2 \pm 1/S_1 = (1/f), \quad (4)$$

где f — фокусное расстояние ДЛ, преобразуем выражение (3) в формулу

$$k(\lambda_0/n) = (r^2/2f) - (r^4/8f^3)[3f^2/S_1^2 \mp 3f/S_1 + 1]. \quad (5)$$

Решая (5) относительно r , получаем при $(r/S_1) < 1$

$$r^2 = 2fk(\lambda_0/n) + k^2(\lambda_0^2/n^2)[3f^2/S_1^2 \mp 3f/S_1 + 1]. \quad (6)$$

2. Анализ влияния положения предмета на характеристическое уравнение ДЛ. Представим формулы (6) и (5) в общем виде:

$$r^2 = 2fk\lambda + ck^2\lambda^2, \quad (7)$$

$$k\lambda = (r^2/2f) - c(r^4/8f^3), \quad (8)$$

Рис. 3. Изменение безразмерного коэффициента c в зависимости от соотношения между расстоянием от предмета до линзы и фокусным расстоянием для схем с гомоцентрическим расходящимся (1) и сходящимся (2) пучками

где $\lambda = \lambda_0/n$; c – безразмерный коэффициент, связанный с формой входящего пучка (параллельный, расходящийся, сходящийся) и параметрами схемы (f – фокусное расстояние, S_1 – расстояние от предмета до линзы).

Рассмотрим, как зависит коэффициент c от конфигурации входящего пучка и параметров схемы. На рис. 3 показано графически изменение c в случае расходящегося ($c = 3f^2/S_1^2 - 3f/S_1 + 1$) и сходящегося ($c = 3f^2/S_1^2 + 3f/S_1 + 1$) пучков в зависимости от отношения S_1/f . При $S_1 \rightarrow \infty$, а в первом случае также при $S_1 \rightarrow f$ пучки приближаются к параллельной конфигурации, а $c \rightarrow 1$, и, следовательно, формулы (7) и (8) переходят в известные соотношения для построения зон дифракционной линзы [5]:

$$r^2 = 2fk\lambda + k^2\lambda^2, \quad (9)$$

$$k\lambda = r^2/fk\lambda - r^4/8f^3. \quad (10)$$

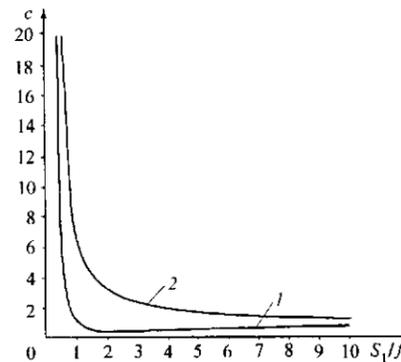
Если $r \ll f$, то получаем формулу фазовой линзы Френеля или зонной пластинки:

$$r^2 = 2fk\lambda. \quad (11)$$

Заметим, что в случае расходящегося пучка (предмет действительный, расположенный перед линзой) при уменьшении отношения S_1/f в интервале $\infty \geq S_1/f \geq 2$ значение c постепенно также уменьшается до минимального значения $c = 0,25$. Затем c начинает увеличиваться и при $(S_1/f) = 1$ принимает значение $c = 1$, которое соответствует положению предмета в фокусе и параллельному выходящему пучку. При дальнейшем уменьшении S_1 ($(S_1/f) < 1$) коэффициент c резко возрастает. Для сходящегося пучка (предмет мнимый, расположенный после линзы) при всех расстояниях S_1 от предмета до линзы $c \geq 1$.

Определим предельно допустимые значения радиусов зон r и отношений r/f , при которых можно не учитывать коэффициент c и рассчитывать зоны ДЛ по формуле (11) независимо от конфигурации пучка и параметров схемы. Из сравнения (8) и (11) видно, что сферическая абберация, которая будет наблюдаться, если ДЛ, рассчитанная для параллельного пучка (см. (11)), применяется в расходящемся или сходящемся пучке, составляет:

$$\Delta(k\lambda) = c(r^4/8f^3). \quad (12)$$



На основании критерия Рэлея $\Delta \leq \lambda/4$ или более строгого критерия $\Delta \leq \lambda/10$ составляем подобно [10] соотношения

$$c(r^4/8f^3) \leq \lambda/4; \quad c(r^4/8f^3) \leq \lambda/10. \quad (13)$$

Из выражения (13) находим

$$r \leq \sqrt[4]{2f^3\lambda/c}; \quad r \leq \sqrt[4]{4f^3\lambda/5c}, \quad (14)$$

$$r/f \leq \sqrt[4]{2\lambda/fc}; \quad r/f \leq \sqrt[4]{4\lambda/5fc}. \quad (15)$$

Аналогично определяются допустимые значения r и r/f , при которых можно рассчитывать радиусы зон по формуле (9), подставляя в выражения (14) и (15) $c-1$ вместо c .

Из рис. 3 видно, что коэффициент c может принимать довольно большие значения и, следовательно, существенно влиять на ограничение диаметра и относительного отверстия линзы (см. (14) и (15)). Например, для дифракционной интраокулярной линзы с оптической силой 17,2 дптр ($f = 77,5$ мм) при $S_1 = 27,1$ мм, $\lambda_0 = 0,5893 \cdot 10^{-3}$ мм, $n = 1,336$ будем иметь $c = 34$ и допуск на радиус линзы $r \leq 2$; $r \leq 1,6$ мм, или $r/f \leq 0,026$; $r/f \leq 0,021$. Расчет по формулам (7), (8) позволяет расширить допуск на апертуру не менее чем в 5 раз. При $r/f > 0,1$ следует принимать во внимание более высокие степени разложения корней в ряд (3) или производить расчет зон по точным формулам типа (2).

Возвращаясь к формулам (7) и (8), заметим, что представление r^2 и $k\lambda$ в форме с безразмерным коэффициентом c объединяет известные уравнения для расчета радиусов зон ДЛ. Если $c = 0$, то выражения (7) и (8) переходят в соотношения для фазовой линзы Френеля. При $c = 1$ получаем уравнения (9), (10) для ДЛ, работающих в параллельных входящих или выходящих пучках. Значение $0 < c < 1$ характерно для работы ДЛ в расходящемся пучке в интервале предметных расстояний $1 < S_1/f < \infty$. Минимальное значение $c = 0,25$ достигается, когда предмет и изображение находятся на двойном фокусном расстоянии. Во всех других случаях $c > 1$.

Можно сказать, что коэффициент c характеризует степень отклонения топологии зон безабберационной ДЛ от правила Ньютона (см. (11)) или от зон ДЛ для параллельного пучка (см. (9), (10)), а также величину сферических aberrаций, которые возникли бы в случае применения зонной пластинки вместо специально рассчитанной ДЛ. В коэффициент c может быть введена сферическая aberrация, согласованная с фокусным расстоянием ДЛ, которая компенсирует также aberrации рефракционного компонента [11] или асферичность волнового фронта.

Выше сделаны выводы и дан анализ характеристических уравнений для расчета границ зон ДЛ на примере положительных линз. Однако они верны и для расчета зон отрицательных ДЛ, но с обратным смыслом. В уравнениях (2)–(6) верхний знак будет соответствовать положению предмета после линзы (сходящийся пучок, мнимый предмет), а нижний – положению предмета до линзы (расходящийся пучок, действительный предмет).

В отличие от нашего представления коэффициент, обозначенный в [3] также через c , имеет совершенно другой смысл. Он представляет собой некоторую длину, меняя которую можно влиять на aberrации зонной пластинки. В работе [3] коэффициент c введен в формулу длины оптического пути луча,

пройденного в самой зонной пластинке, и не связан, как в нашем случае, с положением предмета относительно плоскости линзы.

Заключение. Получены аналитические выражения характеристических уравнений для расчета радиусов зон дифракционных линз, работающих в расходящихся (предмет перед линзой) и сходящихся (предмет за линзой) пучках и не нарушающих гомоцентричности пучка в пространстве изображений. Характеристические уравнения представлены в виде, удобном для сравнения с обычными формулами дифракционной линзы или зонной пластинки Френеля и для введения поправок, компенсирующих сферические aberrации сопутствующих оптических элементов типа подложек, рефракционных линз, зеркал и т. д. Проведен анализ изменения коэффициента c , характеризующего топологию зон ДЛ, в зависимости от соотношения между расстоянием от предмета до линзы и фокусным расстоянием. Пределы изменения коэффициента c – от 0,25 до ∞ . Определены допустимые значения апертур линз, при которых значение коэффициента c может сохраняться равным единице или нулю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Райский С. М. Зонная пластинка // УФН. 1952. XLVII, вып. 4. С. 515.
2. Futhey J. A. Diffractive bifocal intraocular lens // Proc. SPIE. 1989. N 1052. P. 142.
3. Слюсарев Г. Г. Расчет оптических систем. Л.: Машиностроение, 1975.
4. Коронкевич С. В. Монохроматические aberrации третьего порядка киноформного элемента // Оптика и спектроскопия. 1987. 63, вып. 3. С. 610.
5. Коронкевич В. П., Пальчикова И. Г. Современные зонные пластинки // Автометрия. 1992. № 1. С. 85.
6. Young M. Zone plates and their aberrations // JOSA. 1972. 62, N 8. P. 972.
7. Nomura T., Kamiya K., Miyashiro H. et al. Method to obtain a clear fringe pattern with a zone-plate interferometer // Appl. Opt. 1995. 34, N 13. P. 2187.
8. Коронкевич В. П., Ленкова Г. А., Исакаев И. А. и др. Бифокальная дифракционно-рефракционная интраокулярная линза // Автометрия. 1997. № 6. С. 26.
9. Ленкова Г. А. Поворотный фокусирующий киноформ // Автометрия. 1985. № 6. С. 7.
10. Ленкова Г. А. Киноформы. Синтез фазовой структуры и допустимые погрешности. Новосибирск, 1979. (Препр. /ИАиЭ СО АН СССР; 98).
11. Ленкова Г. А. Аналитический расчет сферических aberrаций модели глаза с интраокулярными линзами // Автометрия. 2000. № 3. С. 77.

*Институт автоматки и электротри СО РАН,
E-mail: lenkova@iae.nsk.su*

*Поступило в редакцию
29 апреля 1999 г.*