

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.391.2

А. М. Искольдский, С. Н. Калугин

(Екатеринбург)

МЕТОД ОБРАБОТКИ И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ СПИСКОВ\*

Предлагается метод обработки траекторий динамических систем для решения задач классификации. Метод сводится к тому, что наблюдателю предъявляется изменяющееся во времени модифицированное изображение траекторий.

**Введение.** Данная работа тесно связана с [1, 2], где вводятся согласованные с методом определения и алгоритмы обработки. Предлагается выполнить изображение траекторий некоторой динамической системы на экране монитора и предъявить его наблюдателю для последующего решения задач классификации. В частности, можно указать следующие задачи:

- 1) разделение переходных процессов и устойчивых состояний системы;
- 2) разделение изображения на составляющие, отвечающие «сигналу» и «шуму»;
- 3) выделение на изображении устойчивых структур типа стационарной точки или предельного цикла.

Рассматриваемый в работе метод может быть проиллюстрирован на примере конечной упорядоченной последовательности натуральных двоичных кодов:

$$\Omega = \{\omega_i\}_{i=1}^{N_0}, \quad (1)$$

полученной в результате аналого-цифрового преобразования напряжения бытовой сети электропитания. Обсуждение вопросов выбора режима регистрации приводится в [1]. Списку может быть поставлен в соответствие линейный список целых неотрицательных чисел:

$$X = \{x_i\}_{i=1}^{N_0}. \quad (2)$$

Выделение сигнала на изображении может быть выполнено подсчетом для каждой точки числа ее повторений в последовательности или, другими словами, прохождений через нее траектории. Считаем, что для точки, принадлежащей сигналу, характерно многократное прохождение через нее траектории при достаточно длительном времени наблюдения. Это свойство по-

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-01-00241).

зволяет задать простейший пороговый классификатор (например, точки с числом повторения более  $n$  отнесем к сигналу, а равным или меньшим  $n$  – к шуму).

Отметим, что обычно наблюдателю предъявляется статическое (неподвижное) изображение. Однако такое изображение с точки зрения физиологии зрительного восприятия не является естественным. При просмотре статических изображений глаз вынужден совершать непрерывные перемещения, чтобы предотвратить адаптацию и потерю зрительных сигналов, идущих к мозгу от этого изображения [3]. Кроме того, изображение на плоском экране монитора лишает человека ощущения глубины, естественной при наблюдении реального мира. Указанные недостатки статических изображений могут быть устранены путем создания «стереокинофильмов», отображающих динамику в виртуальном пространстве, созданном методом стереопроекции.

**Постановка задачи.** При решении ряда более сложных задач классификации формализация критерия может быть не всегда так проста, как приведенная в примере. Часто оказывается сложно даже сформулировать некоторую правдоподобную математическую гипотезу по поводу решения. Использование же наглядных изображений, создаваемых с помощью компьютера, может способствовать получению так называемой компьютерной гипотезы [4]. Таким образом, возникает задача создания таких методов изображения траекторий динамической системы в некотором виртуальном пространстве, которые указывали бы исследователю правильное направление поиска. Основные требования к таким методам – представление наблюдателю наглядного материала, способствующего рождению компьютерных гипотез по поводу решения задач классификации, и удобство получаемого изображения для восприятия.

В ряде случаев для решения поставленной выше задачи необходимо воспроизвести также динамику траекторий в созданном виртуальном пространстве. В частности, она может представлять интерес в случае решения задачи классификации переходных процессов в порождающей системе.

**Метод решения.** Исходные данные представляют собой линейный список натуральных двоичных кодов  $\Omega$  (1). Рассмотрим процедуру модификации списка  $\Omega$ . К списку  $\Omega$  применяется обратимая операция сжатия  $f$  без потери информации [1], переводящая его в список пар:

$$\Omega \xrightarrow{f} Y = \{x_i, y_i\}_{i=1}^{N_y}, \quad (3)$$

в каждой из которых на первом месте стоит целое неотрицательное число  $x_i$ , отвечающее зарегистрированному коду элемента исходного списка  $\Omega$ , а на втором – число последовательных повторений кода  $y_i$ . Поскольку неизвестно, как долго сигнал имел амплитуду  $x_1$  до начала регистрации, а также сколько времени пройдет, прежде чем изменится  $x_{N_0}$ , на этом основании следует отбросить первую и последнюю пары из  $Y$ . Ниже речь пойдет именно о таких скорректированных списках.

Для получения изображения, удобного для восприятия наблюдателем, потребуем а), чтобы размах  $\Delta_x$  списка  $Y$  по  $x$

$$\Delta_x Y = \max_i x_i - \min_i x_i, \quad i=1, \dots, N_y, \quad (4)$$

был соизмерим с размахом  $\Delta_y Y$  списка  $Y$  по  $y$

$$\Delta_y Y = \max_i y_i - \min_i y_i, \quad i=1, \dots, N_y. \quad (5)$$

Если это условие не удовлетворяется, то при  $\Delta_x Y > \Delta_y Y$  предлагается выполнить операцию отбрасывания младших разрядов кодов  $x$  (уменьшения разрядности кодов исходного списка  $\Omega$ ) и объединения соседних пар при равенстве  $x_i$  и  $x_{i+1}$  до тех пор, пока размах  $\Delta_y Y$  не превысит  $\Delta_x Y$ ; при  $\Delta_x Y < \Delta_y Y$  предлагается выполнить операцию прореживания списка  $\Omega$  до тех пор, пока размах  $\Delta_x Y$  не превысит  $\Delta_y Y$ .

К каждой паре списка  $(x_i, y_i)$  приписывается  $z_i$  – число повторений этой пары в  $Y$ . Данная операция  $g$  переводит список пар, полученных на предыдущем этапе преобразований, в список троек:

$$Y \xrightarrow{g} Z = \{x_i, y_i, z_i\}_{i=0}^{N-1}, \quad (6)$$

где  $N = N_y$ .

Заметим, что размах  $\Delta_z Z$  списка  $Z$  по  $z$  зависит от длины исходного списка, числа его различных элементов после выполнения рассмотренных выше операций. Потребуем б), чтобы размах  $\Delta_z Z$  списка  $Z$  по  $z$

$$\Delta_z Z = \max_i z_i - \min_i z_i, \quad i=1, \dots, N, \quad (7)$$

был соизмерим с размахами списка  $Z$  по  $x$  и  $y$ , которые вычислим по формулам (4) и (5). Величина размаха  $\Delta_z Z$  может быть приведена в соответствие с указанным требованием путем изменения длины исходного списка либо одновременным масштабированием (отбрасыванием младших разрядов)  $x$ - и  $y$ -компонент пар списка  $Y$ .

Из списка  $Z$  выделим  $M$  идущих подряд элементов, начиная с первого. В результате получим некоторый подсписок  $Z_1$  длины  $M$  исходного списка  $Z$ :  $Z_1 \subset Z = \{x_i, y_i, z_i\}_1^N$ . Список троек  $Z_1$  может быть представлен в декартовой прямоугольной системе координат в виде множества точек  $(x_i, y_i, z_i)$ . Над таким множеством точек могут быть выполнены операции перемещения, масштабирования, вращения и т. д. Точки, соответствующие соседним элементам списка, могут быть соединены группой точек, аппроксимирующих отрезок прямой.

Назовем статическое (неподвижное) изображение  $Z_1$  кадром. Последовательность кадров может быть получена последовательным выделением подсписков  $Z_j$  длины  $M$  из исходного списка троек  $Z$ , начиная с  $j$ -го элемента. Изменение  $j$  от 1 до  $(N - M)$  с некоторым заданным шагом позволяет получить последовательность кадров. Длина кадра  $M$  и шаг выбираются таким образом, чтобы предъявляемое изображение было удобно для восприятия. Вывод получаемых кадров дает требуемый «кинофильм».

Изображение предлагается выполнять методом стереоскопических проекций. Стереоскопическая проекция строится с использованием двух различных проекций одной и той же сцены, полученных методом линейного проективного преобразования, соответственно для левого и правого глаза. Поскольку при этом каждому глазу необходимо предъявить только свою проекцию, требуется специальное оборудование. В простейшем случае эта задача может быть решена с использованием стандартного компьютерного мони-

тора и очков с различными цветовыми фильтрами для левого и правого глаза (например, синим и красным). На экран монитора выводятся проекции для левого и правого глаза с использованием соответствующего цвета. Применение фильтров обеспечивает просмотр каждым глазом только предназначенной для него проекции. Основное ограничение метода – невозможность работы с цветным изображением – не является существенным для рассматриваемых задач классификации.

Для улучшения восприятия наблюдателем стереоизображения необходимо выполнить, например, его огранку кубом. Это, как правило, способствует лучшему восприятию глубины, а также обеспечивает наблюдателя информацией об ориентации изображения (направлении координатных осей) в случае выполнения операции вращения.

Для изображения элемента списка, отвечающего точке траектории порождающей системы, предлагается использовать некоторую объемную фигуру, например куб. При линейном проективном преобразовании близкие точки окажутся увеличенными, а удаленные – уменьшенными, что дополнит метод стереоскопических проекций для визуальной оценки наблюдателем третьей координаты изображения.

На рис. 1 приведен кадр, порожденный методом стереоскопических проекций, для списка, полученного в результате регистрации напряжения бытовой сети электропитания и модифицированного в соответствии с определенной выше процедурой. Вывод подобных кадров позволяет получить анимированное изображение траектории соответствующей динамической системы. (Просмотр данного кадра предполагается выполнять на цветном мониторе ЭВМ с использованием очков с красным цветовым фильтром для левого глаза и синим – для правого.)

Рассмотрим также в качестве примера построение изображения с помощью согласованного с ранее введенными определениями упрощенного алгоритма. Ограничимся изображением списков различного происхождения на плоскости. В частности, рассмотрим список, полученный в результате регистрации напряжения бытовой сети электропитания, и его расчетную модель, построенную с использованием машинной функции синуса. К указанным спискам  $X$  применим операцию сжатия в пары  $f$  и выравнивания  $g$  размахов  $\Delta_x$  и  $\Delta_y$ . Далее в каждом из списков  $Y$  обнулим  $x$ -компоненты тех пар, кото-

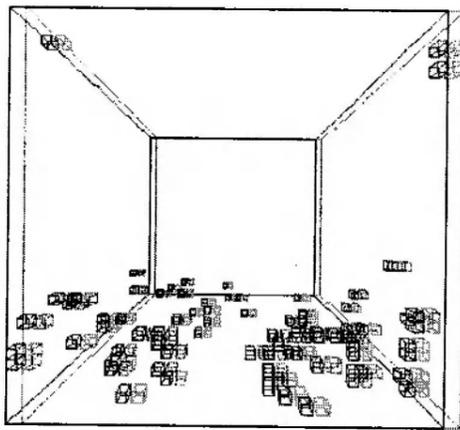


Рис. 1

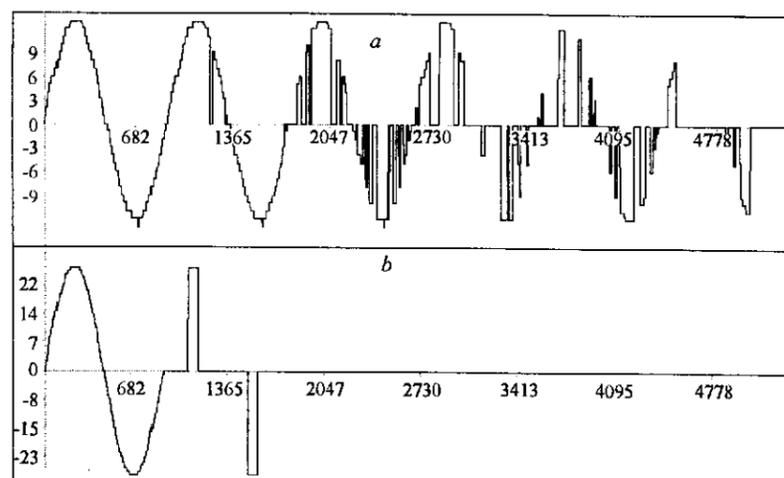


Рис. 2

рые при просмотре списка слева направо уже встретились в нем ранее более чем 2 раза. Восстановим списки  $X$  из преобразованных списков пар  $Y$ .

На рис. 2 представлены результаты применения данного алгоритма к спискам ( $a$  – зарегистрированный список,  $b$  – расчетная модель). Видно, что для списка, полученного в результате регистрации, характерно наличие остатков, обусловленных низкой воспроизводимостью измеряемого сигнала. Такие остатки, отличающие зарегистрированный список от расчетной модели, могут быть классифицированы как «шум». Таким образом, один из подходов к разделению списка на составляющие, отвечающие «сигналу» и «шуму», может заключаться в использовании введенного ранее классификатора по числу повторений.

Аналогично из рис. 1, полученного для того же зарегистрированного списка, видно, что на переднем плане кадра расположено множество точек, характеризующих низкую воспроизводимостью измеряемого сигнала. Такие точки отвечают шумовой составляющей измеряемого сигнала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Искольдский А. М. Разработка и исследование новых методов анализа результатов наблюдений в хаотической динамике. Ч. I // Автометрия. 1997. № 2.
2. Искольдский А. М. Разработка и исследование новых методов анализа результатов наблюдений в хаотической динамике. Ч. II // Автометрия. 1998. № 1.
3. Грегори Р. Л. Глаз и мозг. М.: Прогресс, 1970.
4. Фоменко А. Т. Наглядная геометрия и топология: Математические образы в реальном мире. М.: Изд-во Моск. ун-та, Изд-во «ЧеРо», 1998.

Институт электрофизики УрО РАН,  
E-mail: am1@ami.uran.ru

Поступило в редакцию  
10 января 1999 г.