

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.39 : 519.2

А. Ю. Привалов

(Самара)

ИЗМЕНЧИВОСТЬ ЗАДЕРЖКИ ПАКЕТА В СЕТИ АТМ
С ДЕТЕРМИНИРОВАННЫМ ТРАФИКОМ

Одним из показателей качества поддержки сетью АТМ некоторых ее служб является так называемая изменчивость задержки пакета, или джиттер. Этот показатель имеет значение в тех случаях, когда необходимо сохранять временные соотношения между отдельными пакетами одного соединения, проходящими через сеть. В статье представлен метод вычисления распределения вероятностей джиттера для потока постоянной скорости, проходящего через АТМ-мультиплексор. Дано определение двухточечного джиттера в стандарте АТМ. Главной особенностью рассматриваемого метода является требование, чтобы суммарная нагрузка мультиплексора была равна единице.

Введение. Одним из показателей качества поддержки сетью АТМ (Asynchronous Transfer Mode) некоторых служб, работающих в режиме реального времени, служит изменчивость задержки прохождения пакета по сети, или, как ее еще называют, джиттер. Джиттер возникает вследствие различного времени ожидания в очереди на передачу пакетов одного и того же потока в промежуточных узлах сети.

Соблюдение ограничений относительно джиттера входит в обязательные требования к качеству службы СBR-потоков (Constant Bit Rate), т. е. потоков постоянной битовой скорости. В данной статье рассмотрим джиттер, возникающий в СBR-потоке при его прохождении через АТМ-мультиплексор, в котором рассматриваемый поток конкурирует за передачу с трафиком, образованным другими СBR-потоками, предназначенными для передачи по одной и той же линии.

Определение джиттера стандартизовано организацией «АТМ-форум», объединяющей производителей оборудования АТМ-сетей. В принятом ими стандарте содержатся два определения джиттера. В данной статье рассматривается одно из них, определяющее так называемый двухточечный джиттер.

Двухточечным джиттером АТМ-пакета k между двумя данными точками A и B называется разность между задержкой пакета k при его прохождении между этими точками, которую мы обозначим w_k , и задержкой w_0 прохождения между этими же точками некоторого другого пакета, принимаемого за эталонный, т. е.

$$J_k = w_k - w_0. \quad (1)$$

В данной статье этими двумя точками являются вход и выход АТМ-мультиплексора.

Проблема анализа характеристик джиттера привлекает большое внимание исследователей (см., например, [1–3]). Подход, применяемый в данной работе, есть обобщение на двухточечный джиттер одного из подходов, использованных в [4] для анализа одноточечного джиттера, и значительно отличается от большинства использованных ранее. Так, например, в работе не используются марковские модели для описания суммарного фонового трафика сети. Кроме того, предполагается полное равноправие фоновых и меченого потоков относительно дисциплины обслуживания.

Данная работа является продолжением [5]. Одним из главных ограничений применения изложенного в статье метода является требование, чтобы нагрузка ρ в каждом узле сети была равна единице. Однако именно этот частный случай с практической точки зрения представляет особый интерес при исследовании джиттера. Во-первых, сама концепция построения сетей АТМ подразумевает работу при нагрузке, близкой к единице. Во-вторых, в настоящее время среди научных работников и инженеров, занимающихся проблемами сетей АТМ, преобладает мнение, что для СВР-потоков необходимо резервировать пропускную способность канала и не допускать взаимодействия с другими видами трафика. Если же пропускная способность будет резервироваться сообразно суммарной нагрузке СВР-трафика, то ситуация всегда будет ситуацией $\rho = 1$. В-третьих, как показывают многочисленные исследования, джиттер при $\rho = 1$ всегда «хуже», чем при $\rho < 1$, в смысле искажения начальных временных соотношений между пакетами одного потока. Все это делает исследование случая $\rho = 1$ весьма важным.

1. Математическая модель. Рассмотрим сеть, передающую пакеты единичной длины. Будем считать систему синхронной, т. е. время в системе разделено на окна $[t-1, t)$, $t \in I_1$. (Здесь и далее $I_j = \{j, j+1, \dots\}$.) Окно $[t-1, t)$ назовем окном t . При этом по любой из входных линий мультиплексора прием пакета начинается в начале окна и заканчивается непосредственно перед началом следующего окна. Передача пакета из мультиплексора тоже может начинаться только в начале окна и заканчиваться непосредственно перед началом следующего.

Пусть по одной из входных линий в мультиплексор входит периодический поток пакетов с периодом T ($T \in I_2$). Без ограничения общности можно считать, что пакет i этого потока прибывает в узел в окне $t_i = 1 + (i-1)T$. Назовем пакеты этого потока мечеными, а сам поток – меченым потоком. Джиттером этого потока мы и будем интересоваться.

Пусть по каждой из остальных входных линий в мультиплексор входят N потоков, не зависящих от меченого и друг от друга. Они конкурируют с меченым потоком за передачу из мультиплексора. Назовем их фоновыми потоками.

Будем считать, что все фоновые потоки являются так называемыми (T, M) -периодическими потоками. (T, M) -периодическим потоком называется поток, обладающий следующим свойством: при любом делении временной оси на кадры по T окон в каждом таком кадре приходит ровно M пакетов.

Предположим, что для каждого такого потока равновероятно любое из $\begin{pmatrix} T \\ M \end{pmatrix}$

расстановок M пакетов внутри кадра из T окон.

(T, M) -периодический поток используется для описания суммарного трафика, образуемого несколькими CBR-потоками, входящими в мультиплексор по одной и той же линии. Эта модель для многих ситуаций (см., например, [6]) лучше описывает поведение реального CBR-трафика, чем простые марковские модели. Сложные же марковские модели, более точно описывающие такого рода трафик, трудны для анализа из-за экспоненциального характера роста числа состояний марковской цепи от параметров системы.

Будем считать, что для фонового потока номер i , $1 \leq i \leq N$, параметры равны T_i и M_i . Мы рассматриваем неоднородный случай, когда для различных потоков эти параметры в общем случае могут быть различными.

Обозначим через D наименьшее общее кратное величин T, T_1, \dots, T_N . Очевидно, что суммарный входной поток периодичен с периодом D в том смысле, что если в окне t в мультиплексор прибывает некоторое количество пакетов, то такое же количество пакетов будет прибывать в каждом окне вида $t + kD, k \in I_0$. В теории систем массового обслуживания такой поток называется детерминированным.

Мультиплексор представляет собой систему массового обслуживания дискретного времени с одним прибором и бесконечным буфером. Обозначим: A_t – количество пакетов, прибывающих в мультиплексор в окне t ; Q_t – количество пакетов, ожидающих в очереди на передачу. Тогда уравнение эволюции очереди есть

$$Q_{t+1} = \max\{0, Q_t - 1\} + A_t. \quad (2)$$

Дисциплина обслуживания для пакетов, приходящих в разных окнах, FCFS (первый пришел – первый ушел), а пришедших в одном окне, полностью случайная. Это означает, что если в окне t , в котором в мультиплексор прибывают A_t пакетов, длина очереди пакетов равна Q_t (включая пакет, передаваемый в окне t), то с равной вероятностью $1/A_t$ любой из вновь прибывших пакетов может попасть на $\max\{0, Q_t - 1\} + i$ -е место в очереди, где $i = 1, \dots, A_t$.

Ключевым для дальнейшего анализа является следующее предположение: интенсивность суммарного входного потока равна единице, т. е.

$$\rho = \frac{1}{T} + \sum_{i=1}^N \frac{M_i}{T_i} = 1. \quad (3)$$

При этом, согласно результатам теории массового обслуживания для систем с детерминированными входными потоками (см., например, [7–9]), система сохраняет устойчивость при $\rho = 1$ и не позднее, чем через D окон после начала работы, в системе начинается период занятости бесконечной длительности. Так как после окна D система никогда не бывает пустой, то \max в уравнении (2) не играет больше роли и уравнение принимает вид

$$Q_{t+1} = Q_t - 1 + A_t. \quad (4)$$

Мы будем интересоваться джиттером только тех меченых пакетов, которые прибывают в мультиплексор после момента D . Для простоты изложения предположим, что за эталонный берется меченый пакет, прибывающий в мультиплексор в окне $D + 1$ – это пакет с порядковым номером $r = D/T + 1$, и будем интересоваться джиттером пакетов с номерами, большими r .

2. **Анализ.** Очевидно, что в данной модели задержка пакета в мультиплекторе равна количеству пакетов, находящихся впереди него в очереди в тот момент, когда он прибывает в мультиплексор. Рассмотрим меченый пакет с порядковым номером n . Обозначим через b_n количество тех фоновых пакетов, которые прибывают в мультиплексор одновременно с меченым пакетом номер n , $n > r$, и, вследствие случайной дисциплины обслуживания, попадают в очередь перед ним. Тогда перед n -м меченым пакетом в очереди будет $Q_{(n-1)T} - 1 + b_n$ пакетов, и это есть задержка n -го пакета в мультиплекторе. Отсюда следует, что

$$J_n = Q_{(n-1)T} + b_n - Q_D - b_r. \quad (5)$$

Используя (4), мы можем выразить $Q_{(n-1)T}$ через Q_D :

$$Q_{(n-1)T} = Q_D + \sum_{t=D+1}^{(n-1)T} A_t - (n-r)T. \quad (6)$$

Заметим, что количество пакетов, приходящих в окне $1 + (n-1)T$, может быть представлено как $A_{1+(n-1)T} = 1 + b_n + b_n^*$, где 1 соответствует меченому пакету, а b_n^* – числу фоновых пакетов, поставленных в очередь после меченого. Поэтому

$$J_n = b_n + \sum_{t=D+2}^{(n-1)T} A_t - (n-r)T + 1 + b_n^*. \quad (7)$$

Нетрудно видеть, что $1 + b_n + \sum_{t=D+2}^{(n-1)T} A_t + b_n^*$ – это число пакетов, получив-

ших передачу между пакетами r и n , включая сам пакет r . Из них $(n-r)$ пакетов меченые, а остальные фоновые.

Обозначим через $A_t^{(i)}$ количество пакетов фоновых потоков i , $i=1,2,\dots,N$, прибывающих в мультиплексор в окне t (это количество есть либо 0, либо 1), и пусть $f_i = A_{D+1}^{(i)}$, $q_i = \sum_{t=D+2}^{(n-1)T} A_t^{(i)}$ и $l_i = A_{(n-1)T+1}^{(i)}$ (т. е. f_i – количество пакетов

i -го фоновых потоков, прибывающих в мультиплексор одновременно с эталонным меченым пакетом; q_i – количество пакетов этого потока, прибывающих в мультиплексор строго после эталонного, но строго до n -го меченого; l_i – количество пакетов этого потока, прибывающих одновременно с n -м меченым). Пусть

$$g_n^{(i)}(z_1, z_2, z_3) = M(z_1^{f_i} z_2^{q_i} z_3^{l_i}) \quad (8)$$

– совместная производящая функция случайных величин f_i , q_i и l_i ; $a_1 = \sum_{i=1}^N f_i$, $a_2 = \sum_{i=1}^N q_i$ и $a_3 = \sum_{i=1}^N l_i$ – общие количества фоновых пакетов, приходящих в окне $(D+1)$, окнах $s(D+2)$ по $T(n-1)$ и окне $((n-1)T+1)$ соответ-

венно. Для совместной производящей функции этих случайных величин с учетом независимости всех фоновых потоков имеем

$$G_n(z_1, z_2, z_3) = M(z_1^{a_1} z_2^{a_2} z_3^{a_3}) = \prod_{i=1}^N g_n^{(i)}(z_1, z_2, z_3). \quad (9)$$

Используем обозначение $[x]$ для целой части x . Дальнейшие результаты сформулируем в виде теоремы.

Теорема. Для n -го меченого пакета при условии, что эталонным пакетом является меченый пакет номер r , справедливо:

1. Для фонового потока i ($i=1, 2, \dots, N$) с параметрами (T_i, M_i)

$$g_n^{(i)}(z_1, z_2, z_3) = \begin{cases} z_2^{QM_i} \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 z_1^m z_3^n \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} z_2^k \frac{\binom{L-1}{k} \binom{T_i-L-1}{M_i-m-n-k}}{\binom{T_i}{M_i}}, & L \neq 0; \\ \frac{T_i - M_i}{T_i} z_2^{QM_i} + \frac{M_i}{T_i} z_1 z_3 z_2^{QM_i-1}, & L = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где $Q = \left\lfloor \frac{(n-r)T}{T_i} \right\rfloor$, $L = (n-r)T - QT_i$, $k_{\min} = \max(0, M_i + L - T_i + 1 - m - n)$,

$k_{\max} = \min(L-1, M_i - m - n)$.

2. Производящая функция распределения вероятностей джиттера может быть найдена по формуле

$$H_n(z) = Mz^{J_n} = \frac{z^{(n-r)(1-T)}}{(1-z)^2} \int_z^1 \int_z^1 G_n(z_1, z, z_3) dz_1 dz_3. \quad (11)$$

Доказательство. Пусть $(n-r)T = L$ — интервал времени между прибытием в мультиплексор эталонного меченого пакета и меченого пакета номер n . Из определения (T, M) -периодического потока видно, что если в интервале от окна t до окна $t+L$ прибывает x пакетов потока с параметрами (T_i, M_i) , то в интервале от окна t до окна $t+L+QT_i$ ($Q \in I_1$) прибьет $x+QM_i$ пакетов этого потока. Поэтому достаточно проанализировать случаи, когда $1 \leq L \leq T_i$. При этом удобно отсчитывать период фонового потока i от момента прибытия в мультиплексор эталонного меченого пакета.

Начнем со случая $L = T_i$. Меченый пакет n также прибывает в мультиплексор в начале периода i -го фонового потока (следующего за периодом, в котором прибывает эталонный пакет). Видно, что если пакет i -го фонового потока прибывает в первом окне такого интервала, то и в последнем окне тоже должен прибыть пакет этого потока. В противном случае оба эти окна пусты. Кроме того, в T_i смежных окнах должны прибыть M_i пакетов, согласно определению (T, M) -периодического потока. Поэтому

$$\Pr\{f_i = l, m = m, q_i = M_i - m\} = \begin{cases} M_i/T_i, & \text{если } m=1; \\ 1 - M_i/T_i, & \text{если } m=0. \end{cases}$$

В случае $1 \leq L < T_i$ эталонный пакет, как мы только что условились, прибывает в начале некоторого периода i -го фонового потока, а n -й меченый пакет – в течение этого же периода, т. е. момент прибытия в мультиплексор меченого пакета n делит текущий период на две части. Фоновые пакеты i -го потока из одной части попадают в очередь между двумя мечеными пакетами, а из другой – встают в очередь после меченого пакета n и не вносят вклада в интересующие нас величины. Из условия равновероятности всех расстановок M_i пакетов по T_i окнам имеем

$$\Pr\{f_i = m, q_i = k, l_i = n\} = \frac{\binom{L-1}{k} \binom{T_i - L - 1}{M_i - m - n - k}}{\binom{T_i}{M_i}}$$

для $m, n \in \{0, 1\}$ и возможных значений k . Объединяя оба случая в одну формулу для производящей функции, получаем п. 1 теоремы.

Для доказательства п. 2 заметим, что если дискретная случайная величина K , принимающая целочисленные значения, имеет производящую функцию $f(z)$, то производящая функция случайной величины $U[0, K]$, принимающей с равными вероятностями целочисленные значения от 0 до K , вычисляется по формуле

$$E(z^{U[0, K]}) = \frac{1}{1-z} \int_z^1 f(z) dz. \quad (12)$$

Это несложно доказать через условные производящие функции при условии на значение случайной величины K . Действительно, пусть случайная величина K приняла значение a . Тогда случайная величина $U[0, K]$ принимает любое значение от 0 до a с вероятностью $1/(a+1)$ и ее условная производящая функция, таким образом, есть

$$E(z^{U[0, K]} | K = a) = \frac{1}{a+1} \sum_{j=0}^a z^j = \frac{1-z^{a+1}}{(a+1)(1-z)} = \frac{1}{1-z} \int_z^1 z^a dz. \quad (13)$$

Учитывая, что $f(z) = \sum_a \Pr\{K = a\} z^a$, и переходя от условных производящих функций к безусловным, получаем

$$E(z^{U[0, K]}) = \sum_a \Pr\{K = a\} E(z^{U[0, K]} | K = a) = \frac{1}{1-z} \int_z^1 \sum_a \Pr\{K = a\} z^a dz \quad (14)$$

и завершаем доказательство равенства (12).

Случайная дисциплина обслуживания мультиплексором пакетов, прибывших в одном окне, приводит к тому, что для любого $n \in I_1$

$$\Pr\{b_n = i | a_n = a\} = \begin{cases} \frac{1}{1+a}, & 0 \leq i \leq a; \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (15)$$

и условное распределение b_r^* при условии на a_1 имеет тот же вид.

Учитывая, что в $G_n(z_1, z_2, z_3)$ случайной величине a_1 соответствует переменная z_1 , а случайной величине a_3 – переменная z_3 , и применяя (12), получаем производящую функцию количества фоновых пакетов, выходящих из мультиплексора между мечеными пакетами r и n , в виде

$$\frac{1}{(1-z)^2} \int_z^1 \int_z^1 G_n(z_1, z, z_3) dz_1 dz_3.$$

Для получения производящей функции джиттера мы должны добавить сюда еще $(n-r)$ меченых пакетов и отнять $(n-r)T$ согласно (7), откуда следует (11).

Отметим следующее обстоятельство относительно зависимости распределения вероятностей джиттера от номера меченого пакета: распределения вероятностей джиттера для пакетов с номерами n и $(n+D/T)$ совпадают. Действительно, рассмотрев $g_n^{(i)}(z_1, z_2, z_3)$ – функцию п. 1 теоремы, вычисленную для пакета номер n , и $g_{n+D/T}^{(i)}(z_1, z_2, z_3)$ – ту же функцию, вычисленную для пакета номер $(n+D/T)$, получим

$$g_{n+D/T}^{(i)}(z_1, z_2, z_3) = z_2^{k_i} g_n^{(i)}(z_1, z_2, z_3),$$

где $k_i = (DM_i)/T_i$. Отсюда, используя выражение (9), для $G_n(z_1, z_2, z_3)$ и $G_{n+D/T}(z_1, z_2, z_3)$ имеем

$$\frac{1}{(1-z)^2} \int_z^1 \int_z^1 G_{n+D/T}(z_1, z, z_3) dz_1 dz_3 = z^k \frac{1}{(1-z)^2} \int_z^1 \int_z^1 G_n(z_1, z, z_3) dz_1 dz_3,$$

где $k = D \sum_{i=1}^N M_i/T_i$. Это дает для производящей функции джиттера $H_n(z)$ па-

кета n и для производящей функции джиттера $H_{n+D/T}(z)$ пакета $n+D/T$ соотношение $H_{n+D/T}(z) = z^s H_n(z)$, где $s = D \left(\frac{1}{T} + \sum_{i=1}^N \frac{M_i}{T_i} \right) - D$. Используя

равенство (3), обнаруживаем, что $s=0$, т. е. $H_{n+D/T}(z) = H_n(z)$. Это свойство означает, что любой меченый пакет с номером $n > r$ может иметь только одно из D/T распределений в зависимости от остатка от деления $(n-r)$ на число D/T . В следующем разделе рассмотрим конкретный пример такого рода зависимости.

Если же мы интересуемся распределением джиттера произвольного меченого пакета (со случайно выбранным номером), то остаток от деления его номера на число D/T может с равной вероятностью T/D принимать значения от 0 до $D/T-1$ и соответственно распределение вероятностей его джиттера есть смесь распределений:

$$H(z) = \frac{T}{D} \sum_{n=1}^{D/T} H_n(z). \quad (16)$$

3. Численные результаты. Для вычислений по формулам данной статьи выбрано несколько ситуаций с одним и тем же периодом меченого потока $T = 5$ и с различными фоновыми потоками. Результаты представлены в таблице. В случае 1 фоновый трафик состоит из одного потока с параметрами ($T_1 = 5, M_1 = 1$) и шести потоков с параметрами ($T_2 = 10, M_2 = 1$); в случае 2 фоновый трафик состоит из одного потока с параметрами ($T_1 = 5, M_1 = 1$) и двух потоков с параметрами ($T_2 = 10, M_2 = 3$); в случае 3 фоновый трафик состоит из одного потока с параметрами ($T_1 = 5, M_1 = 1$), одного потока с параметрами ($T_2 = 10, M_2 = 5$) и одного потока с параметрами ($T_3 = 10, M_3 = 1$).

Во всех этих случаях $D = 10, D/T = 2$, и потому меченые неэталонные пакеты могут иметь два возможных распределения вероятностей для джиттера в зависимости от четности их номера. При составлении таблицы предполагалось, что эталонный пакет имел номер $r = D/T + 1 = 3$, и потому для пакета с четным номером $n > r$ остаток от деления $(n - r)$ на D/T равен 1, а для пакета с нечетным номером он равен 0.

В данном случае все эти распределения симметричны относительно точки 0, поэтому таблица приведена только для положительных значений джиттера. (В общем случае распределения сложным образом зависят от параметров меченого и фоновых потоков, могут быть несимметричными и не иметь максимума в точке 0.)

Как видно из таблицы, распределения вероятностей пакетов с четными и нечетными номерами заметно отличаются друг от друга. Распределение вероятностей джиттера для четных пакетов имеет одинаковый для всех трех случаев носитель и не очень резко выраженный максимум в нуле. Распределение вероятностей джиттера для нечетных пакетов имеет отчетливый пик в нуле. Носитель же его в первом случае почти в 2 раза больше, чем у четных пакетов (хотя хвосты распределения тонкие), а в двух других случаях носитель распределения, наоборот, меньше, чем у четных. Видно, что распределение сложным образом зависит от параметров потоков.

Распределения вероятностей для джиттера

Джиттер	Случай 1		Случай 2		Случай 3	
	четные	нечетные	четные	нечетные	четные	нечетные
0	0,29612	0,67854	0,33141	0,66550	0,35607	0,65417
1	0,22842	0,13721	0,23681	0,14654	0,24216	0,15549
2	0,10072	0,02104	0,08347	0,01958	0,07134	0,01681
3	0,02158	0,00230	0,01333	0,00113	0,00813	$6,25 \cdot 10^{-4}$
4	0,00122	$1,72 \cdot 10^{-4}$	$6,88 \cdot 10^{-4}$	0	$3,37 \cdot 10^{-4}$	0
5	0	$8,43 \cdot 10^{-6}$	0	0	0	0
6	0	$2,43 \cdot 10^{-7}$	0	0	0	0
7	0	$3,13 \cdot 10^{-9}$	0	0	0	0

Представленные в таблице результаты получены с помощью программы символьных вычислений "Mathematica". Заметим, однако, что символьные вычисления, используемые в данной работе, сводятся к умножению, делению и интегрированию многочленов. Все эти действия могут быть реализованы через дискретные свертки и арифметические действия с последовательностями коэффициентов этих многочленов, что при необходимости позволяет производить вычисления по формулам данной статьи средствами обычного языка программирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Guillemin F., Roberts J. W.** Jitter and bandwidth enforcement // IEEE GLOBECOM. Phoenix, Arizona, 1991. P. 261.
2. **Matragi W., Sohraby K., Bisdikian C.** A framework for jitter analysis in cell based multiplexors // Performance Evaluation. 1995. **22**. P. 257.
3. **Matragi W., Sohraby K., Bisdikian C.** Jitter calculus in ATM networks: multiple node case // IEEE/ACM Trans. on Networking. 1997. **5**. P. 122.
4. **Privalov A., Sohraby K.** Per-stream jitter analysis in CBR ATM multiplexors // IEEE/ACM Trans. on Networking. 1998. **6**, N 2. P. 141.
5. **Golestani S.** A framing strategy for congestion management // IEEE Journ. of Sel. Areas in Commun. 1991. **9**, N 7. P. 1064.
6. **Cox D. R., Smith W. L.** The superposition of several strictly periodic sequences of events // Journ. of Biometrika. 1953. **40**. P. 1.
7. **Eckberg A. E.** The single server queue with periodic arrival process and deterministic service times // IEEE Trans. Commun. 1979. P. 556.
8. **Bambos N., Walrand J.** On queues with periodic inputs // Appl. Probability Trust. 1989. **26**. P. 381.

*Самарский государственный
аэрокосмический университет,
E-mail: privalov@smr.ru*

*Поступила в редакцию
2 июня 2000 г.*