

УДК 621.372.542

В. В. Сергеев, В. А. Фурсов, С. И. Парфенов
(Самара)

**ОЦЕНКА РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ВИДЕОТРАКТА
ПО ФРАГМЕНТАМ РЕГИСТРИРУЕМЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ***

Рассматривается метод определения линейной разрешающей способности видеоинформационного тракта по регистрируемым изображениям текущих сюжетов, т. е. при отсутствии эталона (миры). Метод основан на использовании частотной характеристики системы, которая оценивается в классе фильтров с бесконечной импульсной характеристикой на малых фрагментах изображений. Разрабатываются процедуры формирования этих фрагментов и методы идентификации по малому числу наблюдений на фрагментах, позволяющие эффективно использовать априорную информацию о характере распределения яркости на фрагменте для повышения точности оценок.

Введение. Задача оценки разрешающей способности (РС) систем формирования изображений решается на этапе опытной эксплуатации системы с целью аттестации соответствия характеристик системы расчетным. Традиционный способ решения этой задачи заключается в том, что с помощью системы регистрируется известное изображение (мира) и на основе сравнения входного (неискаженного) и выходного (искаженного) изображений вырабатывается заключение о разрешающей способности [1]. В качестве мира обычно используются изображения в виде чередующихся темных и светлых полос, имеющих различные размеры, частоту и ориентацию, в частности, так называемые «трехшпальные» миры, одна из которых показана на рис. 1. Часто оценка должна осуществляться по изображению текущего сюжета без использования специальной миры. Это требование характерно, например, при

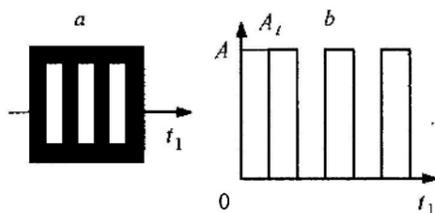


Рис. 1. Тестовая мира (a) и сечение поля яркости миры в направлении t_1 (b)

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-01-00079).

оценке РС видеотракта систем дистанционного аэрокосмического зондирования, поскольку создание и эксплуатация полномасштабных мир на поверхности Земли требует значительных материальных затрат.

При визуальном подсчете числа различимых на изображении миры полос и/или анализе изображений текущих сюжетов вносится элемент субъективизма. Поэтому представляет интерес разработка формализованных допускающих автоматизацию методов оценки РС, свободных от особенностей восприятия изображений отдельными экспертами. В данной работе строится информационная технология оценки РС видеоинформационного тракта по регистрируемым изображениям текущих сюжетов [2]. Основой предлагаемой технологии является оценивание частотной характеристики системы в классе фильтров с бесконечной импульсной характеристикой на фрагментах изображений небольших размеров. Разрабатываются правила формирования фрагментов и метод идентификации по малому числу наблюдений, позволяющий эффективно использовать априорную информацию о характере распределения яркости на фрагментах для повышения точности оценок.

1. Постановка и общая схема этапов решения задачи. Рассматриваемый в данной работе метод оценки РС строится в рамках известного подхода к оценке качества оптических систем (метод предельного разрешения [1]). Здесь он доработан с учетом возможности его автоматизации. Подробное описание и обоснование модификации метода приведено в приложении. Кратко он сводится к следующему.

Пусть $H(\Omega)$ – пространственная частотная характеристика системы в заданном направлении. Оценка линейного разрешения

$$l_0 = \pi / \Omega \quad (1)$$

находится из уравнения вида

$$H(\Omega) = [KT\sigma_v(2\sqrt{5}A)^{-1}] \Omega = Q\Omega \quad (2)$$

относительно круговой частоты Ω . Здесь Q – параметр, характеризующий надежность различения штрихов (см. рис. 1) и зависящий от коэффициента K , шага дискретизации T , амплитуды сигнала A , являющегося реализацией поля яркости A_i в направлении t_1 и среднеквадратического отклонения (СКО) шума σ_v .

Эмпирический коэффициент K определяется требуемым уровнем вероятности ошибок различения штрихов и задается в диапазоне $2 < K < 5$, а параметр T является характеристикой системы регистрации изображений. Следовательно, для определения показателя линейного разрешения расчетным путем без привлечения наблюдателя необходимо оценить уровень шума σ_v , амплитуду A пространственного сигнала и частотную характеристику $H(\Omega)$ в соответствующих сечениях. Основная проблема заключается в оценке частотной характеристики, поскольку неискаженные изображения подстилающей поверхности на входе системы мониторинга неизвестны.

В данной работе для решения сформулированной задачи эксплуатируются основные идеи «ручной» методики оценивания РС [1]. В соответствии с этой методикой общая схема решения задачи состоит из двух этапов. На первом этапе строится процедура, копирующая действия эксперта при ручном выделении участков на изображении и их ретушировании. При этом для автоматизированной прорисовки функции яркости в виде ступеньки использу-

ется предположение о том, что граница перепада яркости соответствует величине полусуммы уровней яркостей на примыкающих (светлой и темной) ступеньках.

На втором этапе по исходному искаженному и отретушированному фрагментам оценивается частотная характеристика системы с использованием модели фильтра с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтра). Поскольку задача оценивания решается по малому числу наблюдений на фрагментах, возникают проблемы как теоретического, так и прикладного характера, рассмотренные в [2]. Здесь идеи работы [2] развиваются с учетом особенностей разрабатываемой технологии, в частности, эффективно используется тот факт, что характер распределения яркости (в виде ступенчатой функции) всегда известен.

2. Поиск и формирование тестовых фрагментов со ступенчатой функцией яркости. Схематично фрагмент со ступенчатой функцией яркости показан на рис. 2. Здесь темные и светлые точки соответствуют отсчетам с низким и высоким уровнем яркости. Для отыскания таких фрагментов на изображении ищутся участки, имеющие резкие перепады яркости в направлении, перпендикулярном средней линии фрагмента, притом такие, что изменения яркости в пределах каждого из двух соседних уровней незначительны.

Поиск осуществляется следующим образом. Вначале для каждой точки изображения определяется перепад яркости:

$$k = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2|, \quad (3)$$

где $\bar{x}_1 = \frac{2}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n/2} x(i, j)$; $\bar{x}_2 = \frac{2}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=n/2+1}^n x(i, j)$; $x(i, j)$, $i=1, m$, $j=1, n$, — i, j -й

отсчет яркости на фрагменте; \bar{x}_1, \bar{x}_2 — средние значения яркости, вычисленные в левой и правой половине прямоугольного участка размером $m \times n$ (см. рис. 2). Далее на заданном (в процентах к общему числу) множестве точек изображения, являющихся центрами $m \times n$ -фрагментов, определяется минимальное (k_m) значение величины перепада яркости (3) и сравнивается с заданным допустимым значением (k_r). Если $k_m > k_r$, отобранное множество точек может использоваться для оценки разрешения, а величина k_m принимается в качестве порогового значения, определяющего это множество фрагментов (претендентов).

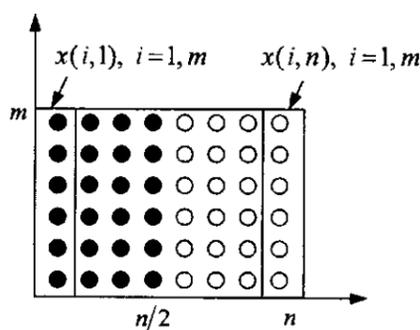


Рис. 2. Фрагмент изображения $m \times n$ со ступенчатой функцией яркости

Для каждого отобранного таким способом фрагмента (претендента) вычисляются СКО яркости в каждой зоне (темной и светлой):

$$s_1 = \frac{2}{mn} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n/2} (x(i, j) - \bar{x}_1)^2 \right)^{1/2}, \quad (4)$$

$$s_2 = \frac{2}{mn} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=n/2+1}^n (x(i, j) - \bar{x}_2)^2 \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Затем из числа претендентов отбираются фрагменты, для которых полусумма СКО $s = (s_1 + s_2)/2$ имеет допустимое значение. При этом участвуют одновременно фрагменты с перепадом яркости темный – светлый и светлый – темный либо только одного типа.

Заключительная операция первого этапа состоит в формировании тестовых неискаженных фрагментов. Она заключается в компьютерном ретушировании отобранных фрагментов. Предполагается, что наименьшим искажениям подвергаются участки фрагментов, наиболее удаленные от линии перепада яркостей. Поэтому процедура ретуширования сводится к замене значений яркости в каждой из половинок выбранного фрагмента их средними значениями, вычисленными по формулам:

$$\hat{x}_1 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x(i, l), \quad \hat{x}_2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x(i, n),$$

где $x(i, l), x(i, n)$, $i = \overline{1, m}$, – отсчеты, расположенные на линиях, параллельных линии, разделяющей светлую и темную зоны на уровне яркости s , и наиболее удаленных от нее (см. рис. 2).

При воссоздании фрагментов неискаженного изображения используются, вообще говоря, любые знакомые элементы регистрируемых сюжетов, но предпочтительнее такие элементы, относительно которых имеется априорная информация о геометрической форме и размерах. В любом случае идея заключается в том, чтобы эту априорную информацию «обменять» на информацию о частотной характеристике системы.

3. Построение процедуры оценивания. Частотная характеристика системы оценивается в классе модели фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтра) или БИХ-фильтра. Передаточной функции двумерного БИХ-фильтра [3]

$$H(z_1, z_2) = B(z_1, z_2)/A(z_1, z_2) = \sum_{i, j \in D} b_{ij} z_i z_j / \sum_{i, j \in D} a_{ij} z_i z_j \quad (6)$$

соответствует разностное уравнение

$$y(n_1, n_2) = \sum_{(l_1, l_2) \in D_x} a(l_1, l_2) x(n_1 - l_1, n_2 - l_2) - \sum_{(k_1, k_2) \in D_y} b(k_1, k_2) y(n_1 - k_1, n_2 - k_2) + \xi(n_1, n_2), \quad (7)$$

где $a(\cdot, \cdot)$, $b(\cdot, \cdot)$ – искомые параметры; $x(\cdot, \cdot)$, $y(\cdot, \cdot)$ – отсчеты поля яркости в точках опорных областей D_x и D_y входного и выходного изображений соответственно; $\xi(n_1, n_2)$ – дискретная последовательность приведенных к выходу ошибок:

$$\xi(n_1, n_2) = \delta y(n_1, n_2) - \sum_{k_1=0}^{K_1-1} \sum_{k_2=0}^{K_2-1} b(k_1, k_2) \delta y(n_1 - k_1, n_2 - k_2). \quad (8)$$

Здесь $\delta y(n_1, n_2)$ – ошибки измерений, аппроксимации и др.

Модели БИХ-фильтра (6), (7) поставим в соответствие приближенную модель КИХ-фильтра:

$$y(n_1, n_2) = \sum_{l_1=0}^{L_1-1} \sum_{l_2=0}^{L_2-1} h(l_1, l_2) x(n_1 - l_1, n_2 - l_2) + \delta(n_1, n_2), (k_1, k_2) \neq (0, 0), \quad (9)$$

где $h(\cdot, \cdot)$ – значения импульсной характеристики в точках опорной области D_x .

Задача оценивания решается с использованием моделей (7) или (9). Для N опорных областей уравнение (7) или (9) запишем в матричном виде:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{c} - \xi. \quad (10)$$

Здесь $N \times 1$ -вектор \mathbf{y} составлен из фигурирующих в (7), (9) значений $y(n_1, n_2)$, а $N \times 1$ -вектор ξ – из $\xi(n_1, n_2)$ и $\delta(n_1, n_2)$. Строки матрицы \mathbf{X} составлены из отсчетов $x(\cdot, \cdot)$, $y(\cdot, \cdot)$ поля яркости в опорных областях D_x и D_y входного и выходного изображений при использовании модели (7) и только из отсчетов $x(\cdot, \cdot)$ входного (D_x) при использовании модели (9). В зависимости от типа используемой модели искомый вектор также включает либо коэффициенты $a(\cdot, \cdot)$, $b(\cdot, \cdot)$ модели (7), либо значения импульсной характеристики $h(\cdot, \cdot)$ модели (9).

При оценивании векторного параметра \mathbf{c} по измерениям \mathbf{X} и \mathbf{y} прежде всего нужно ответить на вопрос о принципиальной возможности решения этой задачи при заданной функции яркости на фрагменте. Для этого необходимо установить ранг матрицы \mathbf{X} в предположении, что отсчеты поля яркости, используемые для ее формирования, не подвержены ошибкам измерений. Если получен положительный ответ на вопрос об идентифицируемости модели, далее проблема заключается в построении алгоритма оценивания по малому числу данных на фрагментах изображений.

Поскольку свойство статистической устойчивости характеристик помех при малом числе наблюдений не выполняется, в данной работе используется подход [4], основанный на получении дополнительной информации об ошибках путем анализа невязок на каждой реализации. Повышение точности оценок достигается за счет выявления априорных количественных оценок объективно существующей связи реализаций векторов ошибок и невязок [4, 5]. Поэтому принципиально необходимым этапом в общей схеме оценивания является вычисление начальной МНК-оценки

$$\hat{\mathbf{c}} = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (11)$$

и вектора невязок

$$\hat{\xi} = y - X\hat{c}. \quad (12)$$

Далее по вектору невязок строятся весовая матрица G и корректирующий вектор $\tilde{\xi}$, которые затем используются для вычисления уточненной МНК-оценки [3]:

$$\hat{c} = [X^T G^2 X]^{-1} X^T G^2 (y - \tilde{\xi}). \quad (13)$$

Простейший способ построения вектора $\tilde{\xi}$ заключается в его задании по правилу:

$$\tilde{\xi} = K\xi, \quad (14)$$

где $K = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_N)$ – диагональная матрица коэффициентов связи (некоторые из коэффициентов, возможно, равны нулю). Ясно, что качество оценок в конечном итоге зависит от выбора матрицы K .

Важная особенность реализации указанного подхода в данной технологии состоит в том, что матрица X формируется по отсчетам функции яркости известного (ступенчатого) вида. Обладая этой априорной информацией, коэффициенты k можно определить заранее, используя множества реализаций шума на фрагментах указанного типа, полученных путем моделирования. Далее приводятся результаты экспериментальных исследований, подтверждающие эту точку зрения.

4. Результаты экспериментальных исследований. На рис. 3, *a, b* приведены изображения участка автодороги с разметкой, которые использовались для оценки эффективности технологии. Исходное изображение (см. рис. 3, *a*) подверглось расфокусировке путем преобразований в частотной области с использованием модели искажающей системы с импульсным откликом гауссовой формы:

$$h(i, j) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-1} \exp(-r_{ij}^2/2\sigma^2), \quad (15)$$

где $r_{ij}^2 = i^2 + j^2$; i, j – координаты отсчетов в опорной области; $\sigma = 1$ – параметр расфокусировки. Выделенные на расфокусированном изображении в соответствии с описанной в разд. 2 методикой тестовые фрагменты показаны на рис. 3, *b* прямоугольниками. Исследовалась возможность оценки фигуриру-



Рис. 3. Тестовые изображения: исходное (*a*), расфокусированное с выделенными фрагментами (*b*)

ющей в (2) частотной характеристики $H(\Omega)$ на указанных фрагментах с использованием модели БИХ-фильтра (7).

Вначале осуществлялся выбор порядка фильтра. Существенными факторами в данном случае являются два: вид частотной характеристики и ранг матрицы \mathbf{X} . Выявлено, что при формировании матрицы \mathbf{X} из отсчетов ступенчатой функции яркости в соответствии с моделью вида (7) второго порядка, независимо от величины перепада яркости, матрица \mathbf{X} содержит линейно зависимые столбцы. Следовательно, при использовании указанного типа фрагментов для аппроксимации частотной характеристики может быть применен БИХ-фильтр не выше первого порядка. Это означает, что при использовании в рамках описанной технологии ступенчатого фрагмента может быть оценена разрешающая способность системы, имеющей монотонную частотную характеристику.

Далее использовался БИХ-фильтр первого порядка с опорными областями 3×1 :

$$y(n) = \sum_{l=-1}^1 b(l)x(n-l) - \sum_{k=-1}^1 a(k)y(n-k) + \xi(n), \quad k \neq 0. \quad (16)$$

Соответствующая разностному уравнению (16) передаточная функция, описывающая симметричные искажения в направлении оси t_1 , имеет вид $H(z) = B(z)/A(z)$, где $A(z) = 1 + a_1(z + z^{-1})$, $B(z) = b_0 + b_1(z + z^{-1})$ (переменная z соответствует горизонтальному направлению на изображении). Соответствующая этой z -передаточной функции частотная характеристика $H(\Omega)$ вещественна и имеет вид

$$H(\Omega) = \frac{b_0 + 2b_1 \cos(\Omega T)}{1 + 2a_1 \cos(\Omega T)}. \quad (17)$$

Задача оценивания параметров модели (16) решалась с использованием описанного в разд. 3 итерационного алгоритма (11)–(14). В частности, элементы весовой матрицы \mathbf{G} назначались обратно пропорциональными модулям компонент вектора невязок (12), а корректирующий вектор ξ строился по соотношению (14). Для определения элементов матрицы \mathbf{K} проводилась серия экспериментов с использованием фрагментов 4×8 ступенчатыми функциями яркости, которые «вырезались» на изображении, как показано на рис. 3, *b*. Добавлялся аддитивный импульсный шум с вероятностью 0,05 и амплитудой, не превышающей 4 % амплитуды A сигнала в направлении t_1 (см. рис. 1).

Результаты, полученные по 500 реализациям, приведены в табл. 1. Номера строк в таблице соответствуют номерам столбцов на фрагменте (см. рис. 2). Из таблицы видно,

Таблица 1
Связь компонент
векторов ошибок и невязок

Номера столбцов	Средние значения $k_i = \xi_i / \xi_{i1} $	СКО отношений $ \xi_i / \xi_{i1} $
1	1,262	0,114
2	1,200	0,146
3	1,285	0,169
4	0,779	0,143
5	0,810	0,155
6	1,070	0,169
7	1,200	0,155
8	1,259	0,125

Таблица 2

Сравнительная точность оценок (11), (13)

Обозначение	Точные параметры	МНК-оценка (11)	Оценка (13)
b_0	0,150000	0,149679	0,149935
b_1	0,350000	0,351554	0,350288
A_1	-0,50000	-0,49876	-0,49979
$\ \Delta c\ /\ c\ $	0	0,003206	0,000576

что по вектору невязок можно построить достаточно близкий к вектору ошибок корректирующий вектор. Наиболее информативными для построения корректирующего вектора являются компоненты вектора невязок, соответствующие отсчетам, расположенным в 1-, 4-, 5- и 8-м столбцах фрагмента (см. рис. 2). Наблюдаемая связь компонент векторов ошибок и невязок всегда более тесная, если в расчет принимать меньшее число выделяемых компонент вектора невязок.

Эффект повышения точности оценок за счет использования связи реализаций векторов ошибок и невязок подтверждается следующим экспериментом. Исходное изображение (см. рис. 3, а) искажалось БИХ-фильтром (16) с параметрами $b_0 = 0,15$, $b_1 = 0,35$, $a_0 = 1$, $a_1 = -0,5$, которые специально были подобраны так, чтобы обеспечить близость к гауссовой модели (15). Тем самым достигалась возможность оценки точности алгоритма идентификации модели БИХ-фильтра путем непосредственного сравнения оценок с указанными выше параметрами. Оценивание осуществлялось по итерационной схеме (13), (14). Корректирующий вектор строился по соотношению (14) с использованием приведенных в табл. 1 коэффициентов связи.

Результаты описаны в табл. 2. В последней строке таблицы приведены относительные погрешности $\|\Delta c\|/\|c\|$, где $\|\Delta c\|$ и $\|c\|$ – евклидовы нормы векторов ошибок оценивания и параметров модели. Из таблицы видно, что скорректированные оценки (13) имеют более высокую по сравнению с МНК-оценками точность. Заметим, что здесь намеренно приведен пример, в котором ошибки исходных данных невелики. При искажении исходных данных грубыми ошибками выигрыш в точности по сравнению с МНК существенно выше.

Проводилось также сравнительное исследование точности аппроксимации гауссовой частотной характеристики БИХ-фильтром первого порядка и КИХ-фильтрами различных порядков. Результаты приведены в табл. 3. Из таблицы видно, что при слабых искажениях использование КИХ-фильтра третьего порядка (размер маски 5×1) и БИХ-фильтра первого порядка обеспечивает сравнимую точность аппроксимации как по критерию максимального отклонения (Δ_{\max}), так и по среднеквадратичному критерию. При увеличении степени размытия (параметра σ) точность оценивания параметров в классе КИХ-фильтров того же порядка убывает быстрее, чем в классе БИХ-фильтров, а повышение порядка КИХ-фильтра не позволяет достичь более высокой точности по сравнению с точностью оценок параметров БИХ-фильтра первого порядка.

Таблица 3

Точность аппроксимации

σ	Тип фильтра	Маска	Δ_{\max}	СКО
1	КИХ	5	0,02398472	0,00038715
	БИХ	3	0,02816998	0,00045672
1,2	КИХ	5	0,04219072	0,00082203
	БИХ	3	0,04545734	0,00075587
1,5	КИХ	5	0,11187530	0,00206668
	БИХ	3	0,09013103	0,00147081
2	КИХ	9	0,10613500	0,00142538
	БИХ	3	0,08086268	0,00129539

Приведенные результаты показывают возможность построения более точных, чем МНК-оценки, параметров модели БИХ-фильтра (16) по малому числу наблюдений на фрагментах изображений при отсутствии априорной информации о распределении ошибок измерений. При этом, что весьма важно для оценки РС, интенсивность искажений может иметь большую неопределенность в весьма широком диапазоне.

На рис. 4 для сравнения приведены исходная гауссова частотная характеристика (15) и вычисленная с использованием оценок параметров модели БИХ-фильтра (16). Ошибка аппроксимации ΔH зависит от частоты. Максимальная и среднеквадратическая погрешности аппроксимации передаточной функцией БИХ-фильтра составили $\Delta_{\max} = 0,0325$, $\Delta_{\text{СКО}} = 0,0005$ соответственно.

Необходимо иметь в виду, что ошибка $\Delta\Omega$ определения зачетной частоты разрешения зависит не только от ошибок аппроксимации частотной характеристики ΔH , но и от параметра Q в (2). Характер зависимости ошибки $\Delta\Omega$ от



Рис. 4. Аппроксимация гауссовой частотной характеристики (тонкая линия) передаточной функцией БИХ-фильтра (жирная линия)

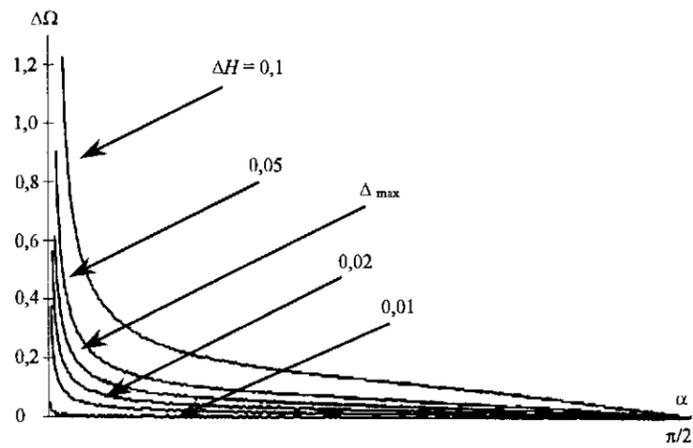


Рис. 5. Зависимость погрешности $\Delta\Omega$ от параметра Q и погрешности ΔH

частоты Ω связан также с видом частотной характеристики системы. Для гауссовой частотной характеристики (см. рис. 4) ошибка $\Delta\Omega$ монотонно увеличивается с уменьшением параметра Q . На рис. 5 представлено полученное в ходе экспериментов семейство зависимостей ошибок $\Delta\Omega$ оценивания зачетной пространственной частоты Ω от параметра $\alpha = \text{arctg}(Q)$ при различных значениях погрешности аппроксимации ΔH .

Полученная путем аппроксимации моделью БИХ-фильтра оценка гауссовой частотной характеристики использовалась затем для определения частоты Ω и соответствующего ей показателя линейного разрешения по соотношениям (1), (2) с использованием данных, приведенных в табл. 4. Параметры K и T задавались, а амплитуда A и СКО σ , оценивались по сформированным тестовым фрагментам. В результате решения задачи получены зачетная круговая частота 16,43 рад/ед. длины, зачетная частота 5,23 1/ед. длины, линейное разрешение 0,19 ед. длины. Эти результаты хорошо согласуются с результатами моделирования при исходном интервале дискретизации $T = 0,1$ ед. длины.

Таблица 4

Параметры фрагментов

Параметры фрагментов	Тип перехода	
	темный – светлый	светлый – темный
Перепад яркости	142,8	141,5
СКО	15,6	15,34
K	3,0	3,0
T_0	0,1 ед. длины	0,1 ед. длины

Заключение. Показана принципиальная возможность автоматизированной оценки разрешающей способности систем формирования изображений по одному искаженному изображению с использованием фрагментов небольших размеров, имеющих ступенчатую функцию распределения яркости. Установлено, что необходимую для этой цели частотную характеристику системы целесообразно оценивать в классе БИХ-фильтров. Показана возможность построения достаточно точных оценок по малому числу наблюдений при неизвестных вероятностных распределениях помех с использованием априорной информации о ступенчатом характере распределения яркости на фрагментах изображений.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обоснование методики оценивания разрешающей способности. Предполагается, что выходной сигнал видеoinформационного тракта является результатом равномерной дискретизации непрерывного выходного (искаженного) сигнала:

$$y_D(n_1, n_2) = y(t_1, t_2) \Big|_{\substack{t_1 = n_1 T \\ t_2 = n_2 T}}, \quad (\text{П1})$$

$$y(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1, \tau_2) x(t_1 - \tau_1, t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + v(t_1, t_2), \quad (\text{П2})$$

где $x(t_1, t_2)$ – полезный непрерывный сигнал (неискаженное поле яркости) на входе тракта; $h(\tau_1, \tau_2)$ – импульсная характеристика искажающей двумерной непрерывной линейной системы с постоянными параметрами; $v(t_1, t_2)$ – аддитивный шум наблюдения; T – шаг равномерной дискретизации двумерного сигнала.

Для показанного на рис. 1, b одномерного сечения поля яркости тестовой миры в направлении, перпендикулярном штрихам, можно записать разложение выходного сигнала (1) в ряд Фурье на интервале $[-1, 1]$. Амплитуда основной, первой гармоники этого разложения $f_1(t_1) = 2A(\pi)^{-1} \sin(\Omega_1 t_1)$ на входе и выходе системы соответственно:

$$A_1^{(x)} = 2A/\pi, \quad A_1^{(y)} = 2AH(\Omega)\pi^{-1}. \quad (\text{П3})$$

Частотная характеристика $H(\Omega)$ в направлении оси t_1 имеет вид

$$H(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) \exp[-j\Omega\tau_1] d\tau_1,$$

где Ω – частота соответствующей пространственной гармоники.

Если шум наблюдения $v(t_1, t_2)$ слабо коррелирован, после дискретизации сигнала по правилу (П1), (П2) его можно считать дискретным белым шумом (полем со статистически независимыми отсчетами). Известно, что зрительный анализатор человека обладает способностью усреднять такой шум в пределах наблюдаемых штрихов постоянной яркости, если эти штрихи не слишком вытянуты (отношение длины штриха к ширине не превышает девяти). С учетом сказанного можно утверждать, что на каждом штрихе про-

изводится около $N = 5l^2T^{-2}$ независимых шумовых отсчетов. Поэтому «кажущееся» среднеквадратическое отклонение шума (после его субъективного усреднения) равно

$$\tilde{\sigma}_v = \sigma_v / \sqrt{N} = (T\sigma_v) / (\sqrt{5}l), \quad (\text{П4})$$

где σ_v – среднеквадратическое отклонение отсчетов шума.

Типичная частотная характеристика линейной модели сквозного тракта убывает к нулю с ростом частотных аргументов. Это означает, что при уменьшении размеров объекта (параметра l) амплитуда первой гармоники полезного сигнала на выходе тракта также уменьшается. Одновременно в соответствии с (П4) наблюдается рост кажущегося среднеквадратического отклонения шума. Следовательно, с уменьшением ширины l штриха тестового объекта отношение сигнал/шум $d = A_1^{(y)} / \tilde{\sigma}_v$ монотонно убывает и при ширине, равной значению искомого показателя линейного разрешения ($l = l_0$), достигает некоторого нижнего порогового значения K . Итак, с учетом (П4)

$$d|_{l=l_0} = A_1^{(y)} / \tilde{\sigma}_v = (\sqrt{5}lA_1^{(y)}) / (T\sigma_v) = K.$$

Подставляя в последнее равенство выражение для амплитуды выходного сигнала (П3), получаем

$$d = (2\sqrt{5}Al_0H(\Omega)) / (\pi T\sigma_v) = K, \quad (\text{П5})$$

где Ω – пространственная частота, определяющая показатель линейного разрешения: $\Omega = \pi/l_0$. Из (П5) следует уравнение (2) относительно неизвестной частоты Ω .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Проектирование** оптических систем / Под ред. Р. Шеннона, Дж. Вайанта. М.: Мир, 1983.
2. **Сергеев В. В., Фурсов В. А., Парфенов С. И.** Информационная технология оценки разрешающей способности видеотракта с использованием модели фильтра с бесконечной импульсной характеристикой // 4-я Всерос. с междунар. участием конф. «Распознавание образов и анализ изображений: Новые информационные технологии»: Тр. конф. (Новосибирск, 11–18 октября 1998 г.). Новосибирск: ИАиЭ СО РАН, 1998.
3. **Даджион Д., Мерсеро Р.** Цифровая обработка многомерных сигналов: Пер. с англ. М.: Мир, 1984.
4. **Фурсов В. А.** Идентификация моделей систем формирования изображений по малому числу наблюдений. Самара: Изд-во Самарского гос. аэрокосмического ун-та, 1998.
5. **Фурсов В. А., Парфенов С. И.** Идентификация моделей систем формирования и восстановления изображений в классе фильтров с бесконечной импульсной характеристикой при малом числе наблюдений // Компьютерная оптика. 1998. № 18.

Институт систем обработки изображений РАН,
E-mail: fursov@smr.ru

Поступила в редакцию
20 апреля 2000 г.