

УДК 681.3.06

С. И. Вяткин, Б. С. Долговесов, С. Е. Чижик

*(Новосибирск)***КОРРЕКЦИЯ ДИСТОРСИИ
В КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ ВИЗУАЛИЗАЦИИ**

Обсуждается проблема синтеза изображений с учетом динамической коррекции дисторсии. Рассматриваются новые способы задания ребер многоугольников в криволинейном пространстве. Предлагаются рекурсивный алгоритм деления плоскости изображения с многоуровневым маскированием невидимых поверхностей и эффективный способ проективного преобразования для генерации изображений со сферической перспективой. Показана возможность визуализации виртуальной среды в искаженном криволинейном пространстве.

Введение. Под дисторсией понимается нелинейное искажение изображения, видимого наблюдателю, вызванное наличием неплоской проекционной поверхности (проекционного купола), свойствами оптической системы и электронных блоков проектора. Так, в тренажерных системах военного назначения изображение проецируется на купол [1]. Искажения, вносимые как самим криволинейным экраном, так и перемещениями наблюдателя и проектора, необходимо корректировать. Следует отметить, что в сферическом пространстве, когда угол обзора больше чем 180° , нельзя решить задачу удаления невидимых поверхностей по алгоритму z -буфера для многоугольников, которые пересекают плоскость $z = 0$. С помощью алгоритма R -буфера можно решить эту проблему, вычисляя расстояние от наблюдателя до точек двух объектов, одна из которых видима наблюдателю. С эгоцентрической точки зрения наблюдателя окружающее его пространство является сферическим [2–4]. Треугольник (примитив базы данных) уже не будет той простой фигурой, к которой все привыкли, а будет менять свою форму (искривляться) при движении наблюдателя и проектора и будет неплоским. Можно решить эту проблему, если разделить треугольник на более мелкие и плоские, но для сильных искажений трудно или почти невозможно сделать триангуляцию. Такой способ имеет следующие недостатки: во-первых, его можно применять только для небольших искажений, во-вторых, многократно увеличивается количество обрабатываемых треугольников, чтобы достаточно точно аппроксимировать криволинейный треугольник. Существует альтернативное решение – алгоритм отслеживания ребра. В данном алгоритме растривание примитивов происходит на криволинейной сетке. В этом и заключается главная проблема, так как необходимо найти пересечения ребра треугольника с клетками разного размера и разной формы, которыми аппроксими-

рована проекция купола (т. е. очень сложен поиск первой вершины ребра, с которой начинаются пошаговые вычисления), кроме того, необходимо хранить такие клетки в памяти и постоянно к ней обращаться в процессе растривания.

В данной работе рассматриваются два подхода к решению проблемы коррекции дисторсии, учитывающие не только подвижность наблюдателя, но и проектора. Оба подхода основаны на задании границ (ребер) граней (в плоскости проектора) с помощью кривых линий (проекций пространственных кривых, образованных пересечением купола (рис. 1) с плоскостями ребер, т. е. плоскостями, проходящими через ребра и начало системы координат наблюдателя). Это дает возможность применить достаточно простые алгоритмы растривания, использующие кватернарное дерево деления.

В первом подходе (см. разд. 3) каждое ребро грани описывается парой уравнений:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \quad (1)$$

$$ax + by + c = 0. \quad (2)$$

Коэффициенты обоих уравнений (A, \dots, F, a, \dots, c) вычисляются в ходе геометрических преобразований. Уравнение (2) определяет линию пересечения плоскости проектора с плоскостью, проходящей через начало отсчета системы координат проектора параллельно плоскости ребра.

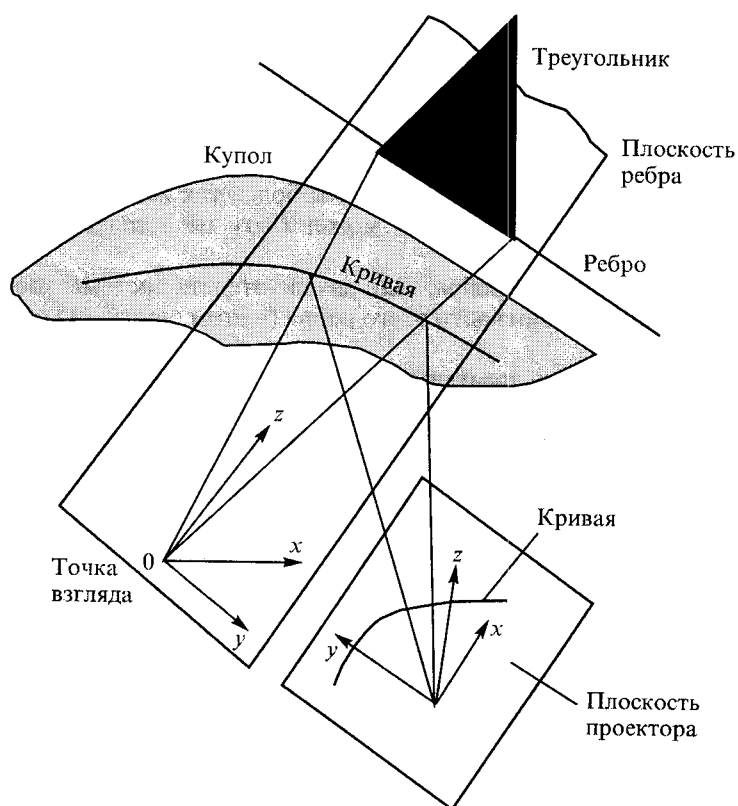


Рис. 1. Проекция пространственной кривой

Во втором подходе (см. разд. 4) рассматриваются ребра граней как некие кривые, описанные параметрическими уравнениями вида

$$Ax + By + C + Dt(x, y) = 0, \quad (3)$$

где A, B, C, D – коэффициенты ребер, полученные в ходе геометрических преобразований; $t(x, y)$ – параметр, нелинейно зависящий от x, y .

1. Использование кривых второго порядка. В первом подходе проекционный купол рассматривается как поверхность второго порядка, например сфера или эллипсоид. Проецируя ребра многоугольников (треугольников) на купол, получим кривые второго порядка в пространстве, а проекциями пространственных кривых на плоскость проектора будут кривые второго порядка на этой плоскости: эллипсы, параболы и гиперболы (см. рис. 1). При этом учтем, что наблюдатель находится внутри купола. Ограничения первого подхода:

– проекционный купол аппроксимируется поверхностью второго порядка, определяемой уравнением вида

$$A_d x^2 + B_d y^2 + C_d z^2 + D_d xy + E_d yz + F_d xz + G_d x + H_d y + I_d z + K_d = 0; \quad (4)$$

– дисторсия собственно проектора пренебрежимо мала (считается, что проектор содержит аппаратуру, позволяющую компенсировать нелинейные искажения, вносимые оптической системой и электронными блоками). Решение, позволяющее снять второе ограничение, рассматривается в разд. 9.

2. Вычисление коэффициентов уравнений, описывающих форму грани в плоскости проектора. Уравнение кривой второго порядка (1) определяет линию ребра грани в плоскости проектора, если начало отсчета системы координат проектора не принадлежит плоскости этого ребра.

Линейное уравнение (2) используется

– для «отсечения» ненужной ветви гиперболы, так как кривой второго порядка в результате проецирования может быть не только эллипс или парабола;

– для определения линии ребра, если начало отсчета системы координат проектора принадлежит плоскости этого ребра (в этом случае (1) перестает менять знак).

Ниже приводится последовательность геометрических преобразований, необходимых для вычисления коэффициентов уравнений (1), (2).

1. Перевод векторов, описывающих положение вершин грани, в систему координат наблюдателя:

$$V_v = T(V_o + R), \quad (5)$$

где V_o – вектор вершины в объектной системе координат; T – матрица поворота; R – вектор смещения; V_v – вектор вершины в системе координат наблюдателя.

2. Вычисление уравнений плоскостей ребер (т. е. плоскостей, проходящих через ребра грани и начало отсчета системы координат наблюдателя). Уравнение плоскости ребра в системе координат наблюдателя имеет вид

$$N_v * (x, y, z) = 0. \quad (6)$$

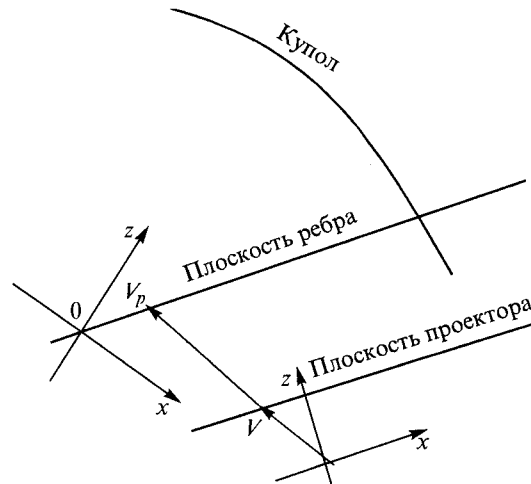


Рис. 2. Системы координат проектора и наблюдателя

Здесь N_v – вектор нормали, $N_v = [V_{vi}, N_{vi+1}]$; V_{vi} – вектор i -й вершины грани; V_{vi+1} – вектор $i+1$ -й вершины грани.

3. Перевод уравнений плоскостей ребер в систему координат проектора. Уравнение плоскости ребра в системе координат проектора запишем как

$$N_p * (x, y, z) + D_p = 0, \quad (7)$$

где N_p – вектор нормали, $N_p = N_v T_r$; D_p – ненормированное расстояние до плоскости по направлению N_p , $D_p = N_p T_m$; T_r – матрица поворота; T_m – вектор смещения.

4. Вычисление коэффициентов уравнений (1), (2), описывающих форму грани в плоскости проектора:

$$A_p x + B_p y + C_p z + D_p = 0. \quad (8)$$

Тогда коэффициенты уравнения (2) определяются следующим образом:

$$a = A_p, \quad b = B_p, \quad c = C_p. \quad (9)$$

Пусть точка, находящаяся в плоскости проектора, описывается вектором $V = (x, y, 1)$. Продолжив V до пересечения с плоскостью ребра (рис. 2), получим некий новый вектор $V_p = (p(x, y)x, p(x, y)y, p(x, y))$, где параметр $p(x, y)$ вычисляется по формуле

$$p(x, y) = D_p / (A_p x + B_p y + C_p). \quad (10)$$

Подставив координаты вектора V_p в (4) с учетом (10), получим коэффициенты уравнения (1):

$$\begin{aligned} A &= D_p^2 A_d + D_p A_p G_d + A_p^2 K_d; & B &= D_p^2 D_d + D_p A_p H_d + D_p B_p G_d + 2A_p B_p K_d; \\ C &= D_p^2 B_d + D_p B_p H_d + B_p^2 K_d; & D &= D_p^2 F_d + D_p A_p I_d + D_p C_p G_d + 2A_p C_p K_d; \\ E &= D_p^2 E_d + D_p A_p I_d + D_p C_p H_d + 2B_p C_p K_d; & F &= D_p^2 C_d + D_p C_p I_d + C_p^2 K_d. \end{aligned} \quad (11)$$

| $\text{sign}[ax + by + c]$ | $\text{sign}[D_p]$ | $\text{sign}[Q(x, y)]$ | Местоположение тестируемой точки |
|----------------------------|--------------------|------------------------|----------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | вне грани |
| 0 | 0 | 1 | со стороны грани |
| 0 | 1 | * | со стороны грани |
| 1 | 0 | * | вне грани |
| 1 | 1 | 0 | со стороны грани |
| 1 | 1 | 1 | вне грани |

Для определения местоположения точки, принадлежащей плоскости проектора относительно линии ребра грани, необходимо сформулировать следующие условия:

$\text{sign}[ax + by + c] = 1$ – точка в плоскости проектора, определяемая вектором V , находится в области отрицательных значений уравнения (2);

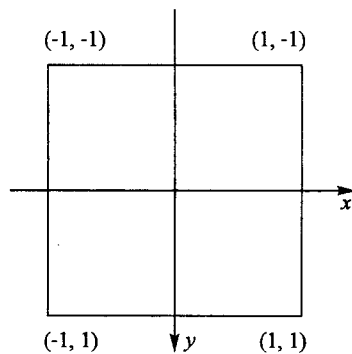
$\text{sign}[D_p] = 1$ – проектор находится в полупространстве, где расположена грань (при $D_p = 0$ $\text{sign}[D_p] = 0$);

$\text{sign}[Q(x, y)] = 1$ – точка на плоскости ребра, определяемая вектором V_p , находится внутри проекционного купола ($Q(x, y)$, уравнение (1)).

Результаты анализа всех возможных комбинаций вышеуказанных условий сведены в таблицу.

3. Растривание граней с использованием кватернарного дерева деления. В качестве элемента разложения при преобразовании граней в пиксели телевизионного растра предлагается использовать уменьшающуюся в 4 раза прямоугольную клетку, первоначальный размер которой равен размеру экрана [5–7]. Совокупность клеток одинакового (i -го) размера, покрывающих экран, назовем i -м уровнем деления. Считаем, что область экрана соответствует нулевому уровню, $1/4$ часть экрана – первому, $1/4^n$ часть экрана (n – целое) является пикселом телевизионного растра. Введем также понятие локальной системы координат клетки i -го уровня (LCS_i) (рис. 3): начало отсчета LCS_i находится в центре клетки; орты LCS_i параллельны границам клетки; считаем, что вершины клетки относительно LCS_i имеют следующие координаты: $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$.

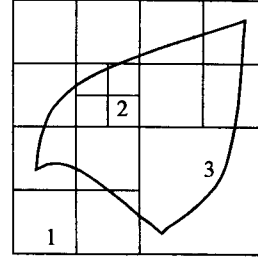
При анализе (тесте) взаимного расположения клетки i -го уровня деления (Q_i) и грани возможны следующие ситуации (рис. 4): 1) Q_i находится вне грани (в этом случае область экрана, соответствующая клетке Q_i , исключается из дальнейшего рассмотрения); 2) Q_i находится внутри грани (в этом случае все пиксели, принадлежащие Q_i , объявляются принадлежащими грани); 3) Q_i частично перекрывается гранью (в этом случае клетка Q_i объявляется «пересеченной» и делится на



при анализе (тесте) взаимного расположения клетки i -го уровня деления (Q_i) и грани возможны следующие ситуации (рис. 4): 1) Q_i находится вне грани (в этом случае область экрана, соответствующая клетке Q_i , исключается из дальнейшего рассмотрения); 2) Q_i находится внутри грани (в этом случае все пиксели, принадлежащие Q_i , объявляются принадлежащими грани); 3) Q_i частично перекрывается гранью (в этом случае клетка Q_i объявляется «пересеченной» и делится на

Рис. 3. Локальные координаты клетки i -го уровня

Рис. 4. Взаимное расположение треугольника и клеток: клетка вне треугольника (1); внутри треугольника (2); треугольник пересекает клетку (3)



четыре клетки $i + 1$ -го уровня, расположение которых снова анализируется).

Алгоритм растривания сводится к анализу взаимного расположения клетки Q_i и границ грани, заданных уравнениями (1), (2). Способность алгоритма распознавать «внутренние» клетки может быть использована для маскирования на каждом уровне деления (что немаловажно при прямом приоритетном порядке обработки граней и большой глубинной сложности) и организации многоуровневого R -буфера.

Тест Q_i относительно линии, определяемой уравнением (2).

1. Перевод коэффициентов уравнения (2) в локальную систему координат клетки Q_i при делении клетки Q_{i-1} сводится к модификации свободного члена уравнения (2):

$$C(i) = C(i-1) \pm a \pm b, \quad (12)$$

где $C(i)$ – свободный член текущего уровня деления ($C(0) = c$); $C(i-1)$ – свободный член предыдущего уровня деления; a, b – коэффициенты исходного уравнения (2).

2. Определение местоположения клетки Q_i . Если

$$|a| + |b| \geq |C(i)|, \quad (13)$$

то клетка Q_i – «пересеченная». Если

$$|a| + |b| < |C(i)|, \quad (14)$$

то при $C(i) < 0$ клетка Q_i не принадлежит грани, а при $C(i) > 0$ клетка Q_i находится со стороны грани.

Такая трактовка знака $C(i)$ справедлива, если нормаль плоскости ребра показывает на полупространство, в котором расположена грань.

Тест Q_i относительно линии, определяемой уравнением (1). Запишем уравнение (1) в виде

$$(ax + by + d)x + (bx + cy + e)y + (dx + ey + f) = 0, \quad (15)$$

где $a = A, b = 0,5B, c = C, d = 0,5D, e = 0,5E, f = F; A, \dots, F$ – коэффициенты уравнения (1).

1. Перевод коэффициентов уравнения (1) в локальную систему координат клетки Q_i при делении клетки Q_{i-1} сводится к модификации трех коэффициентов уравнения (15):

$$\begin{aligned} D(i) &= 2D(i-1) \pm a \pm b, & E(i) &= 2E(i-1) \pm b \pm c, \\ F(i) &= 2f' \pm D(i) \pm E(i), & f' &= 2F(i-1) \pm D(i-1) \pm E(i-1). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь $D(i), \dots, F(i)$ – коэффициенты текущего уровня деления ($D(0) = d$, $E(0) = e$, $F(0) = f$); $D(i-1), \dots, F(i-1)$ – коэффициенты предыдущего уровня деления; a, \dots, c – коэффициенты исходного уравнения (15); f' – некое промежуточное значение.

2. Определение местоположения клетки Q_i . Если

$$(|a| + |c|)/2 + |b| + |D(i)| + |E(i)| \geq |F(i)/2|, \quad (17)$$

то клетка Q_i объявляется «пересеченной». Если условие (17) не выполняется, то при $F(i) < 0$ клетка Q_i не принадлежит грани, а при $F(i) \geq 0$ клетка Q_i находится со стороны грани.

Такая трактовка знака $F(i)$ справедлива, если при подстановке в уравнение (1) координат точки, принадлежащей грани, получим знак «+».

Тест Q_i относительно линии, определяемой уравнением (1), с учетом апертур фильтра. С учетом апертур условия (13), (17) могут быть записаны следующим образом:

$$(|a| + |b|)Ea(i) \geq |C(i)|, \quad (13.1)$$

$$((|a| + |c|)/2 + |b|)Ea^2(i) + (|D(i)| + |E(i)|)Ea(i) \geq |F(i)/2|, \quad (17.1)$$

где $Ea(i)$ определяет значение апертур i -го уровня деления. Целесообразно выбрать $Ea(0) = Ea(1) = \dots = Ea(i) = 2$. Тогда

$$|a| + |b| \geq |C(i)|/2, \quad |a| + |c| + 2|b| + |D(i)| + |E(i)| \geq |F(i)/4|. \quad (18)$$

Отметим некоторые достоинства рассмотренного алгоритма растривания:

- предельная простота реализации (используются только операции сдвига и сложения);
- отсутствие статических и динамических таблиц;
- алгоритм допускает высокую степень параллельности вычислений.

4. Применение параметрического уравнения. Второй подход по сравнению с первым (с применением кривых второго порядка в качестве ребер многоугольников) имеет преимущество, состоящее в том, что он позволяет учитывать локальные отклонения формы проекционного купола от идеальной поверхности второго порядка. Поскольку кривые, применяемые во втором подходе, являются кривыми высоких порядков, то проекционное устройство (купол) может иметь произвольную форму. С помощью данного подхода можно проецировать изображение без искажений в обыкновенной комнате, т. е. с учетом коррекции дисторсии.

Вычисление коэффициентов параметрического уравнения, описывающего линию ребра на плоскости проектора, можно сделать следующим образом. Повторив вычисления первых трех последовательностей из разд. 2, получим уравнение плоскости ребра в системе координат проектора (7). Запишем его в виде

$$A_p x + B_p y + C_p z + D_p = 0. \quad (19)$$

Пусть любая точка, находящаяся в плоскости проектора, описывается вектором $V = (x, y, 1)$. Продолжив V до пересечения с поверхностью проекци-

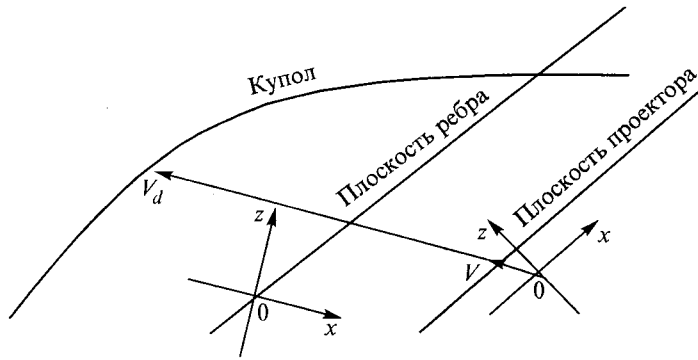


Рис. 5. Системы координат проектора и наблюдателя

онного купола (рис. 5), получим новый вектор $V_d = (x/t(x, y), y/t(x, y), 1/t(x, y))$, где $t(x, y)$ – некий параметр (см. разд. 6).

Подставив координаты вектора V_d в (19), получим уравнение (3), где $A = A_p, B = B_p, C = C_p, D = D_p$.

5. Применение кватернирного дерева деления при растрезании. Поскольку алгоритм растрезивания для второго подхода, использующий уравнения (3), во многом аналогичен рассмотренному в разд. 3, то отметим здесь лишь следующие основные моменты.

1. Вводится уравнение «полосы» (т. е. совокупности параллельных прямолинейных границ, характеризующей кривизну ребра грани относительно определенного множества точек плоскости проектора), позволяющее определить местоположение клетки i -го уровня деления (Q_i) относительно ребра грани:

$$Ax + By + C(i) + D(i)t(i, j) \pm D(i)Et(i) = 0, \quad (20)$$

где A, B – коэффициенты при x, y исходного уравнения (3); $C(i)$ – свободный член линейной части уравнения i -го уровня деления; $D(i)$ – коэффициент нелинейной части уравнения i -го уровня деления; $t(i, j)$ – среднее значение параметра $t(x, y)$ j -й клетки i -го уровня деления (выбирается из таблицы); $Et(i)$ – величина, характеризующая разброс параметра $t(x, y)$ внутри клетки i -го уровня деления (выбирается одинаковой для всех клеток одного уровня). Отметим, что при переходе к более «мелкому» уровню деления (т. е. с i -го уровня к уровню $i+1$) значение $Et(i)$ уменьшается, обеспечивая в конечном итоге заданную точность растрезивания.

2. Модификация коэффициентов уравнения (20) при переходе в локальную систему координат Q_i :

$$C(i) = 2C(i-1) \pm A \pm B, \quad D(i) = 2D(i-1). \quad (21)$$

($C(i), D(i)$ – коэффициенты текущего уровня деления ($C(0) = c, D(0) = d$); $C(i-1), D(i-1)$ – коэффициенты предыдущего уровня деления.)

3. Местоположение Q_i относительно ребра определяет пара неравенств:

$$\begin{aligned} |A| + |B| &> |C(i) + D(i)t(i, j) + D(i)Et(i)|, \\ |A| + |B| &> |C(i) + D(i)t(i, j) - D(i)Et(i)| \end{aligned} \quad (22)$$

и знаки выражений: $C(i) + D(i)t(i, j) + D(i)Et(i)$, $C(i) + D(i)t(i, j) - D(i)Et(i)$.

Сравнивая второй подход с первым, отметим следующие его положительные стороны: относительная простота геометрических преобразований; возможность корректировки значений параметра $t(x, y)$, учитывающей «неидеальность» проекционного купола.

К недостаткам данного подхода можно отнести: присутствие динамической (или статической, если проектор неподвижен) таблицы, хранящей значения параметра $t(x, y)$; наличие операций умножения.

6. Вычисление параметра $t(x, y)$. Если проекционный купол аппроксимируется поверхностью второго порядка, значение $t(x, y)$ есть обратная величина положительного корня квадратного уравнения:

$$at^2 + bt + c = 0; \quad 1/t = (-b \pm (b^2 - 4ac)^{1/2})/2a;$$

$$a = A_d x^2 + B_d y^2 + C_d + D_d xy + E_d y + F_d x; \quad (23)$$

$$b = G_d x + H_d y + I_d; \quad c = K_d.$$

Здесь x, y – координаты точки, принадлежащей плоскости проектора; A_d, \dots, K_d – коэффициенты уравнения (4) (полагаем, что уравнение задано в системе координат проектора).

Отметим, что вычисления по формулам (23) весьма трудоемки (так как при подвижном проекторе и разрешении $2k \times 2k$ требуется вычислить за время кадра как минимум $256k$ точных значений $t(x, y)$, если считать, что все прочие значения $t(x, y)$ могут быть получены посредством билинейной интерполяции), поэтому предлагается другой способ определения $t(x, y)$, требующий существенно меньшего количества арифметических операций.

Проведем в плоскости проектора горизонтальные линии $L(0), \dots, L(i)$ (рис. 6), каждая линия содержит ряд узловых точек $S(i, 0), \dots, S(i, j)$, в которых необходимо определить значения $t(x, y) - t(i, 0), \dots, t(i, j)$. Через начало системы отсчета проектора и данную линию $L(i)$ проведем плоскость $P(i)$. В плоскости $P(i)$ уравнение линии пересечения этой плоскости с проекционным куполом $L_d(i)$ имеет вид

$$A(i)x^2 + B(i)xy + C(i)y^2 + D(i)x + E(i)y + F(i) = 0, \quad (24)$$

где

$$A(i) = A_d R_0^2 + B_d R_3^2 + C_d R_6^2 + D_d R_0 R_3 + E_d R_3 R_6 + F_d R_0 R_6;$$

$$B(i) = 2A_d R_0 R_1 + 2B_d R_3 R_4 + 2C_d R_6 R_7 + D_d (R_0 R_4 + R_1 R_3) +$$

$$+ E_d (R_3 R_7 + R_4 R_6) + F_d (R_0 R_7 + R_1 R_6);$$

$$C(i) = A_d R_1^2 + B_d R_4^2 + C_d R_7^2 + D_d R_1 R_4 + E_d R_4 R_7 + F_d R_1 R_7;$$

$$D(i) = G_d R_0 + H_d R_3 + I_d R_6; \quad E(i) = G_d R_1 + H_d R_4 + I_d R_7; \quad F(i) = K_d;$$

A_d, \dots, K_d – коэффициенты уравнения (4) (уравнение (4) задано в системе координат проектора); R_0, \dots, R_7 – группа коэффициентов матрицы поворота системы координат проектора (уникальная для каждой линии $L(0), \dots, L(i)$).

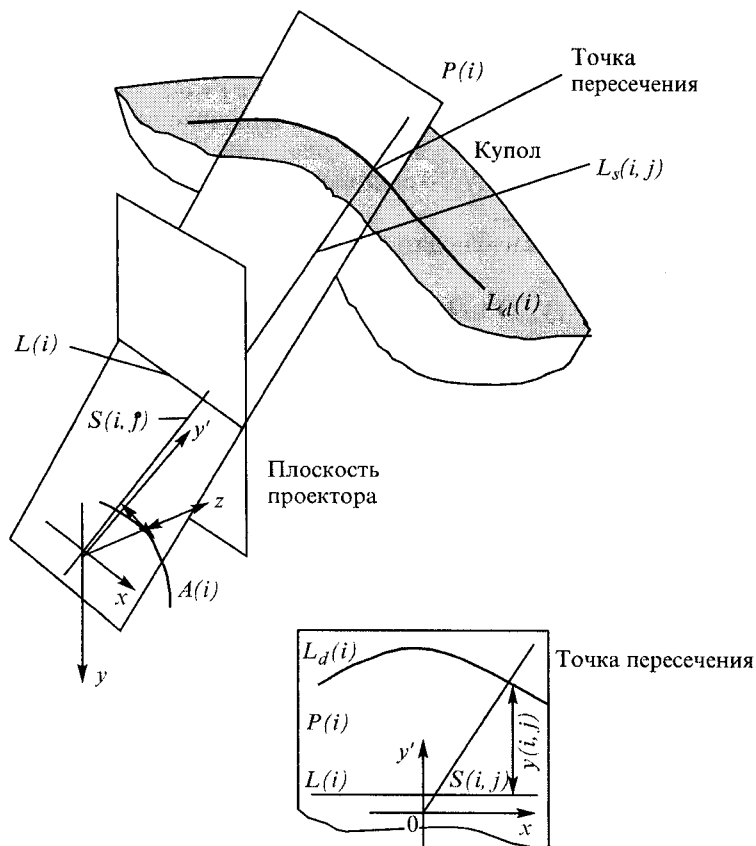


Рис. 6. Пересечение купола с плоскостью наблюдателя

Пусть в плоскости $P(i)$ задана прямая $L_s(i, j)$, которая проходит через начало системы отсчета проектора и точку $S(i, j)$. Задача сводится к определению y -координаты $Y(i, j)$ точки пересечения прямой $L_s(i, j)$ с кривой второго порядка $L_d(i)$ и вычислению значения $t(i, j)$ по формуле

$$t(i, j) = (Y(i, j) \cos(\alpha(i)))^{-1}, \quad (25)$$

где $\alpha(i)$ – угол между плоскостью $P(i)$ и плоскостью, в которой находятся оси x, z проектора.

Для поиска $Y(i, j)$ воспользуемся методом последовательного приближения. Деля плоскость $P(i)$ на прямоугольные клетки (т. е. используя кватернарное дерево деления), найдем клетку минимального размера, которую пересекают $L_s(i, j)$ и $L_d(i)$ (количество уровней деления в данном случае определяется разрядностью $Y(i, j)$).

Главное достоинство предлагаемого метода вычисления параметра $t(x, y)$ состоит в том, что он может быть реализован на той же аппаратуре, что и алгоритм растривания (при условии, что коэффициенты $A(i), \dots, F(i)$ вычисляются геометрическим процессором).

7. Вычисление значений текстурных координат и линейная интерполяция интенсивности. Рассмотрим геометрические преобразования па-

раметров грани на примере одной из текстурных координат. Пусть в объектной системе координат заданы:

1) уравнение плоскости грани: $N_{zo} * (x, y, z) + D_{zo} = 0$, где N_{zo} – вектор нормали; D_{zo} – расстояние до плоскости по направлению N_{zo} .

2) уравнение плоскости нулевых значений текстурной координаты: $N_{uo} * (x, y, z) + D_{uo} = 0$, где N_{uo} – вектор нормали; D_{uo} – расстояние до плоскости по направлению N_{uo} .

В системе координат наблюдателя два вышеуказанных уравнения имеют вид

$$N_{zv} * (x, y, z) + D_{zv} = 0, \quad N_{uv} * (x, y, z) + D_{uv} = 0. \quad (26)$$

Здесь $N_{zv} = N_{zo}T_r$; $N_{uv} = N_{uo}T_r$; $D_{zv} = N_{zo}T_m + D_{zo}$; $D_{uv} = N_{uo}T_m + D_{uo}$; T_r – матрица поворота; T_m – вектор смещения.

Уравнения (26) могут быть записаны следующим образом:

$$A_{zv}x + B_{zv}y + C_{zv}z + D_{zv} = 0, \quad A_{uv}x + B_{uv}y + C_{uv}z + D_{uv} = 0.$$

Введем некие новые коэффициенты:

$$A_{zi} = A_{zv} / |D_{zv}|; \quad B_{zi} = B_{zv} / |D_{zv}|; \quad C_{zi} = C_{zv} / |D_{zv}|;$$

$$A_{ui} = A_{uv} + D_{uv}A_{zi}; \quad B_{ui} = B_{uv} + D_{uv}B_{zi}; \quad C_{ui} = C_{uv} + D_{uv}C_{zi}.$$

Тогда получим выражение для вычисления текстурной координаты на плоскости наблюдателя:

$$U = (A_{ui}x + B_{ui}y + C_{ui}) / (A_{zi}x + B_{zi}y + C_{zi}). \quad (27)$$

Отметим, что похожее выражение может быть получено для вычисления интенсивности:

$$I = (A_{ii}x + B_{ii}y + C_{ii}) / (A_{zi}x + B_{zi}y + C_{zi}). \quad (27.1)$$

Выразим числитель и знаменатель дробно-линейной функции (27) через координаты x, y на плоскости проектора:

$$U = (A_u x + B_u y + C_u + D_u t(x, y)) / (A_z x + B_z y + C_z + D_z t(x, y)), \quad (28)$$

где A_z, B_z, C_z – составляющие вектора N_z ; A_u, B_u, C_u – составляющие вектора N_u ; $t(x, y)$ – параметр, являющийся нелинейной функцией от x, y (подробно о параметре $t(x, y)$ см. разд. 6);

$$N_z = N_{zi} M_r; \quad D_z = N_{zi} V_m; \quad N_u = N_{ui} M_r; \quad D_u = N_{ui} V_m; \quad (29)$$

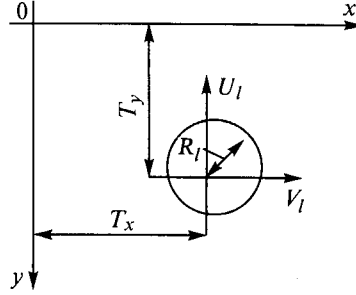
M_r – матрица поворота; V_m – вектор смещения; N_{zi} – вектор (A_{zi}, B_{zi}, C_{zi}) ; N_{ui} – вектор (A_{ui}, B_{ui}, C_{ui}) .

Окончательная формула для вычисления интенсивности имеет аналогичный вид:

$$I = (A_i x + B_i y + C_i + D_i t(x, y)) / (A_z x + B_z y + C_z + D_z t(x, y)). \quad (28.1)$$

Формула (28) свидетельствует о том, что для каждого параметра грани (текстурной координаты, функции интерполяции интенсивности) геометри-

Рис. 7. Растровый огонь в плоскости наблюдателя



ческий процессор должен вычислить четыре коэффициента (A_u, \dots, D_u) плюс еще четыре коэффициента координаты z (A_z, \dots, D_z). Собственно вычислитель текстурных координат и функции линейной интерполяции интенсивности требует наличия динамической (или статической, если проектор неподвижен) таблицы значений параметра $t(x, y)$.

8. Генерация растровых огней. В плоскости наблюдателя растровый огонь может быть задан уравнением окружности (рис. 7):

$$U_1^2 + V_1^2 - R_l^2 = 0, \quad U_1 = y - T_y, \quad V_1 = x - T_x, \quad (30)$$

где T_x, T_y – координаты центра огня в плоскости наблюдателя; R_l – радиус огня.

Знак (30) после подстановки конкретных значений координат определяет принадлежность точки плоскости наблюдателя огню.

Выражая U_1, V_1 через координаты x, y в плоскости проектора, получим выражения, аналогичные выведенным в разд. 7, для вычисления текстурных координат:

$$U_1 = (A_{ul}x + B_{ul}y + C_{ul} + D_{ul}t(x, y)) / (A_{zl}x + B_{zl}y + C_{zl} + D_{zl}t(x, y)), \quad (31)$$

$$V_1 = (A_{vl}x + B_{vl}y + C_{vl} + D_{vl}t(x, y)) / (A_{zl}x + B_{zl}y + C_{zl} + D_{zl}t(x, y)),$$

где $A_{ul}, \dots, D_{ul}, A_{vl}, \dots, D_{vl}$ – коэффициенты уравнений кривых нулевых значений U_1, V_1 в плоскости проектора; A_{zl}, \dots, D_{zl} – коэффициенты аффинного преобразования, зависящие только от взаимного расположения систем координат наблюдателя и проектора; $t(x, y)$ – параметр, нелинейно зависящий от x, y (см. разд. 6).

Подставив (31) в (30), получим следующее уравнение:

$$(A_l x^2 + B_l xy + C_l y^2 + D_l x + E_l y + F_l) + (G_l x + H_l y + I_l)t(x, y) + K_l t^2(x, y) = 0, \quad (32)$$

где

$$A_l = A_{ul}^2 + A_{vl}^2 - R_l^2 A_{zl}^2;$$

$$B_l = 2(A_{ul}B_{ul} + A_{vl}B_{vl} - R_l^2 A_{zl}B_{zl});$$

$$C_l = B_{ul}^2 + B_{vl}^2 - R_l^2 B_{zl}^2;$$

$$D_l = 2(A_{ul}C_{ul} + A_{vl}C_{vl} - R_l^2 A_{zl}C_{zl});$$

$$E_l = 2(B_{ul}C_{ul} + B_{vl}C_{vl} - R_l^2 B_{zl}C_{zl});$$

$$F_l = C_{ul}^2 + C_{vl}^2 - R_l^2 C_{zl}^2;$$

$$G_l = 2(A_{ul}D_{ul} + A_{vl}D_{vl} - R_l^2 A_{zl}D_{zl});$$

$$H_l = 2(B_{ul}D_{ul} + B_{vl}D_{vl} - R_l^2 B_{zl}D_{zl});$$

$$I_l = 2(C_{ul}D_{ul} + C_{vl}D_{vl} - R_l^2 C_{zl}D_{zl});$$

$$K_l = D_{ul}^2 + D_{vl}^2 - R_l^2 D_{zl}^2.$$

Уравнение (32) имеет смысл рассматривать только в том случае, если выражения, заключенные в скобки, могут быть вычислены инкрементным способом.

Если числители формул (31) приравнять нулю, то получим уравнения эквипотенциалей нулевых значений U_l, V_l в плоскости проектора (назовем их L_u, L_v). Каждая из эквипотенциалей L_u, L_v (рис. 8) может быть описана парой уравнений типа (1), (2) (доказательство здесь не приводим).

Рассмотрим последовательность генерации растрового огня.

1. Поиск центра огня в плоскости проектора как точки пересечения эквипотенциалей L_u, L_v с использованием кватернарного дерева деления (аналогичная задача рассматривалась в разд. 3).

2. Определение в плоскости проектора области, в которой находится «тело» огня.

3. Генерация точной формы огня в плоскости проектора с использованием уравнения (32) (либо уравнения (30) и формул (31)).

9. **Модификация алгоритмов, учитывающая «неидеальность» проекционного устройства.** Если аппаратура проектора не позволяет компенсировать нелинейные искажения, вносимые оптической системой и электроникой, то представляется возможной модификация вышеизложенных алгоритмов, берущая за основу способ коррекции статической дисторсии, с той лишь разницей, что ребра граней определяются не прямыми, а кривыми линиями.

Введем следующие обозначения (рис. 9): SCR – криволинейный образ экрана в плоскости проектора; S – спан (криволинейная ячейка SCR определенного размера), границы спана аппроксимированы прямыми линиями; WND – некое прямоугольное окно, охватывающее SCR в плоскости проектора; Q – прямоугольная клетка определенного размера (минимальная единица деления – WND); LUT – статическая табли-

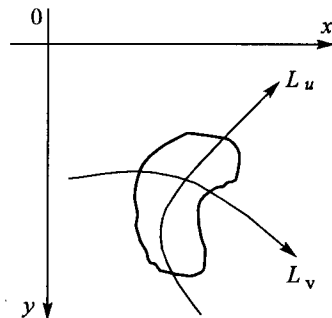


Рис. 8. Растровый огонь в плоскости проектора

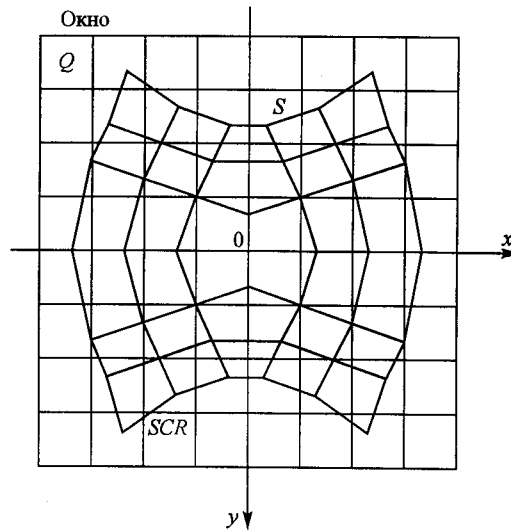


Рис. 9. Криволинейная сетка спанов

ца, хранящая для каждой клетки Q список параметров тех спанов S , которые имеют с ней общую область пересечения.

Растривание (последовательность вычислений).

1. Используя кватернарное дерево деления, определим все внутренние и пересеченные клетки $Q(0), \dots, Q(i)$, относящиеся к данной грани (рис. 10).

2. Табличным способом (через *LUT*) для каждой клетки $Q(i)$ определим все перекрывающие ее спаны $S(k), \dots, S(j)$.

3. С помощью кватернарного дерева деления найдем координаты точек пересечения прямолинейных границ спанов $S(k), \dots, S(j)$ с кривыми, определяющими форму грани в плоскости проектора.

4. Найденные точки пересечения используем для генерации прямолинейных фрагментов ребер внутри спанов $S(k), \dots, S(j)$ (рис. 11).

Вычисление текстурных координат и интенсивности. Чтобы воспользоваться формулами (28), (28.1), необходимо установить соответствие между

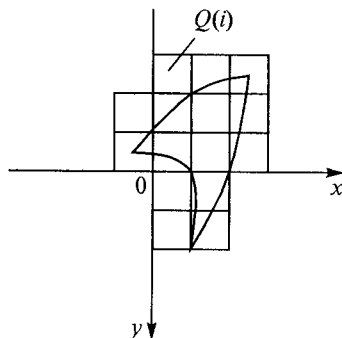


Рис. 10. Расположение треугольника на сетке спанов

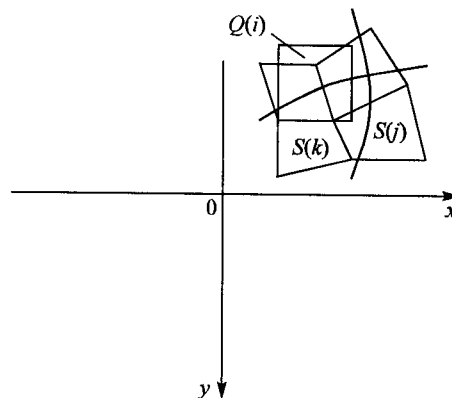


Рис. 11. Фрагменты ребер внутри спана



Рис. 12. Имитация дисторсии виртуального трансфокатора

пикселями телевизионного растра и соответствующими точками плоскости проектора. С помощью статической таблицы определяем значения координат вершин спанов в плоскости проектора (координаты внутренних точек спанов могут быть получены посредством билинейной интерполяции). Значения параметра $t(x, y)$ находятся с помощью билинейной интерполяции, если $t(x, y)$ определен в неких узловых точках WND (см. разд. 6).

На рис. 12 показана имитация дисторсии (вид на Землю из космоса через оптическую систему трансфокатора). Изображение получено с помощью системы визуализации реального времени «Ариус» [8].

Заключение. Для того чтобы устранить нелинейные искажения изображения при движении наблюдателя и проектора, проецирующего изображение на внутреннюю поверхность сферического купола, необходимы дополнительные вычисления как в геометрическом процессоре, так и в видеопроцессоре. Существуют два источника нелинейных искажений: система линз проекционного устройства и сферический купол, на который проецируется изображение. Имеются два вида коррекции дисторсии: статическая коррекция дисторсии при неподвижном проекторе и динамическая коррекция дисторсии, учитывающая подвижность наблюдателя и проекционного устройства. Есть два метода, компенсирующих искажения: деление примитива (криволинейного треугольника) на множество выпуклых и плоских треугольников и отслеживание ребер треугольника с растриванием последнего на криволинейной сетке.

В данной работе предлагаются два новых подхода, которые компенсируют искажения не только для статического варианта, но и для более сложного – динамического. Предлагаемые подходы требуют значительно меньших вычислительных затрат и более простой аппаратной реализации в сравнении с известными. Кроме того, предлагается новый метод определения универсального параметра $t(x, y)$, который требует значительно меньшего количества операций, а также метод компенсации нелинейных искажений, вносимых оптической системой и электронными блоками, что удешевляет тренажерный комплекс в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Coe L. K. Project to improve performance of the NASA/AMESACAB visual pipeline // Presented at the IMAGE V Conference. Phoenix, Arizona, 19–22 June, 1990. P. 5.

2. Ковалев А. М. О центральных проекциях трехмерного пространства // Автометрия. 1996. № 6. С. 4.
3. Ковалев А. М. О числе элементов изображения в поле зрения наблюдателя // Автометрия. 1997. № 3. С. 30.
4. Ковалев А. М. Виртуальная реальность в сферической перспективе // Тр. 8-й Междунар. конф. «Графикон-98». М.: МГУ, 1998. С. 76.
5. Асмус А. Э., Богомяков А. И., Вяткин С. И. и др. Вideoпроцессор компьютерной системы визуализации «Альбатрос» // Автометрия. 1994. № 6. С. 39.
6. Вяткин С. И., Долговесов Б. С., Рожков А. Ф. и др. Алгоритмы видеопреобразования и их реализация в системах реального времени // Тр. 5-й Междунар. конф. «Графикон-95». С.-Пб: СПГУ, 1995. С. 26.
7. Вяткин С. И., Долговесов Б. С., Мазурок Б. С., Рожков А. Ф. Эффективный метод растривания изображений для компьютерных систем визуализации реального времени // Автометрия. 1993. № 5. С. 45.
8. Вяткин С. И., Гимаутдинов О. Ю., Долговесов Б. С. и др. Архитектурные особенности системы визуализации реального времени на основе сигнальных процессоров // Автометрия. 1999. № 1. С. 110.

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,
E-mail: sivrser@mail.ru*

*Поступила в редакцию
30 марта 2001 г.*