

**ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
МИКРО- И ОПТОЭЛЕКТРОНИКИ**

УДК 681.785.6 : 535.241.13 : 534

П. Е. Твердохлеб, Ю. А. Щепеткин

(Новосибирск)

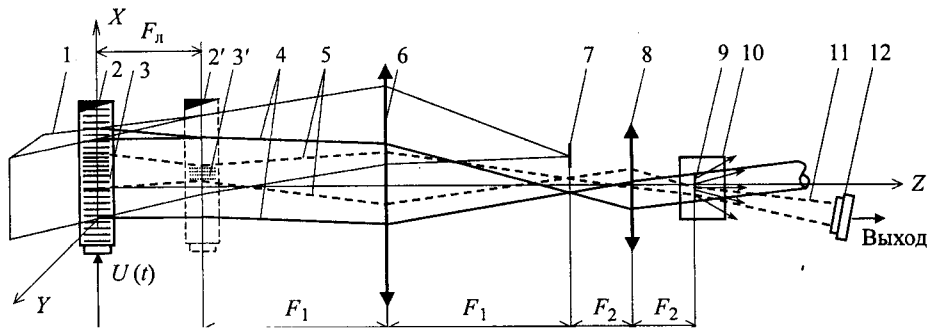
**ПОВЫШЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ
ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА
ОПТИЧЕСКИХ ФАЗОВЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ***

Показано, что разрешающую способность вейвлет-анализа по амплитуде можно повысить, если распределение амплитуды света, соответствующее функции вейвлета Морле, формировать с помощью бегущей акустооптической линзы и дисперсионной линии задержки. Найдены условия совместной работы таких элементов и дана оценка степени снижения порога чувствительности.

В работе [1] предложен метод лазерного гетеродинного анализа оптических фазовых неоднородностей в комплексном базисе вейвлета Морле. Метод основан на развертке сканирующего светового пучка с помощью акустооптического модулятора (АОМ) и коллинеарном фазочувствительном гетеродинном детектировании поля, рассеянного на фазовых неоднородностях исследуемого объекта. Схема, поясняющая принцип такого анализа, приведена на рис. 1.

Излучение лазера с помощью коллиматора и цилиндрической линзы (на рисунке не показаны) преобразуется в сходящийся клиновидный пучок 1, перетяжка пучка совмещается с зоной акустооптического взаимодействия АОМ2'. С помощью такого модулятора формируются пучки света 4 и 5, которые для упрощения показаны только в плоскости XZ. Пучок 4, называемый далее опорным, получается в результате дифракции света на ультразвуковой волне, которая генерируется в модуляторе непрерывно. Пучок 5, называемый далее сканирующим, образуется в результате дифракции света на движущемся ультразвуковом цуге 3' и используется для формирования базисной функции вейвлета Морле. Непродифрагировавшая часть пучка 1 блокируется экраном 7. Линзы 6 и 8, имеющие фокусные расстояния F_1 и F_2 соответственно, образуют телескопическую систему, с помощью которой пучки 4 и 5

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 00-15-99089) и Министерства промышленности, науки и технологий РФ (подпрограмма «Фундаментальная метрология»).



переносятся в исследуемую область 9 рассеивающей среды 10. Таким образом происходит совмещение уменьшенного в F_1/F_2 раз изображения перетяжки пучка 1 и бегущего вейвлета Морле 3'. Рассеянное оптическое поле сканируется бегущим пучком 11 и детектируется с помощью фотоприемника 12.

В работе [1] показано, что перестройку масштаба базисной функции вейвлета наиболее просто можно проводить путем изменения длины бегущего в АОМ акустического цуга. Однако при этом доля полезно используемого света уменьшается пропорционально масштабу формируемого изображения. Этот недостаток, как известно из [2, 3], присущ всем устройствам с бегущим акустическим цугом. При высоком пространственном разрешении (малом масштабе вейвлета) длительность цуга становится намного меньше световой апертуры АОМ, поэтому мощность полезного дифрагированного света составляет малую часть мощности входного пучка 1.

В данной работе показано, что при малых масштабах вейвлета доля полезно используемой мощности света может быть существенно увеличена путем формирования вейвлета Морле с помощью дисперсионной линии задержки (ДЛЗ) и бегущей акустооптической линзы. Дана оценка ожидаемого при этом снижения порога чувствительности вейвлет-анализа, который зависит от параметров ДЛЗ и линзы.

Установим АОМ 2 перед фокальной плоскостью телескопа на расстоянии, равном фокусному расстоянию F_d бегущей акустооптической линзы (см. рис. 1). На электрический вход АОМ подается напряжение, функциональная зависимость которого от времени является преобразованием Френеля вейвлета Морле. Такой сигнал 3 формируется дисперсионной линией задержки 13. Импульсная характеристика ДЛЗ (реакция на δ -импульс входного напряжения) представляет ЛЧМ-сигнал (функцию Френеля)

$$\begin{aligned}
 U_1(t) &= u_1 \text{rect}(t/T) \exp [j(\omega_0 t + \Delta\omega t^2/2T)] = \\
 &= u_1 \text{rect}(t/T) \exp [j(\omega_0 t + t^2/2\gamma)],
 \end{aligned}$$

где T – максимальное время задержки; $\Delta\omega$ – максимальная девиация круговой частоты ω ; γ – дисперсия времени задержки τ , определяемая выражением

$$\gamma = d\tau/d\omega = (1/2\pi)(d\tau/df) = T/\Delta\omega,$$

а функция

$$\text{rect}(t/T) = \begin{cases} 1, & \text{если } |t/T| \leq 1/2; \\ 0, & \text{если } |t/T| > 1/2. \end{cases}$$

Здесь в течение времени T мгновенная частота изменяется линейно от $\omega_0 - \Delta\omega/2$ до $\omega_0 + \Delta\omega/2$.

Сигнал на выходе ДЛЗ есть результат свертки входного напряжения вейвлета Морле с функцией Френеля. Длительность такого сигнала может существенно превышать длительность вейвлета особенно при малых значениях его масштаба. При этом мощность сканирующего пучка возрастает пропорционально длине акустического цуга, что приводит к уменьшению потерь света. Распределение света в сканирующем пучке претерпевает во френелевской зоне свободного пространства обратное преобразование Френеля, так что на расстоянии F_n , где размещена передняя фокальная плоскость телескопа, возникает исходное (сфокусированное) изображение $3'$ вейвлет-зонда Морле.

Найдем, во сколько раз можно увеличить длительность сканирующего акустического цуга при формировании вейвлет-зонда с помощью бегущей акустооптической линзы. Выражение для вейвлета Морле в области пространственной координаты x имеет вид

$$\Psi(x) = \exp(-x^2/2\Lambda_0^2) \exp(jK_0x), \quad (1)$$

где $K_0 = 2\pi/\Lambda_0$, Λ_0 – период пространственной высокочастотной несущей, который в данном случае является масштабом.

Учитывая, что $x = Vt$, $\Lambda_0 = V/f_b$, где V – скорость звука в АОМ, представим выражение (1) в области временных координаты и частоты:

$$\Psi(t) = \exp(-f_b^2 t^2/2) \exp(j\Omega_b t). \quad (2)$$

Здесь $f_b = \Omega_b/2\pi$ – частота несущей (высокочастотного заполнения) вейвлета Морле.

Спектр $S(f)$ огибающей $\Psi_{\max}(t) = \exp(-f_b^2 t^2/2)$ представим в виде

$$S(f) = [(2\pi)^{1/2}/f_b] \exp(-8f^2/\Delta f_b^2),$$

где $\Delta f_b = \Delta\omega_b/2\pi = 2f_b/\pi$ – ширина спектра $S(f)$ по уровню $1/e^2$ его максимального значения.

Обозначим через $f_4 = \omega_4/2\pi$ частоту напряжения, формирующего опорный пучок света 4; через $f_5 = \omega_5/2\pi = (\omega_4 - \Omega_b)/2\pi$ – среднюю частоту спектра напряжения $U_2(t)$, формирующего бегущий акустический цуг $3'$.

Отклик ДЛЗ на входной сигнал

$$U_2(t) = u_2 \exp(-f_b^2 t^2 / 2) \exp(j\omega_s t)$$

(без учета начальной задержки) согласно [4] описывается функцией

$$U(t) = k_1 \exp[-\alpha t^2 / 2(\alpha^2 + \gamma^2)] \cos[(\omega_s t - \varphi) + \gamma t^2 / 2(\alpha^2 + \gamma^2)], \quad (3)$$

где $\alpha = 1/f_b^2$; k_1 – коэффициент пропорциональности.

Из (3) получим выражение для длительности $\Delta\tau$ огибающей сигнала $U(t)$ по уровню $1/e^2$ ее максимальной амплитуды:

$$\Delta\tau = 4[(\alpha^2 + \gamma^2)/\alpha]^{1/2}. \quad (4)$$

При перестройке масштаба вейвлета изменяется значение f_b и $\alpha = 1/f_b^2$. В области малых масштабов вейвлета, когда $\alpha \ll \gamma$,

$$\Delta\tau \approx 4\gamma/\alpha^{1/2} = (d\tau/d\omega)\Delta\omega_b,$$

поэтому увеличение длительности импульса определяется в основном дисперсионным свойством ДЛЗ. В области больших масштабов, когда $\alpha \gg \gamma$,

$$\Delta\tau \approx 4\alpha^{1/2} = 4/f_b = \Delta t_b,$$

т. е. длительности импульсов на входе (Δt_b) и выходе ($\Delta\tau$) ДЛЗ равны между собой, что является следствием прямого прохождения через ДЛЗ «широкого» входного импульса.

Как следует из (4), минимальная длительность $\Delta\tau_{\min}$ получается при $\alpha = \gamma$ и составляет $\Delta\tau_{\min} = 4(2\gamma)^{1/2}$. Учитывая, что длительность вейвлета Δt_b по уровню $1/e^2$ амплитуды огибающей $\Delta t_b = 4/f_b = 4\alpha^{1/2}$, из (4) получим отношение длительностей импульсов на выходе и входе ДЛЗ:

$$\Delta\tau/\Delta t_b = (1 + \gamma^2\alpha^{-2})^{1/2}.$$

Таким образом, при увеличении масштаба вейвлета уширение импульса монотонно уменьшается. Минимальной длительности $\Delta\tau_{\min}$ при $\alpha = \gamma$ соответствует $\Delta\tau_{\min}/\Delta t_b = 2^{1/2}$.

Оценим эффективность применения ДЛЗ для формирования оптического вейвлет-зонда. Для этого найдем максимально допустимое значение дисперсии γ . На рис. 2 показано положение сканирующего пучка 2 в начальный и конечный моменты развертки. Видно, что в передней фокальной плоскости телескопа опорный и сфокусированный пучки 1, 2 не перекрываются во всем диапазоне сканирования Δx_{\max} . Причем наибольшая потеря $\delta\tau_{\max}$ апертурного времени $t_a = \Delta x_{\max}/V$ зависит от двух факторов: фокусного расстояния акустической линзы F_d и максимального значения угла $\Theta = \lambda\Delta f_m/V$, где

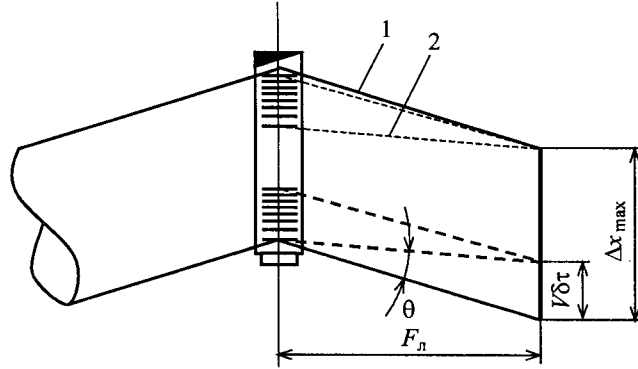


Рис. 2

$\Delta f_m = f_b(\pi + 1)/\pi$ – максимальная полоса частот управляющего напряжения АОМ [1]. Учитывая, что $F_l = V^2 2\pi\gamma/\lambda$ [2], а потеря аперттуры

$$V\delta\tau_{\max} = F_l \Theta = (V^2 2\pi\gamma/\lambda)(\lambda\Delta f_m/V),$$

получим

$$\gamma < \gamma_1 = \delta\tau_{\max}/2\pi\Delta f_m = \xi t_a/2\pi\Delta f_m,$$

где $\xi = \delta\tau_{\max}/t_a$ – относительный уровень потери аперттуры.

Другим условием, ограничивающим сверху значение параметра γ , является граница применимости параболического приближения (граница зоны Френеля). Известное правило Рэлея гласит [5], что любая «хорошая» оптическая система не должна исказить фазу волнового фронта более чем на $\pi/2$. Из этого критерия следует, что

$$v^4 < 2/F_l \lambda^3, \quad (5)$$

где v – максимальное значение пространственной частоты бегущей линзы, для которой параболическое приближение справедливо.

Поскольку спектр гауссова пучка бесконечен, необходимо найти такое значение v , при котором значительная часть мощности сканирующего пучка была бы заключена в диапазоне от $-v$ до v . В качестве такой границы частотной полосы пропускания выбираем значение $v = \Delta f_b/2V$, при этом внеполосные потери мощности не превышают 1%. Подставив в (5) значения $v = \Delta f_m/V(\pi + 1)$ и $F_l = V^2 2\pi\gamma/\lambda$, получим

$$\gamma < \gamma_2 = V^2(\pi + 1)^4/\pi\Delta f_m^4\lambda^2.$$

Найдем, какое из двух условий (γ_1 или γ_2) является более жестким. Для АОМ, работающего в октавном диапазоне частот,

$$\gamma_2/\gamma_1 = [4(\pi + 1)^4/\xi N_p](2L^2/\lambda^2) \approx 10^2 - 10^4,$$

где $L = V/2\Delta f_m$ – минимальная длина волны ультразвука в АОМ; $N_p = t_a \Delta f_m$ – количество позиций отклонения лазерного луча, разрешаемых по критерию Рэля.

Таким образом, условие ограничения значения γ сверху, исходя из допустимой потери апертуры АОМ, является значительно более жестким, чем то же ограничение, получаемое из условия параболического приближения, поэтому при дальнейшем анализе принимаем значение $\gamma < \gamma_1$.

Найдем теперь мощность сигнала P_ϕ на входе фотоприемника. Гетеродинное детектирование происходит только в той зоне рассеивающей структуры, где перекрываются сканирующий луч и совпадающая с ним область опорного пучка [6], поэтому для мощности рассеянного (сигнального) пучка можно записать

$$P_{\text{рас}} = P_4 \eta \Delta t_{\text{эф}} / t_a = P_4 \eta \pi^{1/2} \Delta t_b / 4t_a = P_4 \eta \pi^{1/2} / 4N, \quad (6)$$

где η – дифракционная эффективность рассеивающей структуры, которая в общем случае зависит от масштаба вейвлета, $\eta = \eta(N)$; N – количество позиций сканирования при данном масштабе вейвлета, а $\Delta t_{\text{эф}}$ – эффективная длительность вейвлета:

$$\Delta t_{\text{эф}} = [1/\Psi_{\text{max}}(0)]^2 \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{\text{max}}^2(t) dt = \pi^{1/2} \Delta t_b / 4.$$

Амплитуды напряжений, формирующих в АОМ пучки 4 и 5, выбираем равными, поэтому для мощности сканирующего пучка можно записать

$$P_5 = P_4 (1 + \gamma^2 \alpha^{-2})^{1/2} \Delta t_{\text{эф}} / t_a = P_4 (1 + \gamma^2 \alpha^{-2})^{1/2} \pi^{1/2} / 4N. \quad (7)$$

Из (6) и (7) получим выражение для мощности сигнала на входе фотоприемника:

$$P_\phi = 2(P_{\text{рас}} P_5)^{1/2} = (P_4 \pi^{1/2} / 2N) [\eta(N) (1 + \gamma^2 \alpha^{-2})^{1/2}]^{1/2}.$$

Порог чувствительности вейвлет-анализа определяется как величина относительного уровня рассеянного света (дифракционная эффективность) в единичной полосе пространственных частот, соответствующая собственным шумам вейвлет-анализатора. Рассмотрим случай анализа шумоподобной фазовой структуры, когда в полосе пространственных частот сканирующего пучка рассеянный свет имеет постоянную спектральную плотность Φ . Тогда, принимая во внимание, что при перестройке масштаба двумерная пространственная частота вейвлета изменяется пропорционально N/N_{max} [1], получим

$$\eta(N) = k_2 \Phi N / N_{\text{max}},$$

где k_2 – коэффициент пропорциональности.

Обозначим через $P_{\text{ш}}$ порог чувствительности фотоприемника, равный приведенной ко входу мощности его внутренних источников шумов. Тогда

$$\Phi_{\text{min}} = 4P_{\text{ш}}^2 N N_{\text{max}} / k_2 P_4^2 \pi (1 + \gamma^2 \alpha^{-2})^{1/2}.$$

При прочих равных условиях наилучшее (максимальное) значение Φ_{\min} получается при $N = N_{\max}$ и $\gamma = 0$:

$$\max \Phi_{\min} = 4P_{\text{ш}}^2 N_{\max}^2 / k_2 P_4^2 \pi.$$

При $\gamma = 0$ $U(t) = U_2(t)$, $F_{\text{л}} = 0$, т. е. в этом случае модулятор 2, показанный на рис. 1, находится в положении 2', а изображение вейвлета формируется с помощью бегущего акустического цуга [1]. Приняв в таком сканере без ДЛЗ отношение сигнал/шум равным единице, получим

$$\begin{aligned} G(N) &= \Phi_{\min} / \max \Phi_{\min} = N / (1 + \gamma^2 \alpha^{-2})^{1/2} N_{\max} = \\ &= \{ (N_{\max} / N)^2 + [2\xi N / (\pi + 1)]^2 \}^{-1/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из (8) видно, что степень улучшения порога чувствительности определяется только параметрами дисперсионной линии задержки и АОМ. Действительно,

$$G_0(N) / G(N) = (1 + \gamma^2 \alpha^{-2})^{1/2} = \{ 1 + [2N^2 \xi / (\pi + 1)]^2 / N_{\max}^2 \}^{1/2},$$

где $G(N) = G_0(N)$ при $\gamma = 0$. Максимальное значение $G_0(N) / G(N)$ получается при $N = N_{\max}$ и составляет

$$\begin{aligned} \max [G_0(N) / G(N)] &= \{ 1 + [2N_{\max} \xi / (\pi + 1)]^2 \}^{1/2} \approx \\ &\approx 2N_{\max} \xi / (\pi + 1) = 0,483 \Delta N. \end{aligned} \quad (9)$$

Из (9) следует, что уменьшение динамического диапазона сканирования ΔN так же, как и максимальное снижение порога чувствительности, пропорционально значению параметра ξ .

На рис. 3 показана зависимость порога чувствительности от масштаба вейвлета при различных значениях параметра ξ и $N_{\max} = 500$. Пунктиром обозначена верхняя граница диапазона сканирования.

Выделим три характерные области. В первой из них – области больших масштабов вейвлета и малых значений N – ширина спектра вейвлета настолько мала, что увеличение длительности из-за дисперсии ДЛЗ является незначительным, поэтому длительности сигналов на входе и выходе ДЛЗ почти одинаковы. Мощности сканирующего пучка и полезно используемой части опорного пучка пропорциональны $1/N$. При этом, если бы дифракционная эффективность η не зависела от масштаба вейвлета, то минимальное обнаруживаемое значение ее изменялось, как $(N / N_{\max})^2$. Действие шумоподобной светорассеивающей структуры, дифракционная эффективность которой $\eta(N) \sim N$, приводит к тому, что $G(N)$ в этой области изменяется по закону N / N_{\max} .

Во второй, промежуточной, области длительность сигнала управления АОМ определяется совместным влиянием двух факторов: дисперсии и прямого прохождения сигнала через ДЛЗ.

Третья область расположена в зоне больших значений N , когда влияние дисперсии на длительность сигнала управления АОМ становится преобла-

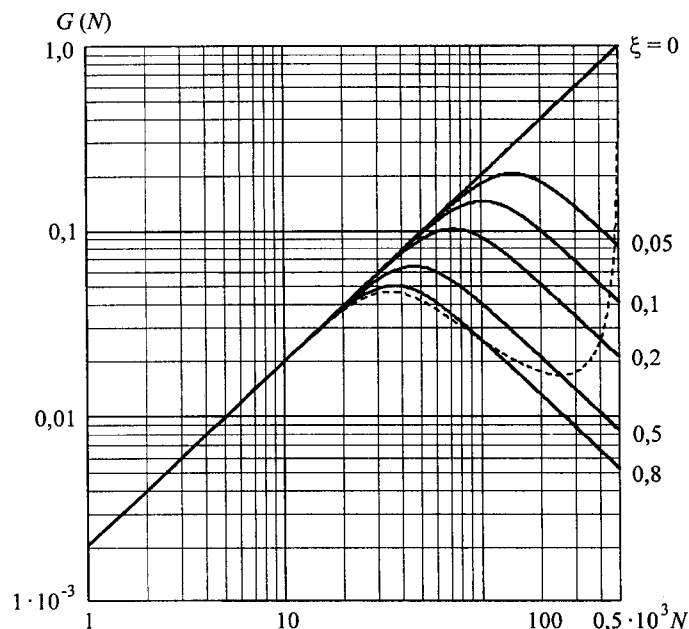


Рис. 3

дающим. Здесь мощность сканирующего пучка возрастает пропорционально N , а мощность полезно используемой части опорного пучка по-прежнему $\sim 1/N$, вследствие чего изменение $G(N) \sim 1/N$ происходит из-за роста дифракционной эффективности шумоподобной структуры пропорционально N .

Из проведенного анализа следует, что вид функции $G(N)$ существенно зависит от $\eta(N)$. Однако можно показать, что степень улучшения порога чувствительности остается при этом без изменения и, как показано выше, определяется только параметрами дисперсионной линии задержки и АОМ.

В заключение отметим, что рассмотренный метод формирования изображения вейвлета Морле позволяет также благодаря интегрирующему свойству расфокусированного светового пучка существенно уменьшить флуктуации мощности сканирующего пучка из-за неоднородностей излучения ультразвука и неравномерного освещения апертуры АОМ.

ВЫВОДЫ

Предложенный метод формирования светового изображения вейвлета Морле с помощью бегущей акустооптической линзы и дисперсионной линии задержки позволяет увеличить долю полезно используемого света и, как следствие, повысить отношение сигнал/шум на входе фотоприемника.

Снижение порога чувствительности анализатора особенно существенно в области малых масштабов и при использовании сканеров, у которых разрешение по критерию Рэлея $N_p \geq 2000$. В этом случае возможно уменьшение порога чувствительности на порядок и более.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Твердохлеб П. Е., Щепеткин Ю. А. Вейвлет-анализ оптических фазовых неоднородностей с использованием коллинеарного гетеродинамирования // *Автометрия*. 2002. № 1. С. 58.
2. Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. *Физические основы акустооптики*. М.: Радио и связь, 1985.
3. Балакший В. И., Евтеев Г. В., Парыгин И. Н., Румянцев А. А. Анализ волнового фронта световой волны при акустооптическом взаимодействии в схеме с оптическим гетеродинамированием // *Оптика и спектроскопия*. 1994. 76, № 4.
4. Гоноровский И. С. *Радиотехнические цепи и сигналы*. М.: Сов. радио, 1967. Ч. 1.
5. Кольер Р., Беркхард К., Лин Л. *Оптическая голография*. М.: Мир, 1973.
6. Протопопов В. В., Устинов Н. Д. *Лазерное гетеродинамирование*. М.: Наука, 1985.

*Институт автоматки и электрометрии СО РАН,
E-mail: peter@iae.nsk.su*

*Поступила в редакцию
25 апреля 2002 г.*

Подписка на наш журнал – залог Вашего успеха!