

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

2002, том 38, № 5

УДК 004.922

А. М. Ковалев
(Новосибирск)

**ОБ УВЕЛИЧЕНИИ ПРЕДМЕТОВ
В ПЕРЦЕПТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ***

Рассмотрены некоторые вопросы теории перцептивного пространства человека. Приведены эмпирические данные для центрального поля зрения. Показано, что отображение пространства на сферические и тороидальные поверхности характерно скорее для периферийной зоны поля зрения, чем для центральной.

Введение. Человек живет в двух геометрически различных пространствах. Первое из них существует объективно. Это пространство окружающего мира. Второе возникает в сознании человека как пространство зрительного восприятия – перцептивное пространство. Оба пространства связаны между собой. Второе является отображением первого. Какое это отображение? Математически точный ответ на вопрос до сих пор не найден.

В работах [1, 2] академик Б. В. Раушенбах показал, что зрительная система – это не просто глаз, оптика которого проецирует окружающую среду на его сетчатку. Это глаз плюс мозг, формирующий пространственный образ среды. По мнению Б. В. Раушенбаха зрительное восприятие человека двухступенчатое. Первой ступенью является образование изображения внешнего пространства на сетчатке глаза посредством классического метода линейной или ренессансной перспективы. Вторая ступень – воссоздание облика пространства в сознании человека путем изменения размеров сетчаточных образов предметов с помощью некоторого «поправочного множителя», зависящего от расстояния до созерцаемых предметов. Поправочная функция определяется экспериментально. На базе полученных эмпирических данных Б. В. Раушенбах разработал основы общей теории перспективы [2] и, в частности, многовариантной системы перцептивной перспективы при отображении пространства на плоскость. Несомненно, важным результатом его работы является экспериментальное подтверждение отличия ренессансной перспективы от перцептивной и получение количественной оценки этого отличия. Тем не менее точка зрения Б. В. Раушенбаха не является бесспорной.

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 00-15-99092, № 01-01-00824).

В работах [3, 4] используется другой подход. Считается, что восприятие пространства происходит последовательно-параллельным способом. При этом в перцептивный процесс активно включаются глазные движения. Возникают скачкообразные перемещения рабочего поля зрения путем вращения глаз – саккады, за которыми следуют фиксации взгляда на некоторых точках пространства, сопровождаемые микроперемещениями зрительных осей около этих точек – тремор. Воистину *moveo ergo video* [5]. За время фиксации параллельно обрабатываются сетчаточные изображения пространства небольшого размера (менее 10°). Результаты обработки постепенно заполняют кратковременную память, в которой и аккумулируется перцептивный облик среды. При таком подходе, учитывающем глазные движения, существенно меняется метрика воспринимаемого пространства, а именно измерение расстояния до предметов. При монокулярной реализации пространство представляется сферическим [3], т. е. координатная поверхность, связанная с глубиной пространства и расстояниями до предметов, является сферой. В бинокулярном варианте пространство эгоцентрическое [4], а роль координатной поверхности дальности выполняет биполярная извергентная поверхность, полученная вращением круга вокруг оси, соединяющей центры вращения глаз. Пространство предметов приобретает некоторую кривизну. Проявляются свойства константности величин и увеличения масштабов предметов, что характерно для перцептивной перспективы. Цель данной работы – анализ нелинейных методов отображения путем сравнения теоретических и экспериментальных функций деформации воспринимаемого пространства.

Эксперимент Раушенбаха. На горизонтальной дороге (рис. 1), одна из боковых сторон которой имеет строго прямолинейную и четко видимую границу A_1A_2 , на расстоянии z_0 от наблюдателя по перпендикуляру к A_1A_2 делается разметка некоторой полосы шириной B , прилегающей к A_1A_2 [2, с. 237]. Разметка производится в относительных единицах B . На рисунке она представлена на отрезке DD . На постоянном расстоянии от A_1A_2 , равном B , на различных расстояниях z от DD устанавливается переносный четко видимый «точечный» знак C . Наблюдатель, стоящий на полосе B , визирует при помощи линейки точку C , стремясь к тому, чтобы след обреза линейки на земле CC' казался параллельным A_1A_2 , и производит соответствующий отсчет по шкале DD . Таким образом, видимая ширина дорожки измеряется путем «кажущегося» параллельного проектирования.

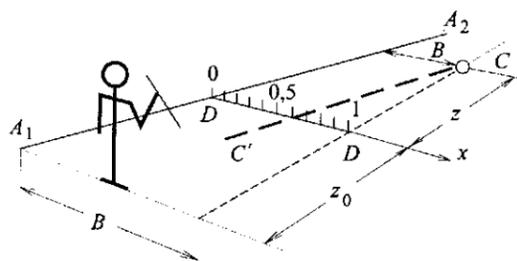


Рис. 1

Если бы зрительное восприятие строго следовало законам линейной оптики, то относительное уменьшение ширины B при удалении от наблюдателя выражалось бы преобразованием подобия

$$x = Bz_0 / (z + z_0), \text{ или } x' = 1 / (z' + 1), \quad (1)$$

где $x' = x/B$ – безразмерная ширина дорожки; $z' = z/z_0$ – безразмерное удаление по z . Если отсчет по шкале DD обозначить через x'' , а функцию растяжения сетчаточного образа дорожки через $F_1(z')$, то видимая ширина дорожки может быть представлена как

$$x'' = x' F_1(z') = F_1(z') / (z' + 1) = F_2(z'), \quad (2)$$

где $F_2(z')$ – функция уменьшения размеров предметов при их удалении в перспективной перспективе. Полученную таким образом зависимость удобнее представлять не в функции z' , а в функции $z'' = z' / (z' + 1)$, поскольку величина z'' стремится к единице, когда $z' \rightarrow \infty$.

Б. В. Раушенбах провел несколько серий экспериментов на открытом воздухе и в неглубоком закрытом помещении. Экспериментальные зависимости были описаны с точностью до 5 % следующими функциями:

$$F_1(z') = \frac{1 - [az'' + b(z'')^n]}{1 - z''}, \quad (3)$$

где $n > 1$; $a + b = 1$. Значения констант: для открытого пространства (ландшафт) при $z_0 = 2$ м $a = 0,25$, $b = 0,75$, $n = 5$; для закрытого помещения (интерьер) $a = 0$, $b = 1$, $n = 4$.

На рис. 2 показаны функции $x'' = F_2(z')$, построенные по (2) и (3), в сравнении с функцией x' (1), представленной на рисунке кривой 1. Кривые 2 и 3 соответствуют ландшафту и интерьеру, масштабы которых выравнены с масштабом ренессансной перспективы в ближнем плане (плоскости, проходящей через шкалу DD , $z_0 = 2$ м). На малых расстояниях наблюдается константность величин. На бесконечности – увеличение предметов, $F_1(\infty) = 4$. Кривая 4 – ландшафт, масштаб которого уравнен с ренессансным изображением в

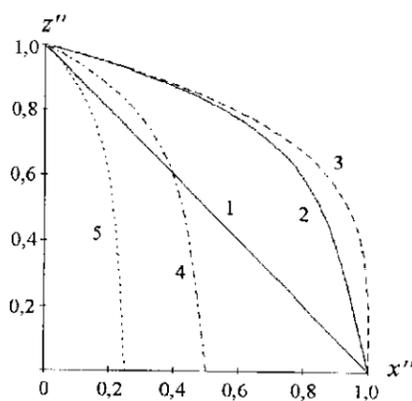


Рис. 2

среднем плане (5 м). На бесконечности происходит увеличение предметов, в ближнем плане — уменьшение в 2 раза по сравнению с ренессансом. Кривая 5 — масштабы изображений выравнены на бесконечности. При этом перцептивные размеры предметов на $z' < \infty$ всегда меньше размеров предметов в ренессансном изображении.

Чтобы сохранить форму и соотношение масштабов предметов на различных по удалению от наблюдателя планах, преобразованию (2) необходимо подвергнуть все пространство предметов как по координате x' , так и по координате y' . Таким образом, перцептивное пространство образуется путем растяжения функцией $F_1(z')$ декартовых прямоугольных координат x' и y' точек в плоскостях z' , параллельных картинной плоскости $z' = 0$ (рис. 3). Три замечания. Во-первых, растягиваются все же не сетчаточные образы предметов, а сами пространственные предметы. Во-вторых, при этом нарушается их взаимное расположение, или интерпозиция. На рис. 3 видно, как прямолинейный луч визирования $L(z')$ после преобразования (2) превращается в криволинейный $L(z')F_1(z')$ (R — точка на луче, P — соответствующая ей «перцептивная» точка). Ясен и порядок построения изображения: вначале с помощью функции $F_1(z')$ строится перцептивное пространство, а после этого получают картинное или сетчаточное изображение классическим методом ренессансной перспективы. В противном случае при растягивании сетчаточных образов неизбежно возникнут артефакты типа разрывов и наложения предметов. И, наконец, третье замечание, не связанное с предыдущими. На наш взгляд, функцию растяжения $F_1(z')$, найденную в эксперименте с дорожкой на подстилающей земной поверхности, нельзя в неизменном виде использовать для всего пространства предметов. Примером, подтверждающим замечание, может служить хорошо известный факт видимого увеличения размеров заходящего солнца или восходящей луны на горизонте, кстати, примерно в $F_1(\infty)$ раз. Этот факт некоторые авторы относят к разряду оптических иллюзий [6]. Если прикладывать $F_1(z')$ ко всему пространству, то размеры луны и солнца окажутся одинаково увеличенными независимо от их углового возвышения над горизонтом. На деле это не так. При удалении от горизонта видимые размеры светил уменьшаются.

Изображения предметов на криволинейных поверхностях. В работах [3, 4] показано, что на базе знаний о физиологии и психологии зрительного восприятия есть достаточно оснований полагать, что более естественными для восприятия являются изображения на криволинейных поверхностях в отличие от плоских изображений, используемых как в ренессансной, так и

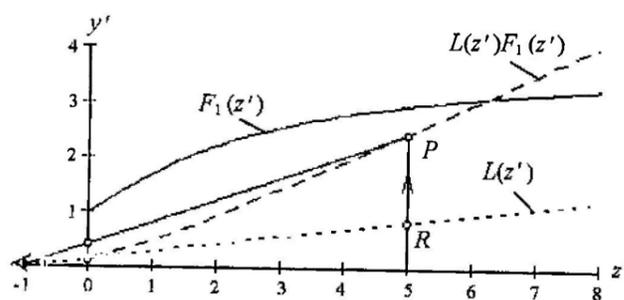


Рис. 3

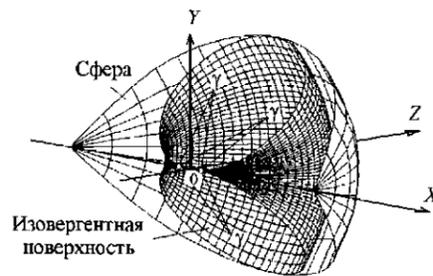


Рис. 4

перцептивной по Раушенбаху перспективе. Такими поверхностями являются (рис. 4): сфера для монокулярного зрения [3] и так называемая изовергентная поверхность для бинокулярного или циклопического зрения [4]. Обе поверхности получены путем вращения дуг окружностей вокруг оси X , соединяющей центры вращения левого и правого глаза. Ось Z — это носозатылочная ось. Изовергентная поверхность обладает тем свойством, что угол конвергенции (сведения) зрительных осей глаз при фиксации взгляда на любой точке этой поверхности имеет постоянную величину $\gamma = 2 \operatorname{arctg}(b/2D)$, где b — глазная база, а D — расстояние по перпендикуляру к оси X от середины глазной базы до поверхности. При $b = 65$ мм и $D \geq 250$ мм (расстояние наилучшего зрения) с погрешностью менее 2% можно считать, что центр вращения циклопического глаза совпадает с серединой глазной базы, т.е. лежит на пересечении осей X и Z . В этом случае изовергентная поверхность представляется тором с нулевым радиусом внутреннего отверстия. Пусть центр сферы также совпадает с центром вращения циклопического глаза. Этих упрощений достаточно для последующего анализа.

На рис. 5 показаны координатные поверхности, точки на которых считаются равноудаленными от наблюдателя. С точки зрения линейной оптики и ренессансной перспективы таковыми являются плоскости $Z = 0, Z = 1, Z = 2$ и

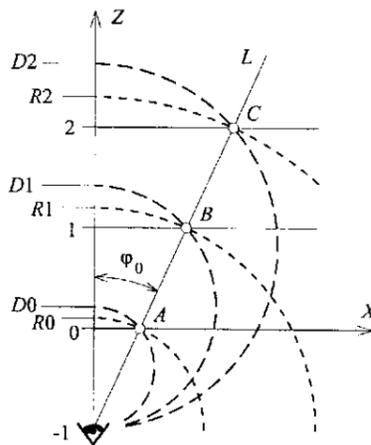


Рис. 5

т. д. Иногда эти плоскости называют фронтопараллельными (параллельными лицу наблюдателя), или просто планами. В сферической перспективе [3] равноудаленными от наблюдателя точками являются точки на сферах с радиусами R_0, R_1, R_2 и т. д. Для эгоцентрической перспективы [4] такими поверхностями являются изовергентные поверхности, или торы с диаметрами образующего круга D_0, D_1, D_2 и т. д.

Пусть плоскости Z , сферы R и торы D пересекаются в плоскости XOZ на луче L в точках A, B, C и т. д. Луч L составляет угол φ_0 с осью OZ , которая считается главным лучом зрения. Можно утверждать, что размеры предметов на различных картинных поверхностях – плоскости $Z=0$, сфере радиуса R_0 и торе с диаметром образующей D_0 – при центральном проектировании будут одинаковыми, поскольку пространство предметов вдоль луча L оказывается разбитым на равные отрезки по дальности $AB = BC = \dots = \Delta$ вне зависимости от используемой системы перспективы. В частности, после преобразования окажется одинаковой координата $x' = 0A$. Мы говорим, что масштабы изображений различных систем перспектив уравниваются при φ_0 . Следует заметить, что величина Δ в «закартинном» предметном пространстве (от точки A и далее вдоль L) может быть сколь угодно малой величиной.

Если провести луч под углом $0 < \varphi < \varphi_0$, то картина изменится. Соотношение приращений расстояний вдоль такого луча окажется следующим: $\Delta D > \Delta R > \Delta Z$, где ΔD – расстояния между торами, ΔR – расстояния между сферами, ΔZ – расстояния между планами. Таким образом, пространство криволинейных поверхностей оказывается сжатым по отношению к пространству фронтопараллельных плоскостей с коэффициентом сжатия $\alpha_D = \Delta Z / \Delta D$ для эгоцентрической и $\alpha_R = \Delta Z / \Delta R$ для сферической перспективы. Сжатие пространства приводит к увеличению предметов в изображении. В сферической перспективе увеличение или растяжение предметов

$$V_R(\varphi) = \frac{1}{\alpha_R} = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_0}, \quad (4)$$

а в эгоцентрической перспективе увеличение

$$V_D(\varphi) = \frac{1}{\alpha_D} = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi_0}, \quad (5)$$

т. е. $V_D(\varphi) = V_R^2(\varphi)$. Таким образом, увеличение в значительной мере зависит от кривизны поверхности. Кривизна тора в плоскости визирования в 2 раза больше, чем у сферы. Далее следует заметить, что для луча L под углом φ_0 коэффициенты сжатия $\alpha_D = \alpha_R = 1$, т. е. пространство не сжимается, и поэтому увеличения $V_R(\varphi_0) = V_D(\varphi_0) = 1$. Максимальное увеличение предметов по сравнению с изображением в ренессансной перспективе достигается вдоль главного луча зрения: $V_R(0) = 1/\cos(\varphi_0)$ и $V_D(0) = 1/\cos^2(\varphi_0)$. При $\varphi_0 < \varphi < \varphi_{\max}$, где φ_{\max} – некоторый половинный угол поля зрения по горизонтали, размеры предметов в изображениях нелинейных перспектив становятся меньше, чем в линейной перспективе. Причем уменьшение тем больше, чем больше φ_{\max} .

Обычно сферы и изовергентные поверхности задают в системе координат Гельмгольца [4], где угловая координата φ означает широту некоторых

параллелей, лежащих в плоскостях, параллельных медиальной плоскости головы. Другая угловая координата θ означает долготу некоторых меридианов в плоскостях визирования, которые проходят через ось OX . Таким образом, полюсы сфер или изовергентных поверхностей расположены горизонтально на прямой, соединяющей центры вращения глаз. При $\varphi = 0$, т. е. в медиальной плоскости головы, кривизна сферы и изовергентной поверхности одинакова, если $R = D$ (см. рис. 4). Поэтому по аналогии с (4) увеличение размеров предметов в изображении от координаты θ

$$V_D(\theta) = V_R(\theta) = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_0}, \quad (6)$$

где θ_0 соответствует плоскости визирования, на которой уравнены масштабы различных систем перспектив по вертикали.

Функция растяжения или увеличения предметов, подобная $F_1(z')$ из (3), для всего пространства может быть получена произведением увеличения по горизонтали на увеличение по вертикали. Для сферической перспективы

$$V_R(\theta, \varphi) = V_R(\theta)V_R(\varphi) = \frac{\cos \theta \cdot \cos \varphi}{\cos \theta_0 \cdot \cos \varphi_0}. \quad (7)$$

Для эгоцентрической перспективы

$$V_D(\theta, \varphi) = V_D(\theta)V_D(\varphi) = \frac{\cos \theta \cdot \cos^2 \varphi}{\cos \theta_0 \cdot \cos^2 \varphi_0}. \quad (8)$$

Чтобы сравнить увеличения из (3), (7) и (8), проведем эксперимент с дорожкой Раушенбаха для криволинейных поверхностей. На рис. 6 показана схема эксперимента с половиной дорожки по ширине. Центр вращения циклопического глаза находится на высоте H от земной поверхности. Сечения криволинейных поверхностей лежат в плоскостях визирования, которые образуют с земной поверхностью двугранный угол θ . Переносный «точечный» знак C виден под углом φ в плоскости визирования. В исходном состоянии

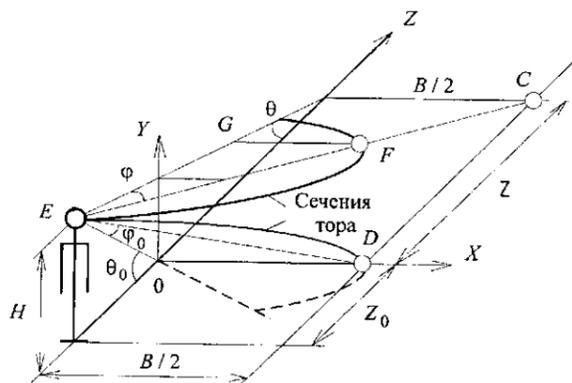


Рис. 6

масштабы перспектив выравнены по линии разметки OD . Нас интересуют зависимости $x''_R(z')$ и $x''_D(z')$, аналогичные (2), найденные Б. В. Раушенбахом экспериментально. Из рис. 6, например, видно, что $x''_D(z')$ равна отношению отрезков GF и OD .

Несложно показать, что

$$x''_R(z') = \frac{V_R(\theta, \varphi)}{z' + 1} = \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_0}, \quad x''_D(z') = \frac{V_D(\theta, \varphi)}{z' + 1} = \frac{\sin 2\varphi}{\sin 2\varphi_0}, \quad (9)$$

где $\theta(z') = \arctg \frac{H}{z_0(z'+1)}$; $\varphi(z') = \arctg \frac{B}{2\sqrt{H^2 + z_0^2(z'+1)^2}}$; $\theta_0 = \theta(0)$; $\varphi_0 = \varphi(0)$; $z' = \frac{z}{z_0}$ — безразмерное удаление по z .

Пусть $B = z_0 = 2$ м, как в эксперименте Раушенбаха. При среднем росте человека 1,7 м уровень глаз относительно земли примерно равен $H = 1,6$ м. Этих параметров вполне достаточно, чтобы определить численные зависимости (9). Они показаны на рис. 7 в сравнении с функцией x' из (1) (кривая 1) и функцией $F_2(z')$ из (2), найденной Раушенбахом экспериментально (кривая 5). При заданных параметрах сферическая перспектива соответствует кривой 2, а эгоцентрическая — кривой 3; они практически не отличаются друг от друга и не соответствуют экспериментальным данным. Из (7) и (8) ясно, что увеличение на криволинейных поверхностях зависит от начальных углов θ_0, φ_0 . При заданных параметрах $\theta_0 = 38,7^\circ$, $\varphi_0 = 21,3^\circ$. Максимальное увеличение $V_R(0,0) = 1,38$ и $V_D(0,0) = 1,48$. Кривая 4 построена для $B = 4$ м при прежних параметрах. Изменился начальный угол $\varphi_0 = 38^\circ$. Изменилось увеличение $V_D(0,0) = 2,06$. Только при полном бинокулярном поле зрения диаметром 120° ($\theta_0 = \varphi_0 = 60^\circ$) можно достичь на торе увеличение, сравнимое с экспериментом (кривая 6). Характерно, что при этом проявляется также эффект обратной перспективы. При малых полях зрения порядка 30° ($\theta_0 = \varphi_0 = 15^\circ$), соответствующих зоне ясного видения глаз, изображения на криволинейных поверхностях практически не отличаются от плоских, т. е. при этом не работает механизм константности величин и нет увеличения

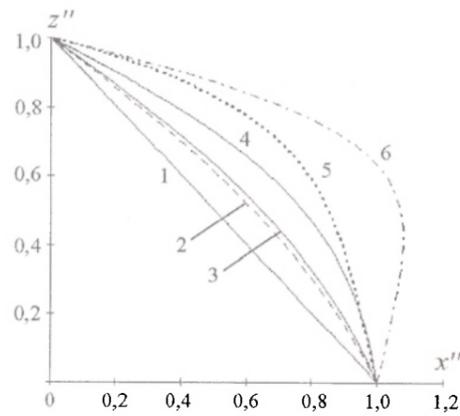


Рис. 7

предметов на бесконечности. Однако, как отмечается в [2, с.130], только в этой зоне ясного видения и действует механизм константности. Периферическое поле нечеткого зрения считается аконстантным, а его геометрия приближается к геометрии ретинального изображения, т. е. стремится к сферической.

Заключение. Из вышеизложенного можно сделать ряд выводов. В эксперименте Раушенбаха с дорожкой на земной поверхности получены данные для центрального поля зрения, т. е. зоны ясного видения, поскольку происходит визирование точки и прослеживание следа обреза линейки на земле. Для зоны ясного видения характерно проявление механизма константности величин на малых расстояниях и увеличение размеров предметов на больших расстояниях. При изображении предметов на криволинейных поверхностях (сферических и тороидальных) константность величин, увеличение предметов, а также эффект обратной перспективы наблюдаются только при больших полях зрения, характерных периферическим зонам видения. Полное перцептивное пространство человека можно представить как центральную зону, для которой известны некоторые эмпирические данные и нет пока теоретического обоснования, и большую периферическую, которая может быть описана представленными криволинейными поверхностями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Раушенбах Б. В. Пространственные построения в живописи. Очерк основных методов. Приложения 1–9. М.: Наука, 1980.
2. Раушенбах Б. В. Системы перспективы в изобразительном искусстве. Общая теория перспективы. М.: Наука, 1986.
3. Ковалев А. М. О центральных проекциях трехмерного пространства // Автометрия. 1996. № 6. С. 4.
4. Ковалев А. М. Отображение предметов на виртуальных гороптерах // Автометрия. 2002. 38, № 3. С. 53.
5. Steinman R. M. Moveo ergo video: natural retinal image motion and its effect on vision // Exploratory vision. The active eye. N. Y.: Springer-Verlag, Inc., 1996.
6. Толанский С. Оптические иллюзии. М.: Мир, 1967. С. 88.

*Институт автоматки и электротриии СО РАН,
E-mail: kovalev@iae.nsk.su*

*Поступила в редакцию
18 июля 2002 г.*