РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

2003, том 39, № 2

УДК 621.314.632

В. Ш. Пасик

(Новосибирск)

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА РАЗДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ ПРИ ЦИФРОВОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ИМИТАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Блочно-структурное представление систем с обратной связью позволяет наиболее простым способом разделить движения сложного объекта и тем самым повысить эффективность применения современных САПР на этапах доводки оборудования. Показано, что наиболее универсальным методом анализа систем автоматического управления является безматричный имитационный метод. Предлагается использовать имитационный метод, обеспечивающий расчеты с управляемой сбалансированной погрешностью и минимальной трудоемкостью, в сочетании с принципом разделения движений.

Постановка проблемы. Технология автоматизированного проектирования систем автоматического управления (САУ) в настоящее время существенно изменилась: вместо изготовления и сопровождения программных средств (часто непрофессионалами) перед проектировщиками открылись перспективы выбора готовых пакетов прикладных программ (ППП), предназначенных для применения в современных персональных компьютерах [1–4].

Однако в применении таких ППП при цифровом моделировании САУ существует ряд проблем. Основные проблемы связаны с тем, что в [1–4] применяется один и тот же метод составления систем алгебраических и дифференциальных уравнений – метод переменных состояния, не являющийся в широком смысле универсальным по следующим причинам [5].

1. Не гарантировано в общем случае автоматизированное приведение уравнений к форме Коши, особенно для систем, представленных в виде иерархических, матричных и других структур.

2. Появляются значительные погрешности из-за наличия в системе уравнений нелинейностей с кусочно-линейными характеристиками первого и второго рода.

3. Существуют проблемы расчета систем с большим разбросом постоянных времени, приводящие либо к значительной трудоемкости, либо к потере точности.

Действительно, при расчете САУ с большим разбросом постоянных времени относительная максимальная погрешность расчета $\delta_{\max}$ определяется наиболее «быстрой» составляющей сложного процесса при условии $h < T_{\min}$ и рассчитывается по формуле

$$\delta_{\max} \approx (h/T_{\min})^n, \qquad (1)$$

где h – шаг интегрирования; $T_{\min}$ – постоянная времени наиболее быстрой составляющей движения; n – порядок аппроксимации дифференциальных уравнений ($n = 1$ для разностной схемы Эйлера, $n = 2$ для разностной схемы Кранка – Николсона, $n = 4$ для метода Рунге – Кутта четвертого порядка) [5, 6].

В то же время относительная погрешность наиболее «медленной» составляющей $\delta_{\min}$ должна рассчитываться по формуле

$$\delta_{\min} \approx (h/T_{\max})^n. \qquad (2)$$

Отсюда получаем результаты с разбалансированной погрешностью ($\delta_{\max} \gg \gg \delta_{\min}$) и с нерациональной тратой машинного времени. Кроме того, из-за округлений в ячейках памяти ЭВМ кажущаяся избыточная точность расчета медленных движений может превратиться в недостаток точности. Например, для вентильных электроприводов в системах позиционирования h должен определяться длительностью пульсаций силового преобразователя $T_п$ с условием $h < T_п$, при этом расчет перемещения выполняется по формуле

$$S_i = S_{i-1} + V_i h, \qquad (3)$$

где S_i, S_{i-1}, V_i – значения перемещения и скорости в i-й и $(i-1)$-й моменты времени.

Следовательно, если выбрать $h \le 0{,}0002$ с для расчета силового шестифазного преобразователя – звена позиционного электропривода ($T_п \approx \approx 0{,}003$ с), то в режимах, близких к установившимся ($V_i \approx 0$), числовое значение выражения $V_i h$ в (3) может превратиться в машинный нуль.

Решить эти проблемы можно не только с помощью имитационного метода, позволяющего рассчитать каждое отдельное звено САУ автономно [5], но и выполнить расчеты быстрых и медленных процессов с разными шагами интегрирования для широкого класса электромеханических систем. Предпосылкой для этого служит природа синтеза данных САУ на базе принципа разделения движений [7, 8], которые локализуются в различных контурах управления [8]. К таким системам относятся, например, гидравлические приводы [8]; вентильные электроприводы с подчиненным регулированием, в которых последовательно осуществляется слежение за током силовой части, скоростью вращения вала двигателя и перемещениями исполнительного механизма [9] и т. д. При этом система контроля в указанных объектах организуется с помощью соответствующих контуров управления, доминирующая постоянная времени в которых легко оценивается.

Применение принципа разделения движений. Использование априорной информации о САУ, заложенной на этапе синтеза (постоянные времени в контурах управления), позволяет разработать эффективную технологию цифрового моделирования. Эффективность технологии определяется возможностью получать сбалансированную точность расчетов быстрых и медленных процессов, низкую трудоемкость решения (т. е. минимальное машинное время) и высокую универсальность, что является более предпочтительным по сравнению с использованием ППП [1–4].

Представление САУ в виде блок-схем позволяет определить контуры управления с быстрыми и медленными движениями. На этой основе выбираются группы дифференциальных уравнений, которые могут рассчитываться со своим собственным шагом интегрирования имитационным методом [5].

Для этого каждое дифференциальное уравнение динамического звена отдельной группы с медленными движениями может быть представлено в форме цифровой модели по схеме: импульсный элемент (ИЭ) – дискретный фильтр (ДФ) – экстраполятор нулевого порядка ($Э_0$) [10].

Исходя из предположения о почти локальном характере быстрых и медленных движений в отдельных контурах САУ, можно получить решение в каждой группе дифференциальных уравнений со своим собственным шагом интегрирования. Для этого необходимо заменить каждое дифференциальное уравнение отдельной группы на цифровую модель по той же схеме. В этом случае период дискретности ИЭ(T) играет роль шага интегрирования расчета медленных движений, в то время как быстрые движения будут рассчитываться с шагом интегрирования h. Эффективность такого представления определяется условием

$$T \gg h. \tag{4}$$

Это позволяет сократить время вычислений группы дифференциальных уравнений, рассчитанных с шагом T, в T/h раз; достичь лучшего баланса погрешностей расчета отдельных переменных ($\delta_{max} \cong \delta_{min}$); избежать программирования, так как библиотеки ППП, использующие имитационный метод, содержат указанные цифровые элементы [2, 5].

Метод расчета дифференциальных уравнений инерционных звеньев САУ основан на теории конечно-разностных схем [5]. Алгоритм метода базируется на возможности представления конечно-разностных схем в форме уравнений ДФ с предварительным вычислением его параметров:

$$y[nT] = \sum_{k=1}^{N} \alpha_k y[(n-k)T] + \sum_{k=0}^{N} \beta_k x[(n-k)T], \tag{5}$$

где $y[nT]$ – решетчатая последовательность значений выходного сигнала ДФ; $x[nT]$ – решетчатая последовательность значений входного сигнала ДФ; $n, n-1, n-2, \ldots$ – номера импульсов решетчатой последовательности, соответствующие моментам времени $nh, (n-1)h, (n-2)h, \ldots$ (т. е. в $t_i, t_{i-1}, t_{i-2}, \ldots$ моменты времени в общепринятых обозначениях); N – порядок дифференциального уравнения; α_k, β_k – искомые параметры ДФ.

Рассчитаем параметры ДФ дифференциального уравнения апериодического звена первого порядка:

$$\tau\dot{y} + y = x, \tag{6}$$

алгебраизуемого по неявной разностной схеме Эйлера [5].

Из (6) получаем выражение

$$y_{i+1} = \frac{\tau}{\tau + T} y_i + \frac{T}{\tau + T} x_{i+1}. \tag{7}$$

Сравнивая (5) и (7), получаем параметры ДФ:

$$\alpha_1 = \frac{\tau}{\tau + T}, \qquad \beta_0 = \frac{T}{\tau + T}, \qquad \beta_1 = 0. \tag{8}$$

Аналогично, проведя преобразования (6)–(8), получим параметры ДФ для расчета апериодического звена (6) с помощью разностной схемы второго порядка Кранка – Николсона, предложенной в [5]:

$$\alpha_1 = \frac{2\tau - T}{2\tau + T}, \qquad \beta_0 = \frac{T}{2\tau + T}, \qquad \beta_1 = \frac{T}{2\tau + T}.$$

Для колебательного звена второго порядка, описанного дифференциальным уравнением ($N = 2$)

$$\ddot{y} + \lambda\dot{y} + \omega_0^2 y = 0 \tag{9}$$

(здесь λ – параметр затухания, ω_0 – круговая частота собственных колебаний), можно получить следующие замены:

$$\alpha_1 = \frac{4}{2 + \lambda T + T^2\omega_0^2}; \qquad \alpha_2 = \frac{\lambda T - T^2\omega_0^2 - 2}{2 + \lambda T + T^2\omega_0^2};$$
$$\beta_0 = \frac{T^2}{2 + \lambda T + T^2\omega_0^2}; \qquad \beta_1 = 0; \qquad \beta_2 = \frac{T^2}{2 + \lambda T + T^2\omega_0^2}. \tag{10}$$

Кроме ППП MatLab [2], весьма перспективным для расчетов сложных динамических систем является табличный процессор Microsoft Excel [11], в котором отсутствие специальной библиотеки программных модулей компенсируется наличием разнообразного набора формул. Последовательность выбранных формул, занесенных в ячейки таблицы, легко позволяет пользователю описать структуру и параметры замкнутых систем. Правила копирования заданных формул (в том числе разностных схем для алгебраизации динамических звеньев) в полной мере позволяют рассчитать САУ имитационным методом [5].

Примеры расчета замкнутых систем с применением принципа разделения движений. Применение излагаемой методики иллюстрируется двумя простыми примерами линейных систем второго порядка, представленных в виде блок-схем. Расчеты выполнены с помощью процессора Microsoft Excel имитационным методом [5]. В обоих случаях выделенное в схемах звено интегрирования рассчитывается на базе (5), полученного по формуле прямоугольников аналогично (6)–(8).

1. *Расчет апериодического звена второго порядка.* На рис. 1 изображена

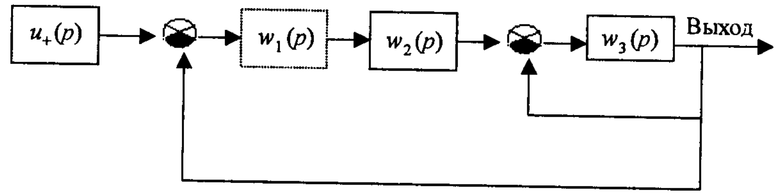

Рис. 1. Блок-схема расчета линейного фильтра с передаточной функцией (11)

блок-схема расчета линейного фильтра с передаточной функцией

$$w(p) = \frac{1}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1}, \tag{11}$$

где T_1, T_2 – постоянные времени медленного и быстрого движений соответственно ($T_1 \gg T_2$); p – оператор Лапласа.

Во внешнем контуре управления преобладает медленное движение, поэтому интегратор $w_1(p)$ может быть рассчитан по формуле (5).

Параметры системы:

$$u_+(p) = 1, \quad w_1(p) = \frac{1}{T_1 p}, \quad w_2(p) = \frac{T_1}{T_1 + T_2} \approx 1, \quad w_3(p) = \frac{1}{\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} p} \approx \frac{1}{T_2 p}.$$

Расчет выполнялся для $T_1 = 10$, $T_2 = 1$, $h = 0{,}1$, $T = 1$. Графики (рис. 2, 3) позволяют сравнить ход процессов в системах с разделенными движениями

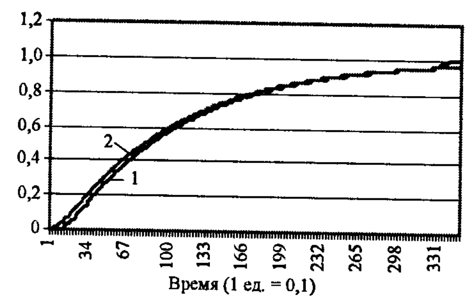

Рис. 2. Выходной сигнал (см. рис. 1): процесс с разделением движения (1), без разделения (2)

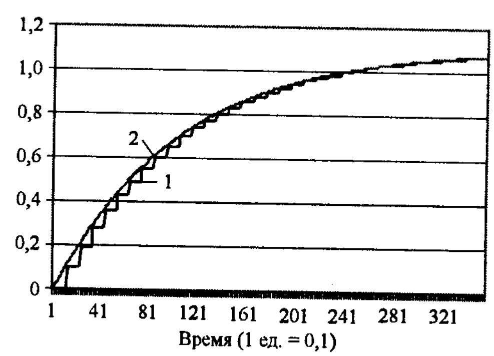

Рис. 3. График выходного сигнала $w_1(p)$: процесс с шагом 1 (1), процесс с шагом 0,1 (2)

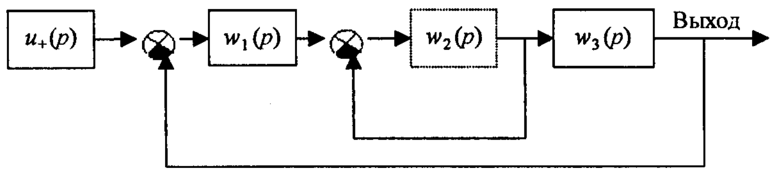

Рис. 4. Блок-схема расчета линейного фильтра с передаточной функцией (12)

и без разделения. Как видно из графиков, точность расчета интегратора $w_1(p)$ после замены практически не изменилась. Однако она достигнута при снижении трудоемкости вычислений во внешнем контуре, что позволило к тому же получить сбалансированную погрешность расчета для всех переменных ($\delta = h/T_2 = T/T_1 = 0{,}1$).

2. *Расчет колебательного звена второго порядка.* На рис. 4 изображена блок-схема расчета линейного фильтра с передаточной функцией

$$w(p) = \frac{1}{\tau^2 p^2 + 2\lambda\tau p + 1}, \tag{12}$$

где $1/\tau = \omega_0$ – круговая частота собственных колебаний; τ/λ – постоянная времени процесса затухания ($\lambda \ll 1$). Поставлена задача расчета слабо демпфированного процесса.

Во внутреннем контуре преобладает медленное движение, соответствующее процессу затухания. Поэтому интегратор $w_2(p)$ может быть рассчитан по формуле (5).

Параметры системы:

$$u_+(p) = 1, \qquad w_1(p) = \frac{1}{2\lambda}, \qquad w_2(p) = \frac{1}{\frac{\tau}{2\lambda}p}, \qquad w_3(p) = \frac{1}{\tau p}.$$

Расчет выполнялся для $\omega_0 = 62{,}8$ (10 колебаний в единицу времени); $\tau/\lambda = 0{,}5$; $h = 0{,}001$; $T = 0{,}02$ имитационным методом [5]. Графики (рис. 5, 6) позволяют сравнить расчет системы с разделением движений на быстрые

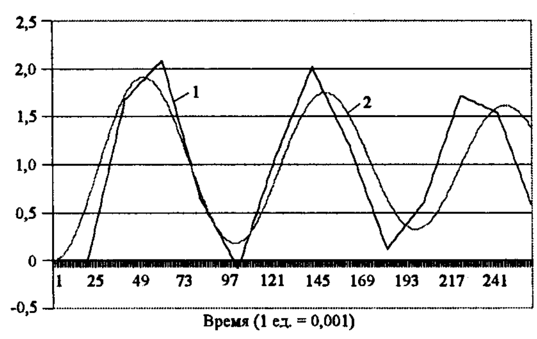

Рис. 5. График выходного сигнала (см. рис. 4): процесс с разделением движения (1), без разделения (2)

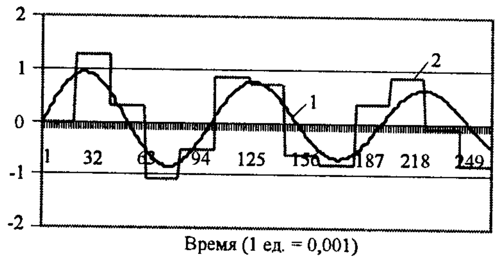

Рис. 6. График выходного сигнала $w_2(p)$: процесс с шагом 0,001 (1), с шагом 0,02 (2)

колебания и медленное затухание и без разделения. Такой характер движения возникает в высокодобротных электрических системах, в механических узлах оптических приборов, транспортных системах и т. д.

Расчет слабо демпфированных систем без применения принципа разделения движений, например, на ЭВМ с разрядностью ячейки памяти менее 4 байт, выполняется неудовлетворительно из-за погрешностей округления. Однако острота проблемы значительно снижается, если шаг расчета (в нашем случае период дискретности T) может быть сопоставим по величине с полупериодом колебательного процесса.

В режиме разделения движений значения выходного сигнала $w_2(p)$ рассчитаны с погрешностью $\delta_2 \approx 20/500 = 0{,}04$, а значения выходного сигнала $w_3(p)$ – с погрешностью $\delta_3 \approx h\omega_0 = 0{,}0628$, что, безусловно, лучше, чем при расчете с одинаковым шагом ($\delta_2 \approx 1/500 = 0{,}002$), так как при этом получается результат, более сбалансированный по точности и экономный по времени вычислений.

ВЫВОДЫ

Применение принципа разделения движений на основе имитационного метода позволяет выполнять расчеты САУ с различными шагами интегрирования. Для этого не требуется стандартными матричными либо иными методами вычленять отдельные части системы – достаточно использовать в качестве задания естественную для проектировщиков блочно-структурную форму.

Имитационный метод расчета САУ с различными шагами интегрирования позволяет снизить затраты машинного времени на вычисления переходных процессов за счет лучшей сбалансированности погрешностей расчета всех переменных. При этом степень универсальности метода выше общепринятого метода переменных состояния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **MathCAD 6.0 PLUS.** Финансовые и научные расчеты в среде Windows-95: Руководство пользователя. М.: Филин, 1996.
2. **Гультяев А. К.** MatLab 5.2. Имитационное моделирование в среде Windows: Практическое пособие. С.-Пб.: Корона принт, 1999.
3. **Разевиг В. Д.** Система сквозного проектирования электронных устройств Designlab 8.0. М.: Солон, 2000.

4. **Дьяконов В. П.** Компьютерная математика. М.: Нолидж, 2001.
5. **Пасик В. Ш.** Имитационный метод для численного анализа систем управления с обратной связью // Автометрия. 1999. № 1. С. 100.
6. **Сигорский В. П., Петренко А. И.** Алгоритмы анализа электронных схем. Киев: Сов. радио, 1976.
7. **Воронов А. А.** Теория автоматического управления. М.: Высш. шк., 1986.
8. **Востриков А. С.** Синтез нелинейных систем методом локализации. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1990.
9. **Ямпольский Д. С.** Оптимизация системы регулирования, содержащей интегральное звено в прямом канале регулирования // Электричество. 1969. № 6.
10. **Цыпкин Я. З., Попов Ю. С.** Теория нелинейных импульсных систем. М.: Наука, 1973.
11. **Хэлворсон М., Янг М.** Эффективная работа с Microsoft Office 97. С.-Пб.: Питер, 1997.

Сибирский государственный
университет путей сообщения,
E-mail: PVS@STU.RU

Поступила в редакцию
28 августа 2001 г.

Подписка на наш журнал – залог Вашего успеха!