

**МОДЕЛИРОВАНИЕ  
В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

УДК 517.972.5

**М. П. Федорук, А. Д. Шапиро, Е. Г. Шапиро***(Новосибирск)***МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ СВЯЗИ  
С РАМАНОВСКИМИ УСИЛИТЕЛЯМИ\***

Выполнено математическое моделирование двух конкретных конфигураций волоконных линий оптической связи. Описана динамика оптических импульсов в линиях обобщенным нелинейным уравнением Шредингера. Численное моделирование показало, что использование волоконных рамановских усилителей позволяет значительно увеличить пропускную способность линий.

**Математическая постановка задачи.** Распространение оптических импульсов по волоконным линиям связи определяется главным образом эффектами хроматической дисперсии, затухания импульсов и нелинейности [1]. Хорошей исходной моделью для описания эволюции оптических импульсов с длительностью  $\tau \geq 1$  пс в оптоволоконных линиях связи является обобщенное нелинейное уравнение Шредингера [1]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma |A|^2 A = \frac{i}{2} (g(z) - \alpha(z)) A + T_R A \frac{\partial |A|^2}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $A(z, t)$  – медленная огибающая амплитуды электромагнитного поля;  $\beta_2$  – коэффициент дисперсии групповой скорости;  $\gamma$  – коэффициент керровской нелинейности;  $g(z)$ ,  $\alpha(z)$  – коэффициенты, описывающие усиление и затухание амплитуды сигнала соответственно;  $T_R$  – время рамановского отклика.

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 03-02-16496а) и Интеграционного проекта СО РАН (проект № 2).

В настоящее время в волоконных линиях связи со спектральным уплотнением каналов применяются два типа усилителей: эрбиевые волоконные [2] и рамановские волоконные [3] усилители. Эрбиевые волоконно-оптические усилители (Erbium-Doped Fiber Amplifiers (EDFA)) получили название сосредоточенных усилителей, поскольку длина (несколько десятков метров), на которой происходит усиление сигнала, значительно меньше расстояния между усилителями (в несколько десятков километров). В этом случае

$$g(z) = \sqrt{G} \delta(z - z_k), \quad (2)$$

где  $\sqrt{G}$  – коэффициент усиления амплитуды сигнала, а  $z_k$  – местоположение усилителей. На современном этапе широкое распространение получили эрбиевые волоконные усилители, полная спектральная полоса усиления которых составляет 30–80 нм [4]. Полоса усиления современных эрбиевых оптических усилителей  $\Delta\nu \approx 30 - 80$  нм – одно из главных ограничений числа передаваемых каналов и полной скорости передачи информации. Кроме ширины полосы усиления важна плоскостность спектральной характеристики усилителя. Это связано с тем, что во всех спектральных каналах должно быть одинаковое усиление. Как правило, ни один из усилителей не имеет плоской спектральной характеристики усиления, поэтому выравнивание спектра усиления осуществляется оптическими фильтрами различных типов. Кроме того, точечное усиление приводит к большим изменениям в энергии импульсов. В результате этого расстояние между усилителями  $Z_a$  уменьшается по сравнению с дисперсионной длиной  $L_D$ . При высоких скоростях передачи ( $> 20$  Гбит/с) дисперсионная длина становится достаточно малой (вследствие уменьшения длительности оптических импульсов) и использование точечных усилителей может стать весьма непрактичным.

Принцип действия рамановских волоконных усилителей (Distributed Raman Amplifiers (DRAs)) [3] основан на использовании стимулированного рамановского рассеяния, обеспечивающего усиление слабого оптического сигнала путем преобразования части энергии мощной волны накачки. Рамановские усилители перспективны в силу следующих принципиальных преимуществ [5]:

- могут усиливать сигнал на любой длине волны;
- в качестве их активной среды может использоваться сам волоконный световод;
- спектр их усиления зависит от спектра накачки, поэтому подбором источников накачки можно формировать очень широкую (более 100 нм) полосу усиления;
- обеспечивают низкий уровень шумов.

Поскольку в линиях с распределенным усилением компенсация оптоволоконных потерь производится локально по всей длине оптоволокна, то изменение в энергии импульсов оказывается гораздо меньшим по сравнению с точечным усилением. В этом случае расстояние между усилителями может быть больше длины дисперсионной компенсации.

В простейшей модели рамановского усиления, которая использовалась в данной работе, пренебрегается истощением волны накачки и предполагается ее экспоненциальное затухание по длине оптоволокна. При этом получаем

следующие формулы для коэффициента рамановского усиления  $g(z)$  в случае прямой и обратной волн накачки соответственно:

$$\begin{aligned} g(z) &= g_0 \exp(-\alpha_p z), \\ g(z) &= g_0 \exp[-\alpha_p(L - z)] \end{aligned} \quad (3)$$

( $\alpha_p$  – затухание сигнала на длине волны накачки). Нормировочный коэффициент  $g_0$  определяется из условия полной компенсации затухания на длине рамановского усиления  $L$ :

$$\int_0^L [g(z) - \alpha(z)] dz = 0. \quad (4)$$

Модель процессов рамановского усиления, учитывающая перекачку мощности между различными спектральными компонентами, рэлеевское рассеяние и шумы спонтанного излучения, была более полно развита в работе [6].

Оценкой «качества» работы коммуникационной системы является величина коэффициента ошибки (Bit Error Rate (BER)), который определяет количество ошибочных бит к общему числу переданных бит [7]. Приемлемым значением коэффициента ошибки является величина  $BER \leq 10^{-9}$ , что соответствует одному ошибочно зарегистрированному биту на  $10^9$  переданных бит. Следуя [7], определим величины  $P_1$  и  $P_0$  как вероятности ошибок в регистрации 1 и 0 соответственно. В свою очередь, данные величины определяются следующим образом:

$$P_1 = \int_{-\infty}^{I_d} p_1(x) dx, \quad P_0 = \int_{I_d}^{\infty} p_0(x) dx, \quad (5)$$

где по предположению плотности вероятностей  $p_i$  ( $i=0,1$ ) распределены по нормальному закону

$$p_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left[-\frac{(x - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right] \quad (6)$$

(здесь  $\mu_i$ ,  $i=0,1$ , – средние значения,  $\sigma_i$  – дисперсии);  $I_d$  – уровень разрешимости, который определяется из условия минимальности коэффициента ошибки  $BER = \frac{P_1 + P_0}{2}$ . Определим величину  $Q$ -фактора, которая связана с

BER следующим образом:

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{Q}{\sqrt{2}}\right) \approx \frac{\exp\left(-\frac{Q^2}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}Q}, \quad (7)$$

где

$$Q = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0}. \quad (8)$$

Отметим, что коэффициенту ошибки BER = 10<sup>-9</sup> соответствует значение Q = 6.

Оптический усилитель помимо увеличения входного оптического сигнала добавляет к входному и выходному оптическим волокнам усиленную спонтанную эмиссию (Amplified Spontaneous Emission (ASE)). Наличие ASE вызывает ухудшение отношения сигнал/шум усилителя и, естественно, всей системы в целом. Это, в свою очередь, увеличивает коэффициент ошибки и приводит к ухудшению передаточных характеристик волоконной линии связи.

Исходной математической моделью, описывающей шум спонтанной эмиссии, служит модель белого шума. В случае эрбиевых волоконных усилителей спектральная плотность белого шума вычисляется по формуле [8]:

$$S_{sp} = (G - 1)n_{sp} h\nu, \quad (9)$$

где  $G$  – коэффициент усиления сигнала по мощности;  $h$  – постоянная Планка;  $\nu$  – несущая частота сигнала;  $n_{sp}$  – фактор спонтанной эмиссии, который связан с коэффициентом шума усилителя (Amplifier Noise Figure (NF)) следующим соотношением:

$$NF = 2n_{sp}(G - 1)/G. \quad (10)$$

В случае рамановских волоконных усилителей спектральная плотность белого шума вычисляется по формуле

$$S_{sp} = g(z)\Delta z n_{sp} h\nu, \quad (11)$$

где  $\Delta z$  – характерная величина изменения коэффициента  $g(z)$ , а величина

$$n_{sp} = 1 + \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

( $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура).

**Результаты численного моделирования.** Далее представлены результаты численного моделирования двух конкретных конфигураций волоконно-оптических линий связи. Для описания эволюции оптических импульсов в линии использовалось уравнение (1). Усиление оптических сигналов на усилителях в зависимости от их типа описывалось формулами (2), (3). Для описания шумов спонтанного излучения, которые вводились в систему на каждом усилителе (эрбиевом или рамановском), использовались формулы (9)–(11). Передаточная способность линии связи оценивалась по величине  $Q$ -фактора (8). Для вычисления величины  $Q$ -фактора в расчетах использовалась 31 псевдослучайная последовательность из 128 бит каждая, и величина

Т а б л и ц а 1

Параметры	Оптические волокна	
	EE-PDF	NDF
Затухание при 1550 нм (дБ/км)	0,20	0,24
Затухание при 1455 нм (дБ/км)	0,25	0,40
Эффективная площадь (мкм <sup>2</sup> )	110	30
Дисперсия (пс/нм/км)	20	-20
Дисперсионный наклон (пс/нм <sup>2</sup> /км)	0,06	-0,06
Нелинейный показатель преломления (м <sup>2</sup> /Вт)	$2,7 \cdot 10^{-20}$	$2,7 \cdot 10^{-20}$

$Q$ -фактора находилась как медианное среднее по  $Q$ -факторам, вычисленным в каждой последовательности [9].

Вначале мы сравнили результаты численного моделирования и эксперимента, выполненного в работе [10]. Схема периодической секции экспериментальной линии имеет вид

$$\begin{aligned} & \text{EE-PDF (10 км)} + \text{NDF (20 км)} + \text{EE-PDF (20 км)} + \\ & + \text{NDF (20 км)} + \text{EE-PDF (10 км)}. \end{aligned}$$

Параметры волокон EE-PDF и NDF представлены в табл. 1. В конце каждой периодической ячейки для полной компенсации потерь производилось оптическое усиление сигналов. В данной работе изучалась схема гибридной накачки, включающая распределенное рамановское усиление и эрбиевые усилители, с целью определения оптимального соотношения этих способов усиления. Было показано, что наилучшее распространение (с точки зрения величины  $Q$ -фактора) достигается, когда 8 дБ потерь энергии компенсируется рамановским усилителем, а оставшиеся 11,5 дБ – эрбиевым усилителем. Распространение оптических сигналов осуществлялось в 16 каналах на длинах волн 1546,9–1559,0 нм с разделением 100 ГГц между каналами. Разделение между оптическими импульсами 25 пс, что соответствует скорости передачи 40 Гбит/с в одном частотном канале. Средняя энергия импульсов составляла -1 дБм, и их полная ширина  $T_{\text{FWHM}} = 8-11$  пс. В эксперименте измерялось значение  $Q^2$  (дБ) после распространения оптических сигналов на расстояние 2000 км. Для сравнения результатов численного счета (квадраты) и экспериментальных данных (треугольники) мы моделировали распространение оптических импульсов шириной 9 пс (рис. 1) и 10 пс (рис. 2). Как видно из рисунков, соответствие результатов численного моделирования и данных эксперимента достаточно хорошее.

Более низкий уровень шумов, возникающий в данном случае, позволяет увеличить расстояние между усилителями.

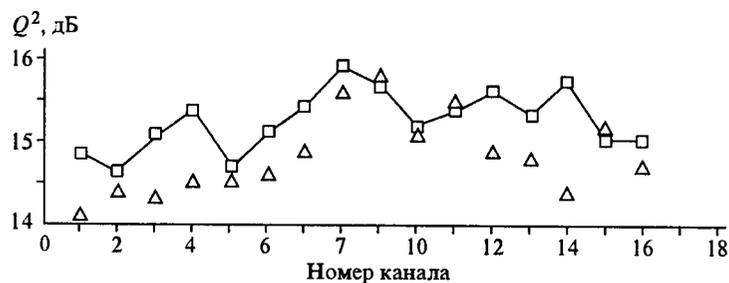


Рис. 1

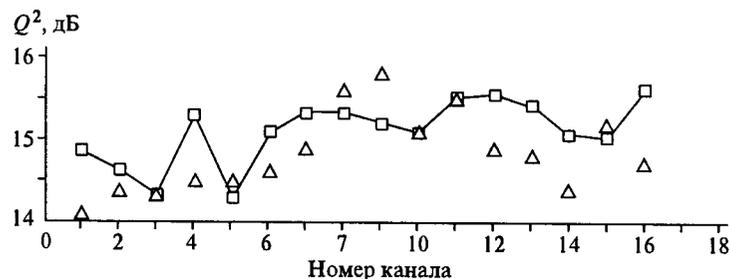


Рис. 2

Результаты численного моделирования демонстрируют принципиальную возможность увеличения общей скорости передачи информации по линии Новосибирск – Омск с 2,5 до 160 Гбит/с. Линия Новосибирск – Омск [11] состоит из четырех участков стандартного одномодового волокна (SMF) длиной 127, 135, 138 и 163 км. В конце каждого куска оптоволокна находится электрический регенератор, который идеально восстанавливает форму оптического импульса. Однако использование таких регенераторов ограничивает скорость передачи данных величиной 2,5 Гбит/с. Для увеличения пропускной способности линии используем технологии дисперсионного управления [8] и спектрального уплотнения каналов. Заменяем электрические регенераторы в конце каждого куска SMF бухтами из оптического волокна с компенсацией дисперсии (DCF). Длины кусков DCF подберем таким образом, чтобы средняя дисперсия линии  $\langle D \rangle$  была близка к нулю. Для компенсации оптических потерь на каждом участке SMF + DCF используем волоконный рамановский усилитель. Проведены расчеты для системы со спектральным уплотнением из четырех каналов с разделением 100 ГГц на длинах волн 1548,8; 1548,88; 1548,96 и 1549,04 нм. Скорость передачи данных в каждом канале составляла 40 Гбит/с. Параметры волокон SMF и DCF приведены в табл. 2.

На величину  $Q$ -фактора в конце линии связи влияют как ширина исходных импульсов, так и средняя мощность сигнала. Средняя мощность задается формулой

$$P = 10 \log_{10} \left( \frac{1}{2T_b} \int_{-\infty}^{\infty} |A_0(t)|^2 dt \right),$$

Таблица 2

Параметры	Оптические волокна	
	SMF	DCF
Затухание при 1550 нм (дБ/км)	0,25	0,65
Затухание при 1455 нм (дБ/км)	0,25	0,81
Эффективная площадь (мкм <sup>2</sup> )	80	19
Дисперсия (пс/нм/км)	18	-100
Дисперсионный наклон (пс/нм <sup>2</sup> /км)	0,06	-0,41
Нелинейный показатель преломления (м <sup>2</sup> /Вт)	$2,7 \cdot 10^{-20}$	$2,7 \cdot 10^{-20}$

где  $T_b$  – длина битового интервала;  $\int_{-\infty}^{\infty} |A_0(t)|^2 dt$  – энергия одиночного импульса.

Далее приведены графики величины  $Q$ -фактора, вычисленного после прохождения линии передачи в худшем из четырех каналов в зависимости от ширины оптического импульса при фиксированной средней мощности 0,5 дБм (рис. 3) и от средней мощности при фиксированной ширине импульса 8 пс (рис. 4).

При одноканальной передаче информации узкие оптические импульсы демонстрируют лучшее распространение, но имеют большую ширину в частотном пространстве. Использование таких режимов не допускает плотного расположения каналов. Для повышения качества передачи данных можно использовать оптический фильтр, через который пропускаются сигналы перед смешиванием каналов для разделения информации, передаваемой на различных частотах. Такой способ формирования входной информации

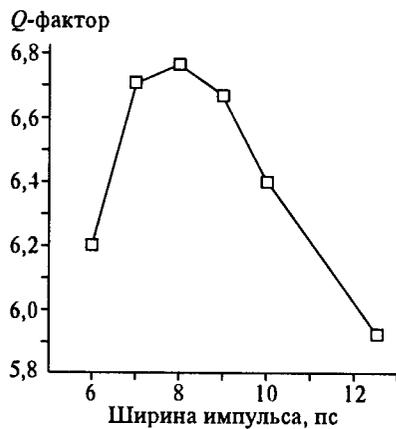


Рис. 3

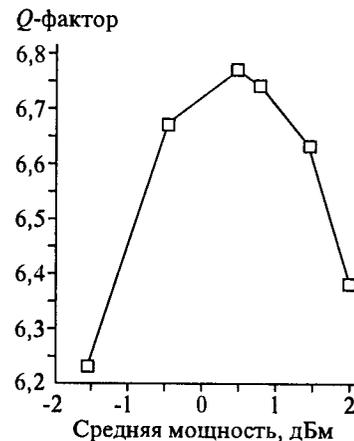


Рис. 4

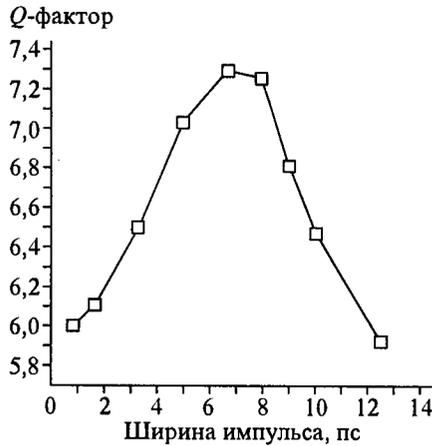


Рис. 5

уменьшает влияние каналов друг на друга. Мы вычислили величину  $Q$ -фактора после прохождения линии связи для начального оптического фильтра прямоугольной формы шириной 100 ГГц. Ширина импульсов до пропускания через фильтр менялась от 0,83 до 12,5 пс. Средняя мощность, измеренная после действия оптического фильтра, равнялась 0,5 дБм. Приведем график зависимости  $Q$ -фактора в конце линии от ширины исходных импульсов (рис. 5).

Заметим, что прямоугольный оптический фильтр меняет форму узкого импульса, уширяя сигнал и делая форму sinc-образной. Если  $L$  – ширина прямоугольного оптического фильт-

ра,  $A_{out}(t)$  – импульс на выходе из оптического фильтра, то  $A_{out}(t) \propto \frac{\sin(\pi Lt)}{t}$ .

Это соотношение показывает, что распространение слабо зависит от ширины входных импульсов, если они достаточно узкие. Если же исходные импульсы широкие, то, очевидно, применение начального оптического фильтра не сказывается на передаче информации, поскольку форма импульсов практически не меняется.

Таким образом, из графиков рис. 3–5 следует, что есть устойчивые к изменению ширины и мощности режимы, при которых  $Q$ -фактор больше шести. Средняя дисперсия линии на приведенных графиках  $\langle D \rangle = 0,2–0,26$  пс/нм/км.

**Заключение.** На основе численного решения нелинейного уравнения Шредингера выполнено математическое моделирование двух конкретных конфигураций волоконных линий связи, использующих в качестве усилителей волоконные рамановские усилители. Показано достаточно хорошее соответствие результатов численных расчетов экспериментальным данным работы [10]. Продемонстрирована принципиальная возможность увеличения общей скорости передачи информации по линии Новосибирск – Омск с 2,5 до 160 Гбит/с за счет использования технологий дисперсионного управления и спектрального уплотнения каналов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Agrawal G. P. Nonlinear Fiber Optics. N. Y.: Academic Press, 2001.
2. Desurvire E. Erbium-doped fiber amplifiers. N. Y.: John Willey & Sons, Inc., 1993.
3. Dianov E. M. Raman fiber amplifiers // Topical meeting on optical amplifiers and applications. ThAI, Nara, Japan, 1999.
4. Mori A. et al. Ultra-broadband amplification for DWDM systems // 25 European Conf. on Optical Applications. Nice, 1999.
5. Дианов Е. М. От тера-эре к пета-эре // Вестник РАН. 2000. 70. С. 1010.

6. **Kidorf H., Rottwitt K., Nissov M. et al.** Pump interactions in 100-nm bandwidth raman amplifier // IEEE Photon. Techn. Lett. 1999. **11**. P. 530.
7. **Agrawal G. P.** Fiber-Optic Communication Systems. N. Y.: John Willey & Sons, Inc., 1997.
8. **Agrawal G. P.** Applications of Nonlinear Fiber Optics. N. Y.: Academic Press, 2001.
9. **Shapiro E. G., Fedoruk M. P., Turitsyn S. K.** Numerical estimate of BER in optical systems with strong patterning effects // Electron. Lett. 2001. **37**. N. 19.
10. **Morita I., Tanaka K., Edagawa N.** Benefit of Raman amplification in ultra-long-distance 40 Gbit/s-based WDM transmission using dispersion-flattened fibre span // Ibid. N. 8.
11. **Щеглюк С. В., Турицын С. К., Мезенцев В. К., Шапиро Е. Г.** Методы моделирования транспортных оптических сетей // Электросвязь. 2002. № 2. С. 43.

*Институт вычислительных технологий СО РАН,  
Новосибирский государственный университет,  
Институт автоматики и электрометрии СО РАН,  
E-mail: mife@ict.nsc.ru*

*Поступила в редакцию  
24 марта 2003 г.*

---

---

**Подписка на наш журнал – залог Вашего успеха!**