

**ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ,
ЭЛЕМЕНТЫ И СИСТЕМЫ**

УДК 004.922

А. М. Ковалев

(Новосибирск)

**О ВИЗУАЛЬНО ВОСПРИНИМАЕМОМ
ПРОСТРАНСТВЕ ПРЕДМЕТОВ**

Предложены линейная и нелинейная модели перцептивного пространства, возникающего в сознании человека при зрительном восприятии окружающего мира. Линейная модель соответствует монокулярному зрению, удовлетворяет законам проективной геометрии и психофизическому закону Эммерта. Нелинейная модель отражает свойства бинокулярного зрения. Приведено сравнение относительных размеров предметов, воспринимаемых по законам геометрической оптики и перцептивной перспективы, с опытными данными. Показаны трудности достоверного изображения воспринимаемого пространства предметов.

Введение. В работе [1] отмечалось, что человек имеет дело с двумя геометрически различными пространствами. Первое из них существует объективно. Это пространство окружающего мира. Второе возникает в сознании человека как пространство зрительного восприятия – перцептивное пространство. Оба пространства связаны между собой, причем второе является отображением первого. Какое это отображение? При всей сложности вопроса, затрагивающего психическую деятельность (бессознательные умозаключения по Гельмгольцу), попытки найти преобразования, связывающие оба пространства, имеют и теоретический и практический интерес.

Р. К. Лунебург считал, что по своим свойствам перцептивное пространство – это пространство Лобачевского [2]. Лунебург исходил из известных опытов Гельмгольца по эмпирическому горизонтальному гороптеру и так называемых «аллейных» экспериментов Гиллебранда и Блуменфельда. Ряд специальных опытов по подтверждению теории Лунебурга, показали, что свойства перцептивного пространства могут быть описаны как свойства пространства Лобачевского лишь для участков горизонтальной плоскости, находящихся в непосредственной близости от наблюдателя [3].

Б. В. Раушенбах разработал общую теорию перспективы как математическое учение о передаче на плоскости геометрии перцептивного пространства [4]. Он пришел к основополагающему выводу, что «...существование внутренне не противоречивой системы перспективы, в которой при изображении произвольной изолированной точки картинного пространства* все

* Физическое пространство, расположенное за плоскостью картины.

три определяющие ее положение координаты изображаются на картинной плоскости в полном соответствии с естественным зрительным восприятием, вообще говоря, невозможно». Следовательно, невозможна и безошибочная передача зрительного образа произвольного предмета. Доказательство этого вывода безупречно, несмотря на то что строгого описания геометрии пространства в работе нет. А можно ли в принципе получать достоверные изображения, например, с помощью стереопроекций? Вопрос становится актуальным для компьютерной графики, тренажеростроения, систем телеприсутствия и средств визуального телеуправления.

В работе сделана попытка прежде всего найти проективное преобразование, переводящее наблюдаемое пространство в перцептивное. И лишь затем решать вопросы его достоверного отображения.

Эксперимент. В работах [1, 3, 4] описано опытное определение видимой ширины горизонтальной дорожки путем кажущегося параллельного проектирования. Нами был несколько видоизменен этот эксперимент и поставлена другая цель: определить, где пересекаются кажущиеся параллельными линии проекции. На горизонтальной дороге (рис. 1), на одной из боковых сторон, имеющей строго прямолинейную и четко видимую границу AZ , в точке A стоит наблюдатель. На некотором среднем расстоянии от наблюдателя перпендикулярно границе AZ проведена линия w (использовался температурный шов в бетонной плите на расстоянии ≈ 6 м). Наблюдатель при помощи верхнего конца линейки визирует переносный четко видимый «точечный» знак C . Если линейка располагается строго вертикально, то след обреза линейки на земле CD устремляется к точке A . При этом прямая линия CD воспринимается пересекающей линию AZ . Чтобы след линейки на земле казался параллельным линии AZ , наблюдатель вынужден отклонить нижний конец линейки вправо. При этом он видит прямую линию CD' , параллельную AZ , а помощник фиксирует точку V линии CD' на перпендикуляре w с помощью второго переносного точечного знака. Затем через точки C и V проводится

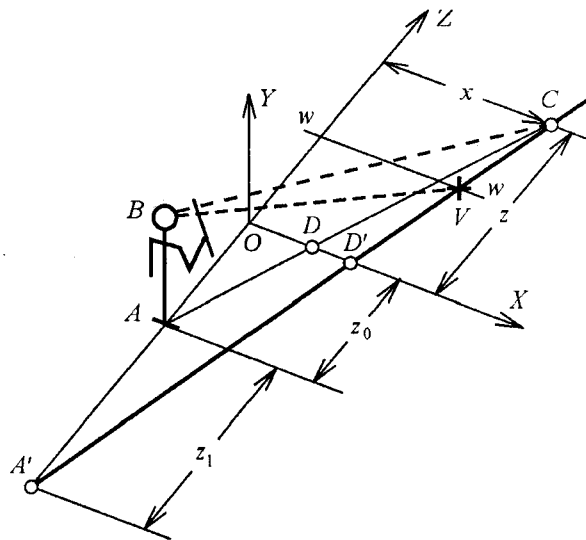


Рис. 1

прямая до пересечения с продолжением линии AZ в точке A' , которая оказывается за спиной наблюдателя.

В эксперименте приняло участие пять человек. Каждому из них было предложено ограниченное множество произвольно расположенных точек C на различных удалениях за линией ww в пределах небольшого поля зрения порядка $15-20^\circ$. Во время эксперимента наблюдатель находился в положении стоя и сидя на стуле или на корточках, что соответствовало двум положениям уровня глаз относительно земли. В результате были выявлены следующие закономерности зрительного восприятия: 1) линии, кажущиеся параллельными линии AZ и проходящие через произвольно расположенные точки C на земле, пересекаются в одной и той же (с небольшими отклонениями в несколько сантиметров) точке A' , расположенной за наблюдателем на расстоянии $AA' = z_1$; 2) положение точки пересечения кажущихся параллельных линий не зависит от уровня глаз относительно земли; 3) расстояние z_1 является личностной константой наблюдателя. В эксперименте эта константа варьировала от 3 до 6 м (3; 4,4; 4,5; 4,9 и 6 м).

Видимая ширина предметов. Пусть картинная плоскость XOY перпендикулярна плоскости земли XOZ и расположена на расстоянии z_0 от наблюдателя, а ось OZ совпадает с линией AZ (см. рис. 1). Расстояние $z_0 \approx 2$ м введено Раушенбахом как некоторое удаление, на котором предметы видны в натуральную величину [4].

Если бы зрительное восприятие строго следовало законам геометрической оптики и ренессансной перспективы*, то относительное уменьшение ширины x при удалении предметов от наблюдателя выражалось бы преобразованием подобия

$$OD = \frac{xz_0}{z + z_0}, \quad \text{или} \quad x' = \frac{1}{z' + 1}, \quad (1)$$

где $x' = OD/x$ – безразмерная ширина; $z' = z/z_0$ – безразмерное удаление по Z .

Видимая безразмерная ширина предметов, измеренная путем кажущегося параллельного проектирования (см. рис. 1), определяется выражением

$$x'' = \frac{OD'}{x} = \frac{z_0 + z_1}{z + z_0 + z_1} = \frac{1}{\alpha z' + 1}, \quad (2)$$

где $\alpha = \frac{z_0}{z_0 + z_1}$ – коэффициент сжатия физического пространства к плоскости

натуральных размеров XOY . Уравнения (1) и (2) представляют собой ветви равносторонних гипербол с той разницей, что центр первой смещен в точку A , а второй – в точку A' . Функцию растяжения ренессансной ширины x' до величины x'' можно представить как

$$F(z') = \frac{x''}{x'} = \frac{z' + 1}{\alpha z' + 1}. \quad (3)$$

Эта функция по своему определению эквивалентна функции $F_1(\bar{L})$ Раушенбаха [4] и обладает теми же свойствами: $F(0) = 1$, она монотонно возрастает

* Классическая система перспективы, созданная в эпоху Возрождения.

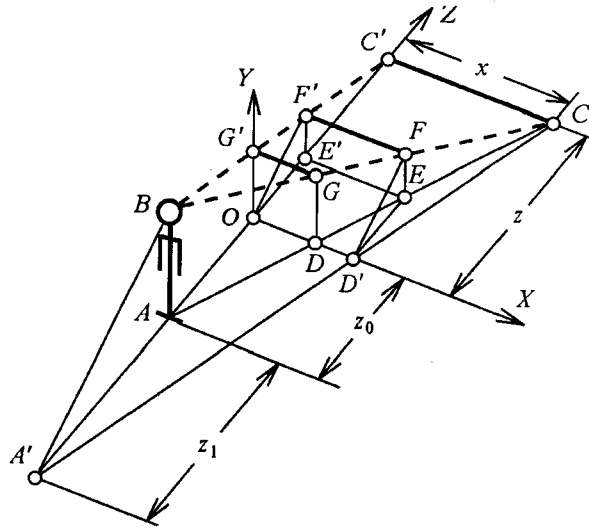


Рис. 2

тает, всюду положительна, непрерывна и имеет конечный верхний предел $F(\infty) = 1/\alpha$. При $z_0 = 2$ м, $z_1 = 3-6$ м (из эксперимента) коэффициент $\alpha = 0,25-0,4$ и $F(\infty) = 2,5-4$. Итак, при $0 < z \leq \infty$, т. е. за плоскостью натуральных размеров, визуально воспринимаемая ширина предметов всегда больше ренессансной или оптической, так как $1 < F(z') \leq 2,5-4$. В отличие от функции $F_1(L)$ функция $F(z')$ определена и в области $-z_0 \leq z \leq 0$, где $0 \leq F(z') \leq 1$, и, таким образом, на малых расстояниях от наблюдателя происходит уменьшение видимой ширины предметов в сравнении с оптической шириной.

Видимое расстояние до предметов. Рассмотрим проекцию отрезка CC' шириной x , лежащего в плоскости XOZ и перпендикулярного к оси OZ , на картинную плоскость XOY и в некое перцептивное пространство (рис. 2). Отрезок CC' лежит в плоскости визирования, определяемой треугольником BCC' , пересечение которого с плоскостью XOY дает изображение GG' отрезка CC' в ренессансной перспективе. Очевидно, что $GG' = OD$ и соответствует (1). Изображение CC' в перцептивном пространстве должно также лежать в плоскости визирования BCC' , но его размер должен соответствовать (2) или равняться отрезку OD' . Через точку D' проведем прямую, параллельную оси OZ , до пересечения с линией AC в точке E . Из точки E проведем перпендикуляр EE' к оси OZ и восстановим перпендикуляр к плоскости XOZ до пересечения с линией визирования BC в точке F . И, наконец, из точки F опустим перпендикуляр FF' на плоскость YOZ . FF' и есть изображение CC' в перцептивном пространстве. Из построения понятно, что $FF' = EE' = OD'$ и их ширина соответствует (2). Легко показать, что прямые OF' и $D'F$ параллельны $A'B$, а любая точка плоскости XOZ будет проецироваться в визуальное пространство из точки B на наклонную плоскость, проходящую через ось OX параллельно прямой $A'B$. Из подобных треугольников AEE' и ACC' расстояние AE' в перцептивном пространстве до FF' вдоль оси OZ определяется как

$$AE' = \frac{AC' EE'}{CC'} = \frac{(z + z_0) OD'}{x} = \frac{z + z_0}{\alpha z' + 1},$$

или в безразмерной форме видимое расстояние до предметов

$$z'' = \frac{z' + 1}{\alpha z' + 1} = F(z'). \quad (4)$$

Два вывода:

1) видимая глубина и ширина пропорциональны функции растяжения $F(z')$ из (3), и поэтому соблюдается психофизический закон Эммерта, который гласит: «При неизменной величине ретинального изображения воспринимаемый размер предмета прямо пропорционален воспринимаемому расстоянию до предмета» [5, с.129];

2) перцептивное пространство конечно и ограничено максимальной глубиной, равной $z_0 z''_{\max} = z_0 F(\infty) = z_0 / \alpha = z_0 + z_1$. При $z_0 = 2$ м, $z_1 = 3 - 6$ м глубина пространства составляет 5–8 м, что соответствует гиперфокальному расстоянию глаза при диаметре его входного зрачка 2–3 мм и разрешающей способности 1–2 угловые минуты.

Видимая высота предметов. Рассмотрим преобразование высоты предметов в проекции на координатную плоскость YOZ (рис. 3). Точки отрезка $C'C''$ высотой y имеют одну и ту же координату z . В ренессансном варианте $C'C''$ дает изображение $G'G''$, безразмерная высота которого

$$y' = \frac{G'G''}{y} = \frac{z_0}{z + z_0} = \frac{1}{z' + 1}. \quad (5)$$

При проекции отрезка $C'C''$ в визуальное пространство учтем два момента: 1) положение точки схода A' кажущихся параллельными линий проекции не зависит от уровня глаз относительно горизонтальной плоскости (эксперимент); 2) любая точка горизонтальной плоскости (см. рис. 3, прямая AZ) проецируется из точки B на наклонную плоскость (или прямую OK в плоскости YOZ), параллельную $A'B$ (см. предыдущий раздел). Поэтому при перемещении прямой $A'OC'Z$ вертикально в положение $A''O'C''Z'$ на высоту y множество точек отрезка $C'C''$ будет спроецировано из точки B на множество наклонных прямых, заключенных между OK и $O'K$, параллельных соответствующим прямым из множества прямых, заключенных между $A'B$ и $A''B$. В результате множество точек отрезка $C'C''$, которые имеют координату z , будет

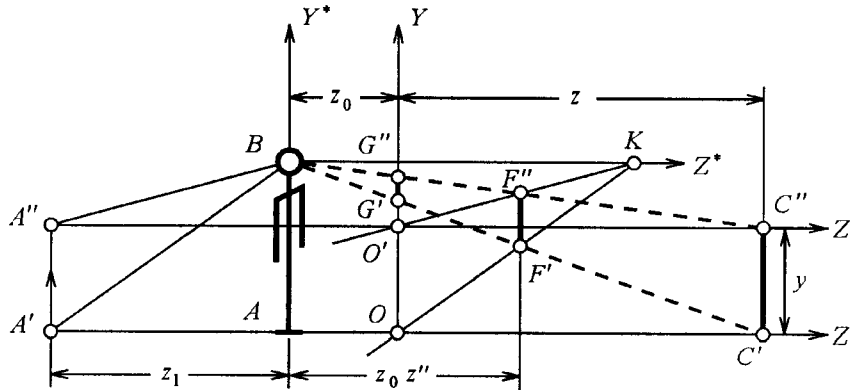


Рис. 3

изображено множеством точек отрезка $F'F''$, отстоящих от линии AB на одинаковом расстоянии z_0z'' , где z'' – глубина из (4). Поэтому безразмерная видимая высота предметов

$$y'' = \frac{F'F''}{y} = \frac{z_0z''}{z + z_0} = \frac{z''}{z' + 1} = \frac{1}{\alpha z' + 1}. \quad (6)$$

Из (6) ясно видно, как видимая глубина z'' из (4) «растягивает» ренессансную высоту из (5). Поскольку формулы (5), (6) и (1), (2) идентичны, то можно сделать вывод о том, что в перцептивном пространстве, как и в ренессансной перспективе, не происходит искажение формы предметов. Геометрия пространства такова (см. рис. 2, 3), что не нарушается и интерпозиция предметов, поскольку проекция предметов осуществляется пучком лучей, исходящих из одной и той же точки B . Таким образом, законы проективной геометрии не нарушаются.

Проективное преобразование. Ранее мы рассматривали систему координат XYZ , связанную с предметной плоскостью – земной поверхностью, на которой был проведен эксперимент. Поскольку проекция предметов осуществляется из точки B , а растягивание–сжатие вертикалей на уровне преобразования координат происходит от плоскости горизонта, содержащего луч BZ^* (см. рис. 3), то целесообразно именно этот главный луч зрения считать осью OZ , а BZ^* – осью OY . Чтобы согласовать формулы (1)–(6) с новой системой координат, необходимо в них произвести замену вида $z' \leftarrow z' - 1$ и перейти от безразмерной формы к размерной. Тогда получим проективное преобразование, переводящее физическое пространство в перцептивное, на уровне произвольной изолированной точки:

$$\mathbf{P}_V = \frac{\mathbf{P}}{\delta z + \beta}, \quad (7)$$

где $\mathbf{P}_V = [x_V, y_V, z_V]$ – радиус-вектор точки в визуальном перцептивном пространстве; $\mathbf{P} = [x, y, z]$ – радиус-вектор точки в физическом пространстве; $\delta = \alpha / z_0$ – величина, обратная гиперфокальному расстоянию; $\beta = 1 - \alpha$ – сжатие перцептивного пространства.

Проективное преобразование (7) линейно в однородных координатах, широко используемых в компьютерной графике. Поэтому пространство, полученное с помощью (7), назовем линейной моделью перцептивного пространства.

Нелинейная модель. Полученные теоретические зависимости являются лишь первым приближением к натуральному перцептивному пространству. Достоинство линейной модели в том, что она адекватна средним и большим удалениям от предметов, соответствует монокулярному зрению и проективной геометрии и поэтому легко реализуется в компьютерной графике. Однако обычно человек пользуется бинокулярным зрением и зачастую рассматривает предметы, расположенные в непосредственной близости от него. В этом случае по Луненбургу [2] и Раушенбаху [3, 4] пространство может проявлять свойства гиперболического пространства Лобачевского. Для исследования качественной стороны этого вопроса нами был проведен эксперимент, подобный описанному ранее (см. рис. 1), но на малых расстояниях, что отражено на рис. 4.

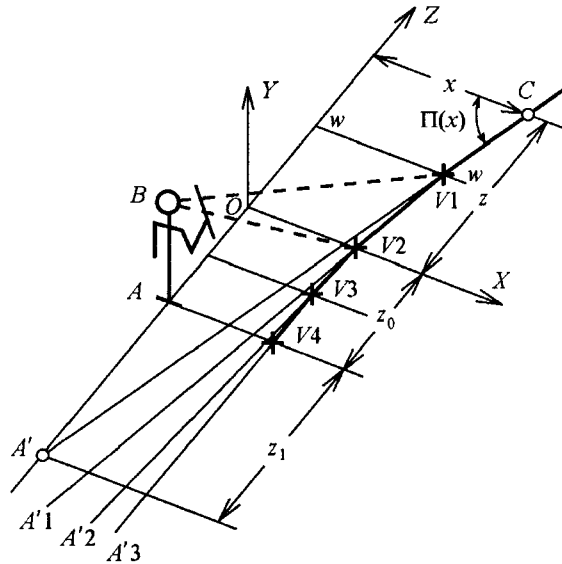


Рис. 4

Вначале была определена прямая $A'C$, кажущаяся параллельной линии AZ , и сделана засечка $V1$ на перпендикуляре w . Затем расстояние до перпендикуляра, на котором делаются засечки, уменьшили примерно вдвое (ось OX) и сделали «параллельную» проекцию точки $V1$. Теперь прямая $A'V1$, «параллельная» AZ , пересекла перпендикуляр OX в точке $V2$. Далее описанную процедуру повторили до точки $V4$. Установлен тот факт, что точка A' по мере уменьшения расстояния z перемещается в направлении к $-\infty$. Линия $CV1V2V3V4$, которая всюду кажется параллельной прямой AZ , имеет переменный угол параллельности $\Pi(x)$. Этот угол при уменьшении x увеличивается от острого в точке C практически до прямого в точке $V4$. Весьма вероятно, что данная линия является одной из множества прямых Лобачевского, параллельных прямой AZ [6]. Возможно и другое объяснение этого феномена, связанное с увеличением поля зрения на малых расстояниях [1]. И то и другое требует тщательного и детального исследования. Однако несомненен тот факт, что при уменьшении удаления z увеличивается z_1 , а это приводит к уменьшению коэффициента сжатия α . При фиксированном z_0 и $z \rightarrow -z_0$ константа $z_1 \rightarrow \infty$, а $\alpha \rightarrow 0$. Такое уменьшение α легко моделируется умножением α на функцию Луненбурга $f(\gamma) = \exp(-\sigma\gamma)$, где γ – угол конвергенции глаз, зависящий от глубины z , а σ – константа, характеризующая степень восприятия этой глубины [2]. С учетом функции Луненбурга относительные размеры предметов из (2) и (6) можно записать в виде

$$S(z') = \frac{1}{\alpha f(\gamma)z' + 1}. \quad (8)$$

Графики. На рис. 5 показано изменение относительных размеров предметов в зависимости от их расстояния от центра проекции. Кривая 1 отражает ренессансную перспективу; точечная кривая 2 – эмпирическая зависимость, полученная Раушенбахом на основе экспериментальных данных [4];

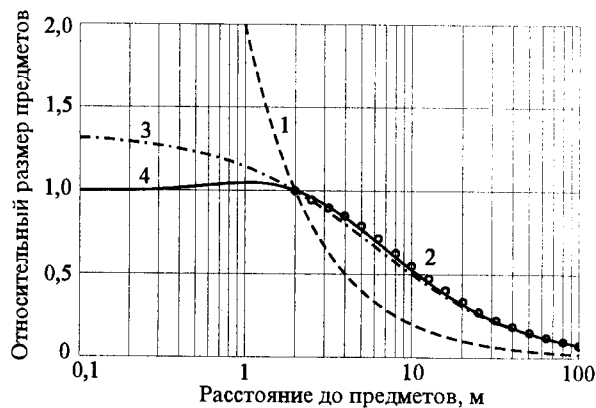


Рис. 5

кривая 3, полученная согласно формулам (2) и (6), соответствует монокулярному зрению; кривая 4 согласно (8) — бинокулярному зрению.

Константы, использованные для расчетов, выбраны таким образом, чтобы они соответствовали опытным данным, полученным Раушенбахом. В этом случае появляется возможность сравнить теоретические кривые 3 и 4 с эмпирической кривой 2, точность определения которой приблизительно 5% [4]. Так, расстояние $z_0 = 2$ м; $\alpha = 0,25$, что соответствует $F_1(\infty) = 4$. В функции Луненбурга $\sigma = 8$ (середина диапазона определения этой константы ($4 \leq \sigma \leq 15$) [2]); для определения угла конвергенции γ выбран глазной базис 65 мм.

Сравнение приведенных графиков позволяет сделать ряд выводов:

1. Все кривые пересекаются в точке на расстоянии $z_0 = 2$ м, что соответствует положению картинной плоскости натуральных размеров.

2. Видимые размеры предметов всегда больше ренессансных при $z > z_0$ и всегда меньше ренессансных при $z < z_0$. Это отличие тем больше, чем дальше удалены предметы от картинной плоскости. Наибольшие искажения ренессансная перспектива имеет на малых расстояниях.

3. При $z > z_0$ теоретические кривые 3 и 4 мало отличаются друг от друга и от эмпирической кривой 2 (<10%).

4. При уменьшении расстояния от 2 м до 10 см размер предмета при монокулярном зрении увеличивается не более чем на 30%, что свидетельствует о константности величин. При бинокулярном зрении проявляется эффект сверхконстантности величины предметов в их легкой (<10%) обратной перспективе, что хорошо согласуется с известными опытными данными [3].

Проблемы достоверного изображения перцептивного пространства.

Рис. 6 иллюстрирует вывод Раушенбаха о том, что передать на плоскости перцептивное пространство безошибочно невозможно. Показаны три варианта перспектив. Одинаково положение центра проекции и картинной плоскости, одинаковы угловые размеры поля зрения. Перспективы не искажают форму предметов. Для контроля глубины пространства на мосту установлен ящик на половине видимого угла зрения между основанием картины и горизонтом.

На рис. 6, а ренессансная перспектива безошибочно отображает интерпозицию предметов, но искажает соотношение их масштабов и глубину пространства. На дальних планах предметы приуменьшены, а пространство

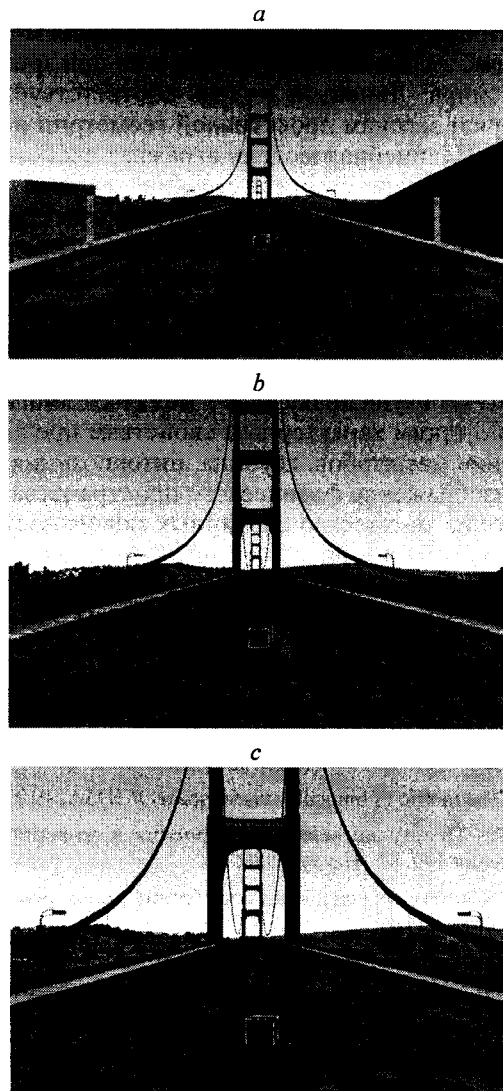


Рис. 6

сжато, на ближних планах пространство растянуто. На рис. 6, *b* правильно воспроизводится глубина пространства, уменьшилось искажение в соотношении масштабов, но появилась ошибка в интерпозиции предметов. Рис. 6, *c* достоверно по формулам (2) и (6) передает размеры предметов, но искажает глубину пространства и интерпозицию предметов. Теперь пространство растянуто вдали и сжато вблизи. Погрешность интерпозиции увеличилась настолько, что из поля зрения исчезли предметы не только заднего плана, но и среднего.

Между тем пространственный облик сцены, возникающий при созерцании моста, должен содержать предметы и их интерпозицию, как на рис. 6, *a*, иметь глубину пространства, как на рис. 6, *b*, и размеры предметов, как на рис. 6, *c*, одновременно.

Заключение. Предложены линейная и нелинейная модели визуального пространства, возникающего в сознании человека при зрительном восприятии окружающего мира. Линейная модель соответствует монокулярному зрению, удовлетворяет законам проективной геометрии и психофизическому закону Эммерта. Нелинейная модель отражает свойства бинокулярного зрения. Теоретические зависимости изменения величины предметов как функции расстояния до предметов согласуются с известными экспериментальными данными. Перцептивное пространство конечно и ограничено расстоянием, соответствующим гиперфокальному расстоянию глаза. Поскольку перцептивное пространство трехмерно, любая проекция этого пространства на любую единственную двумерную поверхность, ортогональную главному лучу зрения, будет неизбежно ошибочна. От вида проекции, или варианта перспективы по Раушенбаху, будет меняться лишь распределение и величина ошибок по таким характерным свойствам предметов в изображении, как соотношение масштабов, глубина, интерпозиция и форма предметов. Достоверное изображение физического пространства возможно только путем его проекции на множество картинных поверхностей, распределенных по объему перцептивного пространства. Примером устройства отображения, созданного по такому принципу, может быть мультифокальный стереодисплей с множеством виртуальных сферических экранов [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалев А. М. Обувеличении предметов в перцептивном пространстве // Автометрия. 2002. 38, № 5. С. 86.
2. Luneburg R. K. The metric of binocular visual space // JOSA. 1950. 40. P. 627.
3. Раушенбах Б. В. Пространственные построения в живописи. Очерк основных методов. Приложения 1–9. М.: Наука, 1980.
4. Раушенбах Б. В. Системы перспективы в изобразительном искусстве. Общая теория перспективы. М.: Наука, 1986.
5. Грегори Р. Л. Разумный глаз. М.: УРСС, 2003.
6. Лобачевский Н. И. Геометрические исследования по теории параллельных линий. Сочинения по геометрии. М.–Л.: Изд-во техн.-теор. лит., 1946. Т. 1.
7. Пат. 2201610 РФ. Мультифокальный стереодисплей /А. М. Ковалев. Опубл. 27.03.2003, Бюл. № 9.

*Институт автоматизи и электрометрии СО РАН,
E-mail: kovalev@iae.nsk.su*

*Поступила в редакцию
8 августа 2003 г.*