

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 004.932 : 004.94

В. С. Киричук, В. П. Косых, Г. И. Перетягин

(Новосибирск)

**ПРЕЦИЗИОННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ
АБСОЛЮТНОЙ ОРИЕНТАЦИИ СПУТНИКОВОЙ КАМЕРЫ***

Предлагается и исследуется метод уточнения параметров абсолютной ориентации спутниковой камеры по серии космических снимков с общей точкой наведения. Метод основан на совместной обработке трехмерных координат контрольных (полигонных) объектов и проективных координат их изображений на последовательности кадров. Для прецизионного оценивания углов ориентации спутниковой камеры привлекается алгоритм сингулярного разложения определяемой матрицы данных. Исследована зависимость погрешности оценивания углов абсолютной ориентации от числа опорных объектов местности и уровня шума в проективных координатах изображений этих объектов. Прецизионное уточнение ориентации камеры дает возможность для достаточно точного и адекватного восстановления рельефа по последовательности сопряженных точек на снимках местности. Представлены характеристики погрешностей оценивания координат элементов местности, полученные в результате имитационного моделирования.

Введение. На Земле по стереоданным с космических аппаратов (КА), движущихся по эллиптической орбите, осуществляется определение географических координат объектов мониторинга. Точность привязки снимков к земным координатам (и точность стереоизмерений координат объектов) фактически задается погрешностью углового положения визирных осей комплекса аппаратуры наведения (КАН) относительно базовой системы координат.

Точность ориентации спутниковой камеры при дистанционной съемке определяется следующими факторами:

– ошибками фактического углового положения визирных осей КАН (на момент съемки) относительно выбранной базовой системы координат (такой базовой системой координат может быть принята, например, географическая система координат). Эти ошибки связаны с «уходами» угловой привязки

* Работа выполнена при поддержке Министерства науки и промышленности РФ (государственный контракт № 37.011.11.0014 от 1.02.2002 г.).

КАН и обусловлены механическими нагрузками КА во время старта и тепловыми деформациями панели оптических приборов во время орбитального полета;

– ошибками наведения визирных осей целевой аппаратуры на заданный район Земли (наведение осуществляется разворотом корпуса КА на заданные программные углы, а также разворотом внешнего зеркала наведения);

– допустимыми технологическими отклонениями приборной системы координат спутника.

Последний фактор определяется требованиями к значениям допусков при изготовлении и сборке космического аппарата. Выявление конкретных значений и характера названных ошибок (и более точная привязка стереоснимков) осуществляется уже в ходе летно-конструкторских испытаний КА по результатам координатной обработки изображений контрольных (полигонных) объектов на последовательности кадров. Уточнение геометрии съемки (ориентации спутниковой камеры) и привязка к географической системе координат в процессе наблюдений являются задачей исследования. Решение этой задачи сводится к определению параметров преобразования между двумя множествами трехмерных точек. Данная ситуация часто ассоциируется с проблемой трехмерного соответствия, и предложено несколько методов ее решения [1]. Если центры сопоставляемых множеств известны, то оцениваются лишь параметры вращения. В предлагаемой работе привлекается метод, названный У. Гренандером [2] оценкой Гильберта – Шмидта (ОГШ). На основе теоретического анализа определены характеристики точности полученной оценки. Результаты представлены в работе [3].

1. Алгоритм оценивания матрицы ориентации по опорным точкам сцены. Допустим, что имеется серия снимков одного участка земной поверхности для моментов времени t_1, t_2, \dots, t_K (далее обозначаемых индексами $1, 2, \dots, K$). Будем учитывать известные характеристики перемещения спутниковой камеры по орбите и предположение, что оптическая ось камеры направлена приблизительно в одну и ту же точку сцены. Точка прицеливания в географической системе координат \mathbf{M}_0 задается заранее при планировании съемки. В бортовой системе координат, когда оптическая ось камеры направлена вдоль оси Z , точка прицеливания, очевидно, имеет координаты $\mathbf{M}_k = (0, 0, d_k)^T$, где d_k – расстояние от спутниковой камеры до точки прицеливания в текущий момент времени t_k . Положение спутника (вектор трансляции \mathbf{t}_k) и предполагаемая ориентация оптической оси камеры (матрица поворота \mathbf{R}_k) измеряются спутниковой аппаратурой и должны удовлетворять геометрически очевидному соотношению

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{R}_k(\mathbf{M}_0 - \mathbf{t}_k). \quad (1)$$

Будем считать, что достаточно точно известны векторы координат текущего положения (на момент t_k) оптического центра камеры \mathbf{t}_k . Ориентация камеры в текущий момент времени (определяемая ортогональной матрицей $\mathbf{R}_k = (\mathbf{r}_{1k}, \mathbf{r}_{2k}, \mathbf{r}_{3k})^T$) характеризуется направляющими косинусами системы координат спутниковой камеры относительно географической системы координат. Кроме того, установлено поточечное соответствие между идентифицированными (опорными) точками сцены $\mathbf{M}_n = (X_n, Y_n, Z_n)^T$, $n = \overline{1, N}$, в географической системе координат и их координатами в плоскости фотоприемника $(\tilde{u}_n, \tilde{v}_n)$, $n = \overline{1, N}$, центрированными относительно главной точки

снимка. В этом случае координаты изображения точки в плоскости фотоприемника перспективной камеры представляются в виде [4]:

$$\tilde{u}_n = \frac{f r_1^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}{w r_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}, \quad \tilde{v}_n = \frac{f r_2^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}{h r_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}, \quad (2)$$

$$Z_n = r_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})$$

(w, h – расстояния между ячейками фотоприемника вдоль строк и столбцов соответственно; f – фокусное расстояние). Определив (для k -го момента съемки) вектор $\mathbf{m}_{nk} = (\tilde{u}_{nk} w/f, \tilde{v}_{nk} h/f, 1)^T = (x_{nk}, y_{nk}, 1)^T$, то же самое можно записать в однородных координатах:

$$\tilde{Z}_{nk} \mathbf{m}_{nk} = \mathbf{R}_k (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}_k). \quad (3)$$

Здесь учтено, что координаты $(\tilde{X}_{nk}, \tilde{Y}_{nk}, \tilde{Z}_{nk}) = \tilde{\mathbf{M}}_{nk}$ идентифицированных точек сцены (относительно текущей бортовой системы координат камеры) связаны с однородными координатами соответствующих им (сопряженных) точек k -го изображения $\mathbf{m}_{nk} = (x_{nk}, y_{nk}, 1)^T$ соотношениями $\tilde{\mathbf{M}}_{nk} = \tilde{Z}_{nk} \mathbf{m}_{nk}$.

Данные соотношения справедливы тогда и только тогда, когда векторы слева и справа в (3), приведенные к одному началу в бортовой системе координат, имеют одинаковую ориентацию и длину. Если ориентация камеры установлена с некоторой систематической погрешностью $\tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbf{Q} \mathbf{R}_k$ (\mathbf{Q} – ортогональная матрица), то необходимый поворот опорного вектора $(\mathbf{M}_n - \mathbf{t}_k)$ требует введения компенсации в виде

$$\tilde{Z}_{nk} \mathbf{m}_{nk} = \mathbf{Q}^T \tilde{\mathbf{R}}_k (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}_k). \quad (4)$$

Кроме элементов матрицы \mathbf{Q} здесь неизвестны также и расстояния \tilde{Z}_{nk} . Однако поскольку нас интересует лишь относительная ориентация векторов, то можно осуществить нормировку стандартным образом так, чтобы их длины были равны единице. Обозначим нормированный вектор $[\tilde{Z}_{nk} \mathbf{m}_{nk}]_{\text{norm}} = \mathbf{e}_{nk}$ и соответственно вектор $[\mathbf{R}_k (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}_k)]_{\text{norm}} = \mathbf{d}_{nk}$. Тогда, очевидно,

$$\mathbf{e}_{nk}^T = \mathbf{d}_{nk}^T \mathbf{Q}, \quad n = \overline{1, N}. \quad (5)$$

При фиксированном значении k выстраиваем из векторов строк $\mathbf{e}_n^T, \mathbf{d}_n^T$ для всех возможных значений n две матрицы \mathbf{E}, \mathbf{D} размера $N \times 3$, приводимые одна к другой матрицей \mathbf{Q} : $\mathbf{E} = \mathbf{D} \mathbf{Q}$. Возможность поворота матрицы \mathbf{D} в матрицу \mathbf{E} (ортогональная задача Прокруста [5]) устанавливается решением следующей задачи:

$$\text{Минимизировать } \|\mathbf{E} - \mathbf{D} \mathbf{Q}\|_F \text{ при условии } \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{I}_3. \quad (6)$$

Здесь в качестве матричной нормы использована норма Фробениуса

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{ij} |a_{ij}|^2}.$$

Заметим, что если матрица Q является ортогональной, то

$$\|E - DQ\|_F^2 = \text{trace}(E^T E) + \text{trace}(D^T D) - 2\text{trace}(Q^T D^T E).$$

Поэтому задача (6) эквивалентна задаче максимизации $\text{trace}(Q^T D^T E)$. Матрица Q может быть найдена вычислением сингулярного разложения (singular value decomposition (SVD) [5]) матрицы $D^T E$. Пусть искомая SVD-факторизация осуществлена и $C = D^T E = U\Sigma V^T$, где матрицы U, V ортогональные, а матрица Σ диагональная. Тогда ортогональный полярный множитель матрицы $D^T E$ (ОГШ [2]) определяется соотношением

$$\hat{Q} = UV^T. \quad (7)$$

Оценка Гильберта – Шмидта здесь является минимизатором среднеквадратичной ошибки оценивания, ограниченной специальной ортогональной группой $SO(3)$ (минимизирует $\|E - DQ\|_F$ на множестве всех (3×3) ортогональных матриц). В работе [2] было показано, что ожидаемая ошибка соответствующей ОГШ достигает возможной нижней границы, названной границей Гильберта – Шмидта (по аналогии с известной границей Рао – Крамера).

Исходя из постановки задачи и примененной нормировки векторов, нетрудно заметить, что

$$\|E - D\hat{Q}\|_F^2 = 2 \left(N - \sum_{n=1}^N \cos \delta_n \right) \approx \sum_{n=1}^N \delta_n^2,$$

так как $\cos \delta_n \approx 1 - \delta_n^2/2$. Здесь δ_n – остаточные некомпенсированные углы между векторами $e_n^T, d_n^T \hat{Q}$, обусловленные стохастической компонентой ошибок в исходных данных. Следовательно, граница Гильберта – Шмидта дает следующую оценку среднеквадратичного отклонения (СКО) случайной (некомпенсированной) компоненты ориентации отмеченных пар векторов:

$$\hat{\sigma}_c = \sqrt{\frac{\|E - D\hat{Q}\|_F^2}{N}}. \quad (8)$$

2. Точность оценивания матрицы ориентации в условиях дальней съемки камерой с малым углом зрения. Предложенный выше алгоритм не позволяет непосредственно теоретически определить точностные характеристики оценок параметров ориентации. Поэтому рассмотрим несколько видоизмененную (но по существу эквивалентную) схему оценивания матрицы ориентации. Предположим также, что опорные точки идентифицированы на

изображении, сформированном камерой, и их координаты \tilde{u}_n и \tilde{v}_n в плоскости фотоприемника определяются с ошибками ξ_n и η_n . В случае, когда ошибки подчиняются нормальному закону распределения с нулевыми средними и ковариационной матрицей \mathbf{K} , согласно методу максимального правдоподобия для оценивания матрицы ориентации \mathbf{R} необходимо минимизировать по элементам матрицы функционал

$$J = \mathbf{e}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{e},$$

$$\mathbf{e} = \left(\tilde{u}_1 - \frac{fr_1^T (\mathbf{M}_1 - \mathbf{t})}{wr_3^T (\mathbf{M}_1 - \mathbf{t})}, \tilde{v}_1 - \frac{fr_2^T (\mathbf{M}_1 - \mathbf{t})}{hr_3^T (\mathbf{M}_1 - \mathbf{t})}, \dots \right. \quad (9)$$

$$\left. \dots, \tilde{u}_N - \frac{fr_1^T (\mathbf{M}_N - \mathbf{t})}{wr_3^T (\mathbf{M}_N - \mathbf{t})}, \tilde{v}_N - \frac{fr_2^T (\mathbf{M}_N - \mathbf{t})}{hr_3^T (\mathbf{M}_N - \mathbf{t})} \right)^T,$$

с учетом условий ортонормированности матрицы \mathbf{R} :

$$\mathbf{r}_k^T \mathbf{r}_j = \begin{cases} 1, & k = j; \\ 0, & k \neq j, \end{cases} \quad k, j = \overline{1, 3}.$$

Итерационную процедуру минимизации функционала (9) построим следующим образом. Пусть \mathbf{R}_j – j -е приближение матрицы \mathbf{R} . Представим \mathbf{R} в виде $\mathbf{R} = \mathbf{Q}_e \mathbf{R}_j$, где \mathbf{Q}_e – ортонормированная матрица последовательных поворотов вокруг осей координат:

$$\mathbf{Q}_e = \mathbf{A}_z \mathbf{A}_y \mathbf{A}_x, \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} \cos \omega_z & -\sin \omega_z & 0 \\ \sin \omega_z & \cos \omega_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} \cos \omega_y & 0 & \sin \omega_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \omega_y & 0 & \cos \omega_y \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_x & -\sin \omega_x \\ 0 & \sin \omega_x & \cos \omega_x \end{bmatrix}.$$

Когда углы ω_x , ω_y и ω_z малы, матрицу \mathbf{Q}_e приближенно можно представить как

$$\mathbf{Q}_e \approx \mathbf{I} + \mathbf{W}, \quad \text{где } \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Обозначим вектор координат n -й опорной точки в стандартной системе координат камеры с матрицей ориентации \mathbf{R}_j как

$$(\tilde{X}_n, \tilde{Y}_n, \tilde{Z}_n)^T = \mathbf{R}_j (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}). \quad (11)$$

С учетом малости углов ω компоненты вектора \mathbf{e} приближенно можно представить в виде

$$e_{2n-1} \approx \tilde{u}_n - \frac{f}{w} \frac{\tilde{X}_n}{\tilde{Z}_n} - \frac{f}{w} \left(\omega_y - \omega_z \frac{\tilde{Y}_n}{\tilde{Z}_n} \right),$$

$$e_{2n} \approx \tilde{v}_n - \frac{f}{h} \frac{\tilde{Y}_n}{\tilde{Z}_n} - \frac{f}{h} \left(-\omega_x + \omega_z \frac{\tilde{X}_n}{\tilde{Z}_n} \right),$$

или в векторно-матричном представлении:

$$\mathbf{e} = \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{u}_1 - \frac{f}{w} \frac{\tilde{X}_1}{\tilde{Z}_1} \\ \tilde{v}_1 - \frac{f}{h} \frac{\tilde{Y}_1}{\tilde{Z}_1} \\ \vdots \\ \tilde{u}_N - \frac{f}{w} \frac{\tilde{X}_N}{\tilde{Z}_N} \\ \tilde{v}_N - \frac{f}{h} \frac{\tilde{Y}_N}{\tilde{Z}_N} \end{pmatrix}}_{\mathbf{b}} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{f}{w} & -\frac{f}{w} \frac{\tilde{Y}_1}{\tilde{Z}_1} \\ -\frac{f}{h} & 0 & \frac{f}{h} \frac{\tilde{X}_1}{\tilde{Z}_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \frac{f}{w} & -\frac{f}{w} \frac{\tilde{Y}_N}{\tilde{Z}_N} \\ -\frac{f}{h} & 0 & \frac{f}{h} \frac{\tilde{X}_N}{\tilde{Z}_N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \underbrace{\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}}_{\mathbf{w}} = \mathbf{b} - \mathbf{P}\mathbf{w}. \quad (12)$$

Таким образом, на i -м шаге итераций задача сводится к безусловной минимизации по \mathbf{w} квадратичного функционала вида

$$J = (\mathbf{b} - \mathbf{P}\mathbf{w})^T \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{b} - \mathbf{P}\mathbf{w}).$$

Оценка $\hat{\mathbf{w}}$, доставляющая минимум функционалу J , имеет вид

$$\hat{\mathbf{w}} = (\mathbf{P}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{b}. \quad (13)$$

В качестве $i+1$ -го приближения матрицы ориентации берется матрица

$$\mathbf{R}_{i+1} = \hat{\mathbf{A}}_z \hat{\mathbf{A}}_y \hat{\mathbf{A}}_x \mathbf{R}_i, \quad (14)$$

где аргументами в матрицах \mathbf{A} служат компоненты вектора $\hat{\mathbf{w}}$. Этим автоматически достигается ортонормированность матрицы \mathbf{R}_{i+1} .

Точность оценивания матрицы ориентации \mathbf{R} определяется ковариационной матрицей $\mathbf{K}_w = (\mathbf{P}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{P})^{-1}$ оценок $\hat{\mathbf{w}}$ вблизи минимума функционала. (Заметим, что значения компонент матрицы \mathbf{P} и вектора \mathbf{b} согласно (14) зависят от номера итерации.)

Предположим, что ошибки ξ_n и η_n некоррелированы и имеют одинаковые дисперсии $\sigma_\xi^2 = \sigma_\eta^2 = \sigma^2$. Тогда $\mathbf{K} = \sigma^2 \mathbf{I}$ и

$$\mathbf{K}_w = \sigma^2 (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} = \frac{\sigma^2}{f^2} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{N}{h^2} & 0 & -\frac{1}{h^2} \sum_n \frac{\hat{\mathbf{r}}_1^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}{\hat{\mathbf{r}}_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})} \\ 0 & \frac{N}{w^2} & -\frac{1}{w^2} \sum_n \frac{\hat{\mathbf{r}}_2^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}{\hat{\mathbf{r}}_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})} \\ -\frac{1}{h^2} \sum_n \frac{\hat{\mathbf{r}}_1^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}{\hat{\mathbf{r}}_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})} & -\frac{1}{w^2} \sum_n \frac{\hat{\mathbf{r}}_2^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}{\hat{\mathbf{r}}_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})} & \sum_n \frac{\left[\frac{\hat{\mathbf{r}}_1^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}{h} \right]^2 + \left[\frac{\hat{\mathbf{r}}_2^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})}{w} \right]^2}{[\hat{\mathbf{r}}_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})]^2} \end{bmatrix}^{-1}$$

(здесь $\hat{\mathbf{r}}_k^T$ – k -я строка матрицы ориентации $\hat{\mathbf{R}}$ вблизи минимума функционала J).

Рассмотрим более подробно ситуацию дальней съемки, когда расстояние от камеры до сцены значительно превышает размеры сцены. Предположим, что векторы опорных точек распределены в трехмерном пространстве случайно с математическим ожиданием $\bar{\mathbf{M}}$ (центр сцены) и ковариационной матрицей \mathbf{K}_M , а оптическая ось камеры направлена (что вполне естественно) примерно в центр сцены. В этом случае справедливы следующие приближения:

$$\sum_n \mathbf{r}_1^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}) \approx \sum_n \mathbf{r}_2^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}) \approx 0;$$

$$\sum_n [\mathbf{r}_k^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t})]^2 \approx N \mathbf{r}_k^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_k$$

(так как

$$\sum_n \mathbf{r}_k^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}) = \sum_n \mathbf{r}_k^T (\mathbf{M}_n - \bar{\mathbf{M}} + \bar{\mathbf{M}} - \mathbf{t}) = \sum_n \mathbf{r}_k^T (\mathbf{M}_n - \bar{\mathbf{M}}) + N \mathbf{r}_k^T (\bar{\mathbf{M}} - \mathbf{t}),$$

$\bar{\mathbf{M}} - \mathbf{t}$ – вектор, коллинеарный оптической оси камеры и ортогональный \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 , а $\sum_n (\mathbf{M}_n - \bar{\mathbf{M}}) = 0$ по определению $\bar{\mathbf{M}}$).

При дальней съемке $\mathbf{r}_3^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}) \approx -d$, где d – расстояние от камеры до центра сцены. Кроме того, если ячейки фотоприемника квадратные, справедливо приближение $w = h = f\gamma$, где γ – угловой размер ячейки. Тогда ковариационная матрица оценок углов ориентации камеры приводится к виду

$$\mathbf{K}_w = \frac{\sigma^2 \gamma^2}{N} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d^2}{\mathbf{r}_1^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_2} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Пусть ковариационная матрица опорных точек в глобальной системе координат имеет вид

$$\mathbf{K}_M = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix}.$$

Нетрудно показать, что в силу ортонормированности матрицы \mathbf{R} справедливо соотношение

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_2 &= \\ &= \mathbf{r}_1^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_3^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_3 = \text{trace}(\mathbf{K}_M) - \mathbf{r}_3^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_3. \end{aligned}$$

Вектор \mathbf{r}_3 , определяющий направление оптической оси камеры, представим в виде

$$\mathbf{r}_3 = (\cos \alpha \cdot \sin \delta, \sin \alpha \cdot \sin \delta, \cos \delta)^T,$$

где α – угол между проекцией \mathbf{r}_3 на плоскость OXY и осью OX глобальной системы координат, а δ – угол между \mathbf{r}_3 и осью OZ . Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_2 &= \\ &= \sigma_x^2 (1 - \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \delta) + \sigma_y^2 (1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \delta) + \sigma_z^2 \sin^2 \delta \end{aligned}$$

или при условии, что разброс опорных точек вдоль направлений OX и OY одинаков (т. е. $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_r^2$),

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_2 = 2\sigma_r^2 + (\sigma_z^2 - \sigma_r^2) \sin^2 \delta.$$

Полагая, что поверхность, на которой лежат опорные точки, почти плоская, т. е. $\sigma_z^2 \ll \sigma_r^2$, получим

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2^T \mathbf{K}_M \mathbf{r}_2 \approx \sigma_r^2 (2 - \sin^2 \delta).$$

При этих допущениях ковариационная матрица оценок углов ориентации камеры приобретает вид

$$\mathbf{K}_w = \frac{\sigma^2 \gamma^2}{N} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d^2}{\sigma_r^2 (2 - \sin^2 \delta)} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Таким образом, при дальней съемке точность оценок углов наклона оптической оси камеры зависит только от количества опорных точек, а точность оценки угла поворота камеры вокруг оптической оси (угла курса) – еще и от углового размера σ_r/d наблюдаемого участка местности, содержащего опорные точки. Вследствие этого при дальней съемке курсовой угол оценивается значительно хуже, чем угол наклона оптической оси.

3. Имитационное моделирование. Альтернативным методом оценивания точности является метод имитационного моделирования. В нем изначально задаются координаты опорных точек сцены $\mathbf{M}_n = (X_n, Y_n, Z_n)$, $n = 1, N$, векторы трансляции и матрицы поворотов последовательного положения камеры и по формулам (2) осуществляется вычисление координат сопряженных точек (проекций исходных данных (u_{kn}, v_{kn})). Затем добавляется шум к вычисленным проективным координатам и наблюдается флуктуация полученных оценок параметров ориентации (7) вокруг начального значения.

Для моделирования систематических ошибок наведения (отклонения оптической оси камеры от точного положения) задавались соответствующие им углы крена, тангажа и курса $\mathbf{w}_k = (\omega_{kX}, \omega_{kY}, \omega_{kZ})^T$ повернутой камеры. Привлечением соотношения (10) вычислялись элементы матрицы \mathbf{Q}_k и осуществлялась переориентация текущей геометрической модели камеры в виде $\mathbf{Q}_k \mathbf{R}_k (\mathbf{M}_n - \mathbf{t}_k)$. Поскольку уровень шума в проективных координатах известен (СКО порядка 0,3–0,6 размера пиксела), то генерировались случайные гауссовы переменные с соответствующим рассеянием и добавлялись независимо к вычисленным положениям точек (u_{kn}, v_{kn}) . Далее в соответствии с алгоритмом вычислялись элементы матрицы $\hat{\mathbf{Q}}_k$, а также оценки заданных углов крена, тангажа и курса (рыскания) $\hat{\mathbf{w}}_k = (\hat{\omega}_{kX}, \hat{\omega}_{kY}, \hat{\omega}_{kZ})^T$ для каждой текущей модели ориентации камеры (на основе использованного ранее приближения $\mathbf{Q}_k \approx \mathbf{I} + \mathbf{W}_k$).

Кроме того, исправленные элементы матрицы вращения $\hat{\mathbf{R}}_k = \hat{\mathbf{Q}}_k^T \tilde{\mathbf{R}}_k = \hat{\mathbf{Q}}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{R}_k$ использовались в алгоритме оценивания координат элементов рельефа, соответствующих зашумленным проективным координатам опорных точек сцены (см. (5)–(7) в [4]). Это позволило также вычислить погреш-

ность восстановления рельефа посредством сравнения координат опорных точек с их МНК-оценками.

Точность оценивания параметров ориентации определялась ковариационной матрицей \mathbf{K}_W оценок углов крена, тангажа и курса $\hat{\mathbf{w}}_k = (\hat{\omega}_{kX}, \hat{\omega}_{kY}, \hat{\omega}_{kZ})^T$, вычисляемых по элементам $\hat{\mathbf{Q}}$:

$$\mathbf{K}_W = \frac{\sum_{k=1}^K (\hat{\mathbf{w}}_k - \bar{\mathbf{w}})(\hat{\mathbf{w}}_k - \bar{\mathbf{w}})^T}{K-1}, \quad (17)$$

где K – число снимков в последовательности и $\bar{\mathbf{w}}$ – среднее значение векторов оценок углов по всем снимкам. Ковариационная матрица задает доверительный эллипсоид, при помощи которого строится критерий проверки гипотезы $H: \omega_X = \omega_Y = \omega_Z = 0$. Именно гипотеза H отвергается в том и только в том случае, если доверительный эллипсоид не накрывает точку $(\omega_X, \omega_Y, \omega_Z) = (0, 0, 0)$, т. е. мы отбрасываем гипотезу H тогда и только тогда, когда

$$\hat{\mathbf{w}}^T \mathbf{K}_W^{-1} \hat{\mathbf{w}} \geq F_{\alpha; 3, K-3}. \quad (18)$$

Здесь $F_{\alpha; \nu, \gamma}$ – верхний α -предел фишеровской переменной с (ν, γ) степенями свободы.

В процессе обработки всей последовательности данных вычислялись элементы ковариационной матрицы оценок углов ориентации и СКО восстановленных элементов рельефа. Варьированием числа опорных точек модели съемки и уровня шума можно достаточно досконально исследовать статистические свойства и точностные характеристики получаемых оценок.

Перейдем к рассмотрению соответствующих результатов имитационных экспериментов. Например, осуществлялась проверка точности оценивания ориентации при повороте камеры вокруг каждой из выделенных осей орбитальной системы координат одновременно. Исходные (моделируемые) данные: СКО шума в проективных координатах $\sigma_\xi = 0,6$ дискрета, число опорных точек $N = 25$. Ошибки ориентации камеры (в радианах): угол крена $\omega_X = 0,014539$; угол тангажа $\omega_Y = 0,0143292$; угол курса $\omega_Z = 0,014539$. Матрица вращения

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0,999792 & -0,0143292 & 0,014537 \\ 0,014537 & 0,999792 & -0,0143287 \\ -0,0143287 & 0,014537 & 0,999792 \end{bmatrix}.$$

Оценка матрицы вращения

$$\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} 0,999791 & -0,0143992 & 0,0145368 \\ 0,0146075 & 0,999791 & -0,0143313 \\ -0,0143274 & 0,0145407 & 0,999792 \end{bmatrix}.$$

Оценки углов ориентации: угол крена $\hat{\omega}_X = 0,0145427$; угол тангажа $\hat{\omega}_Y = 0,0143279$; угол курса $\hat{\omega}_Z = 0,0146092$.

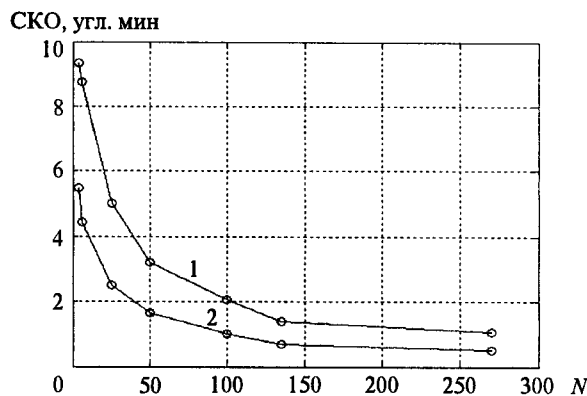


Рис. 1. Среднеквадратичные отклонения ошибок оценивания угла курса (в угловых минутах) в зависимости от числа опорных точек ($N = 4-270$ точек): СКО шума 0,6 дискрета (кривая 1); СКО шума 0,3 дискрета (кривая 2)

Оценка ковариационной матрицы

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 6,5e-10 & -3,9e-10 & 3,4e-8 \\ -3,9e-10 & 4,6e-10 & -2,7e-8 \\ 3,4e-8 & -2,7e-8 & 2,3e-6 \end{bmatrix}.$$

СКО оценок углов крена, тангажа и курса: $\hat{\sigma}_{\omega_x} = 0,00002547$; $\hat{\sigma}_{\omega_y} = 0,00002152$; $\hat{\sigma}_{\omega_z} = 0,00152888$ соответственно. Значение фишеровской переменной $(\hat{\mathbf{w}} - \mathbf{w})^T \mathbf{K}_w^{-1} (\hat{\mathbf{w}} - \mathbf{w}) = 0,031$. Это говорит о том, что оценки углов несмещенные и не выходят за доверительные интервалы (верхний α -предел $F_{0,05; 3, 60} = 2,76$ при $\alpha = 0,05$). Видно, что результаты имитационного моделирования полностью соответствуют теоретическим предпосылкам (16): погрешность оценивания угла курса (рыскания) практически на два порядка выше погрешности оценивания углов крена и тангажа.

Для полноты картины на рис. 1 показано поведение СКО угла курса в зависимости от числа опорных точек N при двух различных уровнях помех в проективных координатах. Отметим, что даже в неблагоприятном варианте (СКО шума 0,6 дискрета, число опорных точек $N = 25$) среднеквадратическая ошибка оценивания угла курса (поворота вокруг визирной оси КАН) не превышает 7 угл. мин, что оказалось вполне достаточным для восстановления рельефа местности и координат объектов. В разд. 4 приведены результаты моделирования для соответствующей ситуации.

Наконец в табл. 1 представлены значения среднеквадратичных отклонений оцениваемых углов при минимальном числе опорных точек $N = 4$, а также при $N = 100$. Величины СКО даны в угловых секундах.

4. Влияние нескомпенсированных ошибок наведения на погрешность определения координат объектов сцены. Разность между зафиксированными (моделируемыми) значениями координат опорных точек (X_n, Y_n, Z_n) и их оценками $(\hat{X}_n, \hat{Y}_n, \hat{Z}_n)$ использовалась для вычисления СКО восстановления и, следовательно, определения потенциальной точности оценки координат объектов сцены. Полученные значения СКО ошибок (в

Таблица 1

N	σ_{ξ}	$\hat{\sigma}_{\omega_x}$	$\hat{\sigma}_{\omega_y}$	$\hat{\sigma}_{\omega_z}$
4	0,3	2,64	3,36	680
4	0,6	5,51	7,32	1345
100	0,3	0,56	0,70	57,78
100	0,6	1,51	1,49	124,4

Таблица 2

N	σ_{ξ}	$\hat{\sigma}_X (m)$	$\hat{\sigma}_Y (m)$	$\hat{\sigma}_Z (m)$
4	0,3	28,07	39,76	41,21
4	0,6	32,18	46,90	54,75
100	0,3	27,98	39,62	41,12
100	0,6	32,0	46,61	54,62

метрах) в зависимости от уровня шума в проективных координатах и числа опорных точек N представлены в табл. 2.

Экспериментальные результаты показывают, что точность восстановления 3D-координат рельефа слабо зависит от числа опорных точек N , использованных для уточнения геометрии съемки. Это говорит о том, что ошибки при оценивании углов ориентации достаточно малы и точность восстанавливаемых координат рельефа в основном определяется уровнем шума в проективных координатах (u_n, v_n) и числом обрабатываемой последовательности снимков. На рис. 2 показано поведение среднеквадратичного отклонения ошибок оценки высот рельефа в зависимости от числа снимков, вовлеченных в уравнения оценивания.

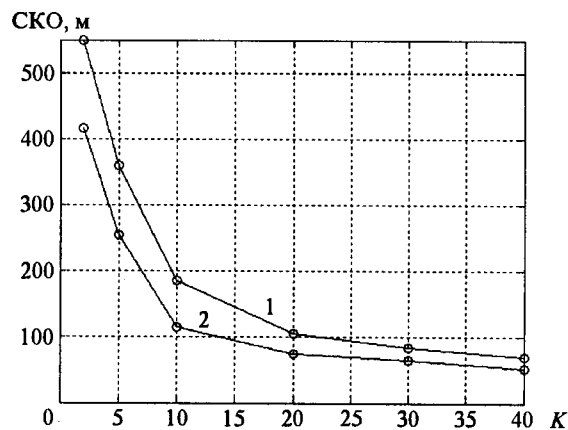


Рис. 2. Зависимость СКО ошибок оценивания высот рельефа (в метрах) от числа снимков K : уровень шума $\sigma_{\xi} = 0,6$ дискрета (кривая 1), $\sigma_{\xi} = 0,3$ дискрета (кривая 2)

Заключение. Разработан алгоритм прецизионного уточнения параметров матрицы ориентации камеры (на основе метода опорных точек) и изучены его точностные характеристики. Аналитически и экспериментально установлено, что суммарная предельная ошибка ориентации осей камеры (3σ) определяется в основном ошибкой оценивания угла курса (рыскания) и для стандартных условий съемки не превышает 7 угл. мин. Результаты имитационного моделирования показывают также, что точность восстановления 3D-координат рельефа слабо зависит от числа опорных точек, привлеченных для оценивания геометрии съемки. Данная точность определяется в основном уровнем шума в проективных координатах изображений элементов рельефа и числом снимков, использованных для его восстановления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lorusso A., Eggert D. W., Fisher R. B. A comparison of four algorithms for estimating 3-D rigid transformations // British Machine Vision Conf. Birmingham, England, 1995. P. 237.
2. Grenander U., Miller M. I., Srivastava A. Hilbert – Schmidt lower bounds for estimations on matrix Lie group for ATR // IEEE Trans. on Pattern Recogn. and Machine Intelligence. 1998. 20, N 8. P. 790.
3. Kirichuk V. S., Kosykh V. P., Peretyagin G. I. Investigation of the earth's surface reconstruction accuracy from the sequence of space images // Proc. of the IASTED Intern. Conf. "Automation, Control, and Information Technology". Calgary: ACTA Press, 2002. P. 409.
4. Киричук В. С., Косых В. П., Перетягин Г. И., Попов С. А. Использование серии космических снимков с общей точкой наведения для оценивания рельефа местности // Автометрия. 2002. № 1. С. 3.
5. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999.

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,
E-mail: peretjag@iae.nsk.su*

*Поступила в редакцию
21 июля 2003 г.*