

Л. А. Чеснокова

(Новосибирск)

### ШИРИНА СПЕКТРАЛЬНОГО РАБОЧЕГО ДИАПАЗОНА МНОГОСЛОЙНОГО БРЮСТЕРОВСКОГО ПОЛЯРИЗАТОРА

Получено аналитическое решение задачи спектральной ширины рабочего диапазона поляризатора, использующего многослойное интерференционное брюстеровское покрытие. Рассмотрена последовательность чередующихся поверхностей с коэффициентами преломления  $n_0$  и  $n_1$ . Показано, что ширина спектрального рабочего диапазона поляризатора в этом случае определяется только отношением показателей преломления материалов  $n_1/n_0$ .

Многослойные поляризующие интерференционные покрытия широко используются в качестве поляризаторов мощного когерентного лазерного излучения. Обычно конструктивное исполнение поляризатора имеет вид так называемого «поляризующего куба», который состоит из двух прямоугольных стеклянных призм, склеенных вместе диагональными гранями (рис. 1). Перед склеиванием на диагональную грань одной из призм наносится много-

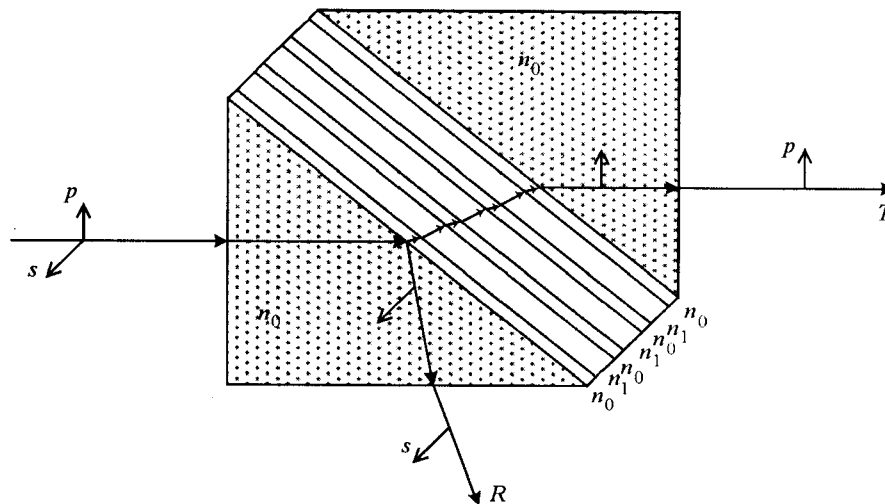


Рис. 1

слоиное отражающее покрытие из чередующихся материалов с большим и малым показателями преломления. Параметры призм подобраны таким образом, чтобы луч света, вошедший в поляризующий куб, преодолевал границы между слоями многослойного покрытия под углом Брюстера.

В результате *p*-поляризованная компонента излучения проходит через многослойное покрытие без потерь, а *s*-поляризованная компонента отражается от многослойного интерференционного покрытия и выходит через боковую грань поляризующего куба. Преимуществами такого типа поляризаторов являются большой коэффициент пропускания желательной поляризации, высокая лучевая стойкость и высокая степень поляризации. Недостатками являются малый диапазон углов падения, для которых степень поляризации велика, и узкий спектральный диапазон.

При проектировании поляризатора возникает задача выбора материала и толщин слоев для многослойного отражающего покрытия. Численный расчет спектральных характеристик такого поляризатора для заданного числа слоев при наличии соответствующего программного обеспечения не составляет проблем [1]. На рис. 2 приведены расчетные спектральные кривые коэффициента пропускания *p*- и *s*-поляризации для поляризатора, у которого интерференционное покрытие содержит три, пять, семь и девять слоев. Рассчитывался поляризатор из стекла К8, интерференционное покрытие представляло собой чередующиеся слои ZnS и MgF<sub>2</sub>, толщины слоев соответствовали  $\lambda/4$  для длины волны 550 нм.

Из рисунка видно, что по мере увеличения числа слоев спектр пропускания поляризатора становится все более «прямоугольным». При дальнейшем увеличении числа слоев «прямоугольность» становится еще более ярко выраженной. Другими словами, используя рассмотренные конкретные материалы, можно спроектировать поляризатор, эффективно работающий в диапазоне длин волн от  $\lambda_{\min}$  до  $\lambda_{\max}$ , причем отношение  $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \approx 2$ .

В процессе проектирования поляризатора значительную ценность при выборе параметров может представлять аналитическое решение задачи

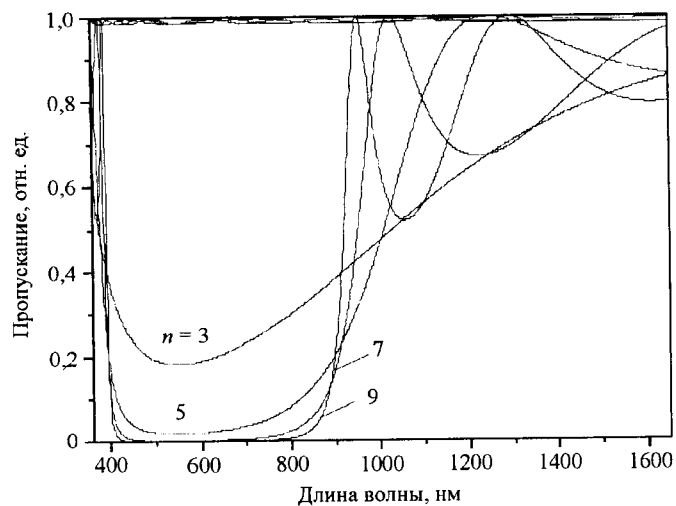


Рис. 2

определения зависимости ширины спектрального диапазона эффективной поляризации прибора от параметров многослойной структуры.

Задача формулируется следующим образом. Имеется периодическая последовательность очень большого (будем считать бесконечного) количества плоских слоев, состоящих из материалов с коэффициентами преломления  $n_0$  и  $n_1$ .

Необходимо определить параметры интервала длин волн  $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ , внутри которого коэффициент пропускания рассмотренной структуры равен нулю.

На рис. 3 стрелками обозначены условные направления прямой и обратной волн в слоях. Нумерация слоев начинается с нуля. Свет на рисунке падает на структуру слева. Первым идет слой с коэффициентом преломления  $n_0$ , считается, что  $n_0 < n_1$ . Амплитуды волн в первом слое обозначим  $E_0$  и  $E_{-0}$ , во втором  $E_1$  и  $E_{-1}$ , в третьем  $E_2$  и  $E_{-2}$  и т. д. Толщины слоев соотносятся так, что фазовые сдвиги  $\Phi$ , возникающие при прохождении любого слоя, одинаковы. Величина  $\Phi$  выражается через толщину слоя  $d_i$ , показатель преломления  $n_i$  и угол падения луча  $\theta_i$  следующим образом:

$$\Phi = 2\pi n_i d_i \cos \theta_i / \lambda.$$

Требуется получить формулы для интервала длин волн  $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ , внутри которого коэффициент пропускания рассмотренной структуры равен нулю.

Рассмотрим границу между слоями  $i$  и  $i+1$ . В правом направлении на поверхность этих слоев падает волна с амплитудой  $E_i$ , частично отражаясь от поверхности и частично преломляясь. Отраженная волна дает вклад в  $E_{-i}$ , преломленная дает вклад в  $E_{i+1}$ . В левом направлении на эту поверхность падает волна с амплитудой  $E_{-(i+1)}$ . Частично отразившись, она дает вклад в  $E_{i+1}$ , а после преломления дает вклад в волну  $E_{-i}$ . Используя эти представления, для границы между слоями  $i$  и  $i+1$  получаем два равенства:

$$\begin{aligned} E_{-i} &= E_{-(i+1)} e^{-i\Phi} T_i^- + E_i R_i^+, \\ E_{i+1} &= E_i e^{i\Phi} T_i^+ + E_{-(i+1)} R_i^-, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $R_i$  и  $T_i$  – комплексные амплитуды коэффициентов отражения и пропускания границы между слоями  $i$  и  $i+1$  соответственно. Верхний знак «+» или «-» показывает направление волны; множитель  $e^{i\Phi}$  или  $e^{-i\Phi}$  учитывает изменение фазы волны при проходе одного слоя.

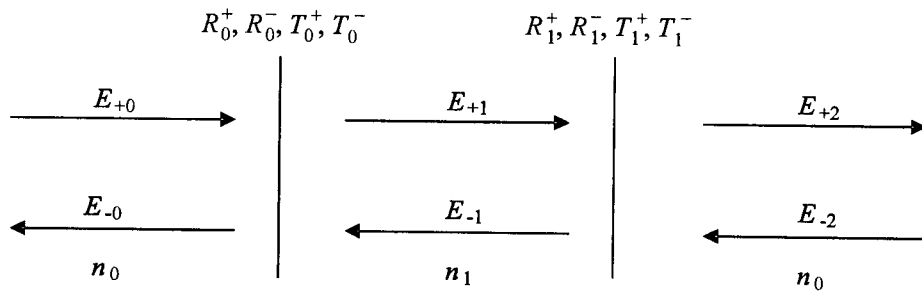


Рис. 3

При решении задачи будем использовать подход, аналогичный подходу к решению задачи нахождения энергетической зоны для уровней энергии электронов в периодическом потенциале [2], а именно в бесконечной периодической структуре будем искать решение, которое остается подобным самому себе при сдвиге на один период, т. е. амплитуды полей при сдвиге на один период умножаются на некоторый общий множитель  $Z$ . Получаем следующее условие самоподобия:

$$E_2 = E_0 Z, \quad E_{-2} = E_{-0} Z, \quad (2)$$

где множитель  $Z$  – комплексная величина. Характер решения существенно зависит от этой величины. Если  $|Z| < 1$ , то найденное решение описывает структуру поля по экспоненциальному затухающему закону продвижения света внутрь многослойного покрытия. Поскольку число слоев велико, то такое решение соответствует нулевому коэффициенту пропускания.

Запишем теперь уравнения для  $E_0, E_{-0}, E_1, E_{-1}$ . Уравнения (1) с учетом условия самоподобия (2) переходят в

$$E_{-0} = E_{-1} T_0^- e^{-i\Phi} + E_0 R_0^+, \quad (3)$$

$$E_1 = E_0 T_0^+ e^{i\Phi} + E_{-1} R_0^-, \quad (4)$$

$$E_{-1} = E_{-0} Z e^{-i\Phi} T_1^- + E_1 R_1^+, \quad (5)$$

$$E_0 Z = E_1 e^{i\Phi} T_1^+ + E_{-0} Z R_1^-. \quad (6)$$

Подставив (3) и (4) в уравнения (5) и (6), исключаем неизвестные  $E_{-0}$  и  $E_1$ . Для оставшихся двух неизвестных  $E_0$  и  $E_{-1}$  получаем систему линейных уравнений

$$\begin{bmatrix} Z T_1^- T_0^- + R_1^+ R_0^- - e^{-2i\Phi} & Z R_0^+ T_1^- + T_0^+ R_0^+ \\ Z R_1^- T_0^- + T_1^+ R_0^- & Z R_1^- R_0^+ + T_1^+ T_0^+ - Z e^{-2i\Phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0 \\ E_{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

которую можно упростить, подставив конкретные значения коэффициентов  $T$  и  $R$ , соответствующие прохождению света под углом Брюстера. Для угла Брюстера в  $p$ -поляризации  $T = 1$  и  $R = 0$ . Для угла Брюстера в  $s$ -поляризации, используя формулы Френеля, получим следующие выражения для коэффициентов  $T$  и  $R$ :

$$\begin{aligned} T_0^+ = T_1^- &= \frac{2n_0^2}{n_0^2 + n_1^2}; & R_0^+ = R_1^- &= \frac{n_0^2 - n_1^2}{n_0^2 + n_1^2}; \\ T_0^- = T_1^+ &= \frac{2n_1^2}{n_0^2 + n_1^2}; & R_0^- = R_1^+ &= \frac{n_1^2 - n_0^2}{n_0^2 + n_1^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставив эти выражения в (7), имеем

$$\begin{bmatrix} Z \frac{4n_0^2 n_1^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2} + \frac{(n_1^2 - n_0^2)^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2} - e^{-2i\Phi} & Z \frac{2n_0^2 (n_0^2 - n_1^2)^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2} + \frac{2n_0^2 (n_1^2 - n_0^2)^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2} \\ Z \frac{2n_1^2 (n_0^2 - n_1^2)^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2} + \frac{2n_1^2 (n_1^2 - n_0^2)^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2} & Z \frac{(n_0^2 - n_1^2)^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2} + \frac{4n_0^2 n_1^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2} - Ze^{-2i\Phi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_0 \\ E_{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Если взамен двух показателей преломления  $n_1$  и  $n_0$  ввести новый параметр  $\chi = (n_1/n_0)^2$ , то систему уравнений можно переписать в виде

$$\begin{bmatrix} Z4\chi + (\chi - 1)^2 - e^{-2i\Phi}(\chi + 1)^2 & Z2(\chi - 1) + 2(\chi - 1) \\ -Z2\chi(\chi - 1) + 2\chi(\chi - 1) & Z(\chi - 1)^2 + 4\chi - Ze^{-2i\Phi}(\chi + 1)^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_0 \\ E_{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Условие существования решения системы уравнений (10) (равенство нулю определителя системы уравнений) приводит к следующему уравнению:

$$Z^2 + Z \frac{(\chi - 1)^2 - (\chi + 1)^2 \cos 2\Phi}{2\chi} + 1 = 0. \quad (11)$$

Длина волны в (11) выражается с учетом величины фазового сдвига  $\Phi$ . Значения комплексного параметра  $Z$  находятся как корни квадратного уравнения (11). Если окажется, что для заданной длины волны хотя бы один из корней будет по модулю меньше 1, то существует решение, затухающее внутри многослойной структуры, или равенство нулю коэффициента пропускания.

Таким образом, решение задачи существования затухающего решения сводится к исследованию корней квадратного уравнения (11).

Анализ корней уравнения показывает, что затухающее решение может существовать лишь при вещественных корнях, т. е.

$$\left[ \frac{(\chi - 1)^2 - (\chi + 1)^2 \cos 2\Phi}{2\chi} \right]^2 > 4.$$

Последнее неравенство эквивалентно

$$\frac{(\chi - 1)^2 - (\chi + 1)^2 \cos 2\Phi}{2\chi} > 2 \quad \text{или} \quad \frac{(\chi - 1)^2 - (\chi + 1)^2 \cos 2\Phi}{2\chi} < -2.$$

Из первого условия после преобразований получаем

$$\cos 2\Phi < \frac{(\chi - 1)^2 - 4\chi}{(\chi + 1)^2}. \quad (12)$$

Второе условие сводится к невыполнимому требованию  $\cos 2\Phi > 1$  и ничего нового не добавляет.

Подставив в формулу (12) для величины  $\Phi$  выражение

$$2\Phi = \frac{4\pi d_0 n_0 \cos \theta_0}{\lambda} = \frac{4\pi d_1 n_1 \cos \theta_1}{\lambda} = \frac{C}{\lambda}, \quad (13)$$

получаем формулу, определяющую интервал длин волн, в котором может работать поляризатор:

$$\cos\left(\frac{C}{\lambda}\right) < \frac{(\chi - 1)^2 - 4\chi}{(\chi + 1)^2}. \quad (14)$$

Вернувшись к обозначениям, использующим показатели преломления  $n_1, n_0$ , получаем окончательный результат:

$$\frac{C}{\lambda_{\max}} = \arccos\left(\frac{(n_1^2 - n_0^2)^2 - 4n_1^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2}\right); \quad (15)$$

$$\frac{C}{\lambda_{\min}} = 2\pi - \arccos\left(\frac{(n_1^2 - n_0^2)^2 - 4n_1^2}{(n_1^2 + n_0^2)^2}\right).$$

На рис. 4 приведены зависимости  $\lambda_{\min}$  и  $\lambda_{\max}$  от отношения показателей преломления  $n_1/n_0$ . С увеличением отношения  $n_1/n_0$  интервал длин волн расширяется. При использовании, например, чередующихся слоев сульфида

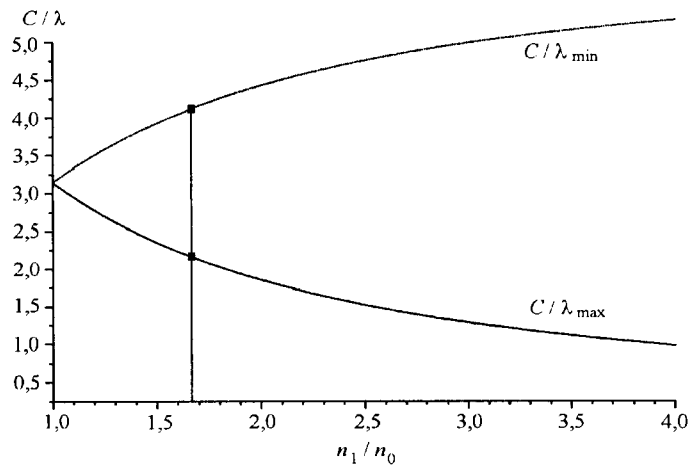


Рис. 4

цинка и фтористого магния, для которых  $n_1/n_0 = 1,67$ , отношение  $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$  составляет 1,904, что близко к результату численных расчетов для девяти слоев.

Таким образом, максимальная спектральная ширина поляризатора зависит только от отношения показателей преломления материалов чередующихся слоев. С учетом достаточно большой крутизны границ спектрального диапазона пропускания поляризатора при большом числе слоев возможно использование его одновременно в качестве режекторного фильтра для заданного спектрального диапазона. Чтобы получить большую спектральную ширину пропускания поляризатора, необходимо подбирать материалы слоев с большим отношением  $n_1/n_0$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Чеснокова Л. А.** Компьютерное исследование полихроматического поляризатора // 51-я науч.-техн. конф. преподавателей СГГА «Современные проблемы геодезии и оптики». Новосибирск: Изд-во СГГА, 2002. С. 210.
2. **Киттель Ч.** Введение в физику твердого тела. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962.

*Сибирская государственная  
геодезическая академия,  
E-mail: chesnok@demakova.net*

*Поступила в редакцию  
25 августа 2004 г.*