

Р. Г. Хафизов, Д. Г. Хафизов

*(Йошкар-Ола)***РАСПОЗНАВАНИЕ ГРУППОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ
НА ОСНОВЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В СОБСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ
ОТСЧЕТА КВАТЕРНИОННЫХ СИГНАЛОВ***

Рассмотрено представление кватернионных сигналов, описывающих пространственные групповые точечные объекты, в собственной системе отсчета. Введены структурные признаки образа, задаваемого кватернионным сигналом, инвариантные к операциям вращения и масштабирования. Решена задача распознавания кватернионных сигналов, представленных в собственной системе отсчета, не требующая выполнения операции предварительного совмещения сигналов.

Введение и постановка задачи. Современные научно-технические задачи в области ориентации летательных и космических аппаратов часто сводятся к обработке информации, получаемой от расположенных на плоскости или в пространстве групп точечных объектов. Примерами таких групповых точечных объектов (ГТО) могут служить изображения звезд в машинном кадре астродатчика летательного аппарата (рис. 1, *a*), изображения на дисплее радиолокационной или гидролокационной станции (рис. 1, *b*), изображения объемных объектов различного характера (рис. 1, *c*) [1–3].

Одним из эффективных подходов к обработке изображений ГТО с целью оценки их параметров, распознавания и идентификации является трактовка этих изображений как определенного вида сигналов. Для их обработки используются обычные методы теории сигналов: спектральный и корреляционный анализ, различные виды фильтрации.

Так, например, в работе [3] предлагается в качестве одного из возможных подходов к созданию теории обработки пространственно расположенных объектов применение алгебры гиперкомплексных чисел (в частности, теории кватернионных сигналов), включающей в качестве частного случая анализ комплексных сигналов. На основе скалярного произведения комплексных чисел вводится скалярное произведение кватернионов, являющееся мерой их схожести и как следствие мерой схожести задаваемых ими кватернионных сигналов (КТС). Данное скалярное произведение позволило задать ортонормированную систему отсчета для представления таких сигналов,

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 04-01-00243).

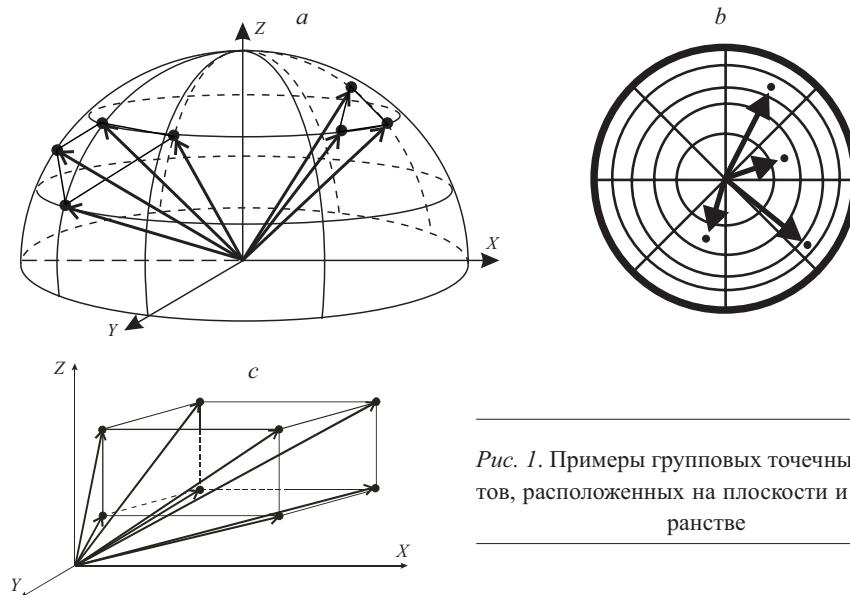


Рис. 1. Примеры групповых точечных объектов, расположенных на плоскости и в пространстве

ввести КТС, осуществить разложение и фильтрацию произвольных КТС. Однако, как показано в работе [4], операция скалярного произведения двух КТС не инвариантна к вращению одного из них в пространстве. Неинвариантность модуля скалярного произведения КТС к величине угла их взаимного поворота в значительной степени усложняет процедуру распознавания по сравнению со случаем комплекснозначных сигналов. Для принятия решения о классе зашумленного и преобразованного КТС необходимо выполнить дополнительные операции: либо найти оценку угла его поворота относительно эталонного сигнала своего класса и затем скорректировать угловое рассогласование, либо выполнить близкую по содержанию операцию совмещения двух КТС. При наличии шумов каждая из этих операций сопровождается дополнительной ошибкой, что в конечном счете снижает вероятность правильного распознавания сигнала и значительно увеличивает время принятия решения по сравнению со случаем, когда отсутствует угловое рассогласование между распознаваемым и эталонным КТС.

В связи с этим значительный интерес представляют подходы к распознаванию КТС, свободные от дополнительных операций по сравнению с комплекснозначными сигналами. Один из таких подходов базируется на задании кватернионного сигнала в собственной системе отсчета. Целью данной работы является создание методики формирования представления КТС, инвариантного к пространственному расположению распознаваемого КТС относительно эталонного.

Мера схожести кватернионных сигналов. Пространственно расположенный точечный объект можно описать при помощи пучка векторных кватернионов или кватернионного сигнала, задаваемого в следующем виде [2, 3]:

$$\mathbf{Q} = \{q(n)\}_{0, s-1} = \{q_0(n) + q_1(n)i + q_2(n)j + q_3(n)k\}_{0, s-1},$$

где s – размерность сигнала, определяемая количеством векторов в пучке; $q_0(n), q_1(n), q_2(n)$ и $q_3(n)$ – произвольные вещественные числа. Здесь i, j, k – мнимые единицы.

В отличие от умножения комплексных чисел операция умножения кватернионов является некоммутативной: $ij = -ji, ik = -ki, jk = -kj$. Кватернионы тесно связаны с комплексными числами и выражаются через них [3, 5]. Например, первая комплексная форма, или i -представление,

$$q = t^{(i)} + w^{(i)}j,$$

где $t^{(i)} = q_0 + q_1i$ и $w^{(i)} = q_2 + q_3i$.

Одним из основных преимуществ применения кватернионов для описания трехмерных объектов является простота выполнения операции вращения. При повороте КТС \mathbf{Q} на угол 2φ вокруг оси, направление которой определяется единичным вектором r , на идентичный угол поворачиваются все векторы сигнала вокруг оси:

$$\mathbf{Q}_{\varphi, r} = b\mathbf{Q}b^{-1},$$

где $b = b_0 + b_1i + b_2j + b_3k = \cos\varphi + r\sin\varphi$ – вращающий кватернион; b^{-1} – кватернион, обратный кватерниону b , т. е. $bb^{-1} = 1$.

Основной базовой операцией при линейной обработке сигналов является скалярное произведение, служащее мерой их схожести. К образованию скалярного произведения обрабатываемого и эталонного сигналов сводятся такие операции, как разложение и фильтрация сигналов, а также получение их корреляционных функций. В действительном линейном пространстве E^{3s} скалярное произведение двух КТС \mathbf{P} и \mathbf{Q} записывается как [2]

$$\begin{aligned} \eta_{E^{3s}} = (\mathbf{P}, \mathbf{Q})_{E^{3s}} &= \sum_{n=0}^{s-1} p_0(n)q_0(n) + \\ &+ p_1(n)q_1(n) + p_2(n)q_2(n) + p_3(n)q_3(n) \end{aligned}$$

и представляет собой действительное число, а в гиперкомплексном пространстве H^s

$$\begin{aligned} \eta_{H^s} = (\mathbf{P}, \mathbf{Q})_{H^s} &= \sum_{n=0}^{s-1} (p_0(n)q_0(n) + p_1(n)q_1(n) + p_2(n)q_2(n) + p_3(n)q_3(n)) + \\ &+ i \sum_{n=0}^{s-1} (-p_0(n)q_1(n) + p_1(n)q_0(n) - p_2(n)q_3(n) + p_3(n)q_2(n)) + \\ &+ j \sum_{n=0}^{s-1} (-p_0(n)q_2(n) + p_1(n)q_3(n) + p_2(n)q_0(n) - p_3(n)q_1(n)) + \end{aligned}$$

$$+ k \sum_{n=0}^{s-1} (-p_0(n)q_3(n) - p_1(n)q_2(n) + p_2(n)q_1(n) + p_3(n)q_0(n))$$

– полный кватернион, который можно записать в виде суммы вещественных и мнимых компонент: $\eta = \eta_0 + \eta_1 i + \eta_2 j + \eta_3 k$.

Расстояние между двумя КТС \mathbf{P} и \mathbf{Q}

$$R^2 = \|\mathbf{P}\|^2 + \|\mathbf{Q}\|^2 - 2\text{Re}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}), \quad (1)$$

где $\|\mathbf{P}\|^2$ и $\|\mathbf{Q}\|^2$ – квадраты нормы КТС \mathbf{P} и \mathbf{Q} соответственно, равные суммам квадратов модулей составляющих их кватернионов:

$$\|\mathbf{Q}\|^2 = \sum_{n=0}^{s-1} |q(n)|^2 = \sum_{n=0}^{s-1} q(n)q^*(n);$$

$q^*(n)$ – кватернион, сопряженный с соответствующим кватернионом $q(n)$, т. е.

$$q^*(n) = q_0(n) - q_1(n)i - q_2(n)j - q_3(n)k.$$

Если КТС \mathbf{P} и \mathbf{Q} нормированы, т. е. $\mathbf{Q}_n = \mathbf{Q}/\|\mathbf{Q}\|$ и $\mathbf{P}_n = \mathbf{P}/\|\mathbf{P}\|$, то расстояние между ними

$$R_n^2 = 2[1 - \text{Re}(\mathbf{P}_n, \mathbf{Q}_n)],$$

где $(\mathbf{P}_n, \mathbf{Q}_n) = \eta_n$ – нормированное скалярное произведение КТС:

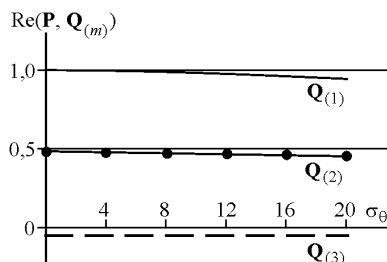
$$\eta_n = \frac{(\mathbf{P}, \mathbf{Q})}{\|\mathbf{P}\|\|\mathbf{Q}\|} = \frac{\eta}{\|\mathbf{P}\|\|\mathbf{Q}\|}.$$

Взаимная энергия связи двух КТС \mathbf{P} и \mathbf{Q} определяется величиной модуля их скалярного произведения. При $\mathbf{P} = \mathbf{Q}$ их взаимная энергия максимальна и равна энергии КТС \mathbf{Q} , т. е. $|\eta| = \|\mathbf{Q}\|^2$.

Таким образом, значение $|\eta_n|$, как и расстояние R_n^2 , может служить мерой схожести двух КТС. Однако, как показано в [2, 3], величина модуля нормированного скалярного произведения КТС \mathbf{Q} и \mathbf{P} меняется при повороте одного из них. Последнее обстоятельство затрудняет применение данной статистики для принятия решения о классе сигнала.

Распознавание пространственно заданных точечных объектов на основе анализа кватернионных сигналов. Задача распознавания КТС ставится следующим образом. Задан некоторый сигнальный (распознаваемый) КТС $\mathbf{P} = \{p(n)\}_{0, s-1}$, представляющий собой зашумленный, масштабированный в $|\mu|$ раз, повернутый на угол φ вокруг оси, задаваемой единичным вектором r , со смещенной на величину d нумерацией своих кватернионов

Рис. 2. Графики зависимости реальной части скалярного произведения от СКО углового шума



КТС \mathbf{Q} . Необходимо на основе принятого критерия вынести решение о принадлежности сигнального КТС \mathbf{P} к одному из M классов, представленных в виде эталонных КТС $\mathbf{Q}_{(m)}$, где m – номер класса, $m=1, 2, \dots, M$.

Решение задачи распознавания КТС \mathbf{P} осуществляется на основе критерия минимума расстояния между сигнальным \mathbf{P} и эталонным $\mathbf{Q}_{(m)}$ КТС, т. е.

$$\mathbf{P} \in A_m \text{ при } R_{\mathbf{P}, \mathbf{Q}_{(m)}} \rightarrow \min.$$

Если сигнальный и все эталонные КТС пронормированы, то $\|\mathbf{P}\| = \|\mathbf{Q}\| = 1$ и из выражения (1) следует, что

$$\mathbf{P} \in A_m \text{ при } \operatorname{Re}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}_{(m)}) \rightarrow \max.$$

Рассмотрим в качестве примера случай распознавания трех КТС:

$$\mathbf{Q}_{(1)} = \{i + j + k; i + 2j + k; i + 2j + 2k\};$$

$$\mathbf{Q}_{(2)} = \{2i - j; 2i - j + k; 2i - j - 1,5k\}; \quad (2)$$

$$\mathbf{Q}_{(3)} = \{-1,5i + 1,5j + 2k; -1,5i + 2j + 1,8k; -1,8i + 2j + k\}.$$

Все КТС имеют размерность $s=3$. На рис. 2 приведены зависимости реальной части нормированного скалярного произведения зашумленного КТС $\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{(1)}$ и эталонных КТС всех трех классов от выраженного в градусах среднеквадратического отклонения (СКО) σ_θ углового координатного шума [6, 7].

Координатный шум представляет собой ошибки измерения угловых координат точки, задающей векторный кватернион, которые носят случайный характер, а их значения подчиняются нормальному закону распределения вероятностей с нулевым математическим ожиданием и СКО σ_θ . Процесс зашумления кватерниона q координатным угловым шумом поясняется рис. 3. Здесь изображен сферический сегмент с центральным углом 2θ , ось которого совпадает с исходным кватернионом q и, следовательно, отрезки $OA = OB = OC$. Зашумленный кватернион задает произвольную точку в пределах сегмента сферы, ограниченного конусом. При воздействии углового координатного шума модуль исходного кватерниона q сохраняется.

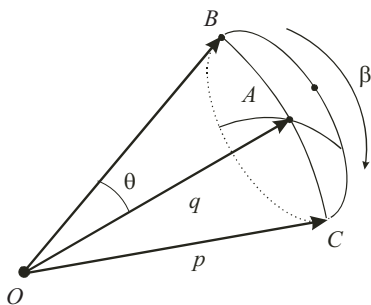


Рис. 3. Получение кватерниона, задающего в трехмерном пространстве зашумленный по угловым координатам точечный объект

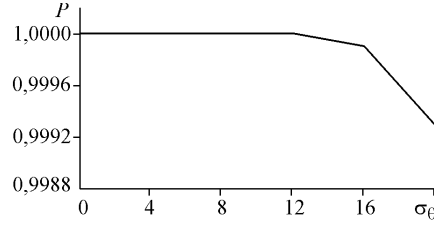


Рис. 4. График зависимости оценки вероятности правильного распознавания от СКО углового шума (в качестве сигнального используется эталон $\mathbf{Q}_{(1)}$)

На рис. 4 представлена характеристика распознавания $P_{\text{пр}} = f(\sigma_\theta)$, т. е. зависимость вероятности правильного распознавания от уровня углового координатного шума для случая, когда сигнальный КТС относится к первому классу.

Характеристики распознавания КТС зависят от расположения в пространстве эталонов [3], что, очевидно, связано с инвариантностью скалярного произведения двух КТС при вращении одного из них.

Из-за инвариантности модуля скалярного произведения двух КТС при вращении одного из них величина взаимной энергии нормированных кватернионных сигналов, т. е. степень схожести КТС, меняется. Следствием этого эффекта является зависимость принимаемого решения о классе распознаваемого КТС \mathbf{Q} от расположения эталонов в пространстве. Поэтому перед получением скалярного произведения распознаваемого \mathbf{P} и эталонного \mathbf{Q}_m сигналов необходимо обеспечить их совмещение, что усложняет процесс принятия решения о классе КТС [4].

Представление произвольного векторного КТС в собственной системе отсчета. Такое представление, позволяющее исключить операцию коррекции угла поворота, может быть получено при использовании свойства конформности (сохранения углов между кватернионами) операции вращения векторного КТС [3], т. е. угол между двумя кватернионами $q(n)$ и $q(n+1)$, входящими в состав КТС $\mathbf{Q} = \{q(n)\}_{0, s-1}$, определяемый как

$$\cos\theta(n) = \frac{q_1(n)q_1(n+1) + q_2(n)q_2(n+1) + q_3(n)q_3(n+1)}{|q(n)||q(n+1)|}, \quad n=0,1,\dots,s-1, \quad (3)$$

сохраняется при любых вращениях КТС \mathbf{Q} в пространстве. Пусть КТС $\mathbf{P} = \{p(n)\}_{0, s-1}$ образован путем вращения КТС $\mathbf{Q} = \{q(n)\}_{0, s-1}$, т. е. $\mathbf{P} = b\mathbf{Q}b^{-1}$.

На основании свойства конформности операции вращения угол между двумя соседними кватернионами повернутого КТС будет по-прежнему определяться выражением (3), которое применительно к КТС $\mathbf{P} = \{p(n)\}_{0, s-1}$ имеет вид

$$\cos\theta(n) = \frac{p_1(n)p_1(n+1) + p_2(n)p_2(n+1) + p_3(n)p_3(n+1)}{|p(n)||p(n+1)|}, \quad n=0,1,\dots,s-1. \quad (4)$$

Упорядоченная последовательность $\cos\theta(n)$, $n=0,1,\dots,s-1$, задает угловую структуру КТС в собственной системе отсчета, обладающую свойством инвариантности к вращениям. Обозначим такую последовательность как $\Theta = \{\cos\theta(n)\}_{0, s-1}$. С учетом данного обозначения можно записать:

$$\Theta = \text{const для любого векторного КТС вида } b\mathbf{Q}b^{-1}.$$

Модульная структура КТС, понимаемая как совокупность модулей кватернионов, входящих в состав КТС, определяется последовательностью

$$\Omega = \frac{1}{\|\mathbf{Q}\|} \left\{ |q(0)|, |q(1)|, \dots, |q(s-1)| \right\} = \left\{ \frac{|q(n)|}{\|\mathbf{Q}\|} \right\}_{0, s-1}.$$

Эта структура инвариантна к изменению масштаба сигнала:

$$\Omega = \text{const для любого векторного КТС вида } h\Omega,$$

где $h \neq 0$ – произвольное вещественное число.

Последовательности Θ и Ω являются структурными признаками образа, задаваемого кватернионным сигналом. Они не меняются при вращении и масштабировании КТС, а при сдвиге номера начального кватерниона на величину d происходит аналогичный циклический сдвиг элементов в этих последовательностях. Вместе с тем совокупность последовательностей Θ и Ω не позволяет однозначно восстановить исходный КТС \mathbf{Q} . Наличие информации о значении угла $\theta(n)$ между кватернионами $q(n+1)$ и $q(n)$ при известном кватернионе $q(n)$ недостаточно для определения кватерниона $q(n+1)$. Как видно из рис. 5, существует бесконечное множество кватернионов, образующих с кватернионом $q(n)$ угол $\theta(n)$. Они задают образующие конуса с углом $\theta(n)$ при вершине и осью, определяемой кватернионом $q(n)$.

Для обеспечения однозначного задания КТС \mathbf{Q} кроме последовательностей Θ и Ω необходимо задать еще и кватернионный сигнал $\mathbf{R} = \{r(n)\}$, кватернионы которого определяют нормали к граням тела, образуемым каждой парой кватернионов $q(n+1)$ и $q(n)$, $n = 0, 1, \dots, s-1$. Именно поворот кватерниона $q(n)$ вокруг нормали $r(n)$ на угол $\theta(n)$ даст кватернион $q(n+1)$. Тем не менее сами по себе последовательности Θ и Ω в целом ряде случаев обладают высокой информативностью для правильного принятия решения о классе КТС.

Создадим на основе последовательностей $\Theta = \{\cos\theta(n)\}_{0, s-1}$ и $\Omega = \left\{ \frac{|q(n)|}{\|\mathbf{Q}\|} \right\}_{0, s-1}$ одну последовательность $\Phi = \{\varphi(n)\}_{0, s-1}$, объединяющую со-

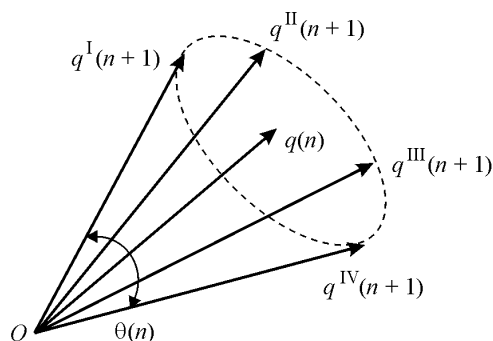


Рис. 5. Пример неоднозначности задания кватерниона $q(n+1)$

содержащуюся в них информацию о КТС $\mathbf{Q} = \{q(n)\}_{0, s-1}$:

$$\begin{aligned} \varphi(n) &= \frac{|q(n)|}{\|\mathbf{Q}\|} \cos\theta(n) = \\ &= \frac{1}{\|\mathbf{Q}\|} \frac{q_1(n)q_1(n+1) + q_2(n)q_2(n+1) + q_3(n)q_3(n+1)}{|q(n+1)|}, \quad n=0,1,\dots,s-1. \end{aligned} \quad (5)$$

Последовательность $\Phi = \{\varphi(n)\}_{0, s-1}$ в векторном виде будем рассматривать в качестве сигнала, имеющего ту же размерность, что и КТС \mathbf{Q} , и отражающего его структуру.

Рассмотрим в качестве примера КТС

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \{5,3472i - 0,2679j - 2,708k; \\ &3,226i - 1j - 5,347k; \\ &2,967i + 3,464j - 3,346k; \\ &-0,828i + 3,732j - 6,433k\}, \end{aligned}$$

полученный из исходного КТС

$$\mathbf{Q} = \{2i + j + 2k; 3i + k; 2i + 2j; 3i + j - 2k\}$$

поворотом вокруг оси X на угол $2\varphi_x = 30^\circ$, затем поворотом вокруг оси Y на угол $2\varphi_y = 75^\circ$ и увеличением масштаба в 2 раза.

Получив в соответствии с выражением (5) структурные представления $\Phi_{\mathbf{Q}}$ и $\Phi_{\mathbf{P}}$ сигналов \mathbf{Q} и \mathbf{P} , видим, что эти представления совпадают и равны:

$$\Phi_{\mathbf{P}} = \Phi_{\mathbf{Q}} = \{0,416; 0,296; 0,442; 0,125\}.$$

Пусть далее КТС $\mathbf{G} = \{2i + 2j; 3i + j - 2k; 2i + j + 2k; 3i + k\}$ получен из КТС \mathbf{Q} сдвигом начального кватерниона на два элемента. Его структурное представление

$$\Phi_{\mathbf{G}} = \{0,442; 0,125; 0,416; 0,296\}$$

с аналогичным циклическим сдвигом на два элемента отличается от структурных представлений $\Phi_{\mathbf{P}}$ и $\Phi_{\mathbf{Q}}$.

Рассмотренный выше подход к получению структурных представлений кватернионных сигналов распространяется и на комплексные сигналы. Причем, если объект представляет собой плоскую фигуру и задан контуром на плоскости в комплекснозначном виде или в пространстве в виде кватернионного сигнала, его структурные представления для обоих случаев совпадают.

Например, пусть контур плоского изображения имеет вид

$$\Gamma = \{3; 5i; 5 - 3i; -10i; -2 + 5i; -2 - 2i; -4 + 5i\}.$$

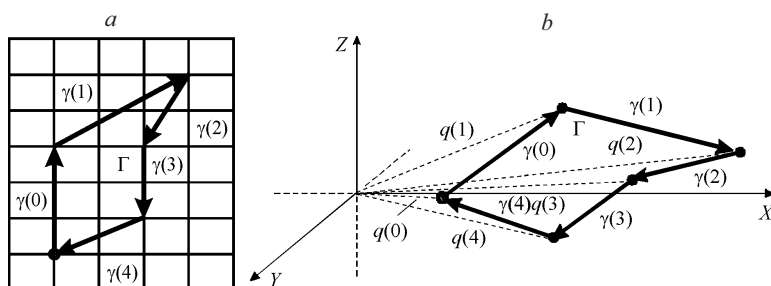


Рис. 6. Представление объекта в виде контура: на плоскости (а) и в пространстве (b)

После поворота его на 90° , растяжения в 2 раза и сдвига начальной точки на три элемента он станет равен

$$N = \{20; -10 - 4i; 4 - 4i; -10 - 8i; 6i; -10; 6 + 10i\}.$$

Структурные представления контуров Γ и N имеют вид

$$\Phi_\Gamma = \{0; -0,191; 0,328; -0,319; -0,071; -0,045; -0,119\};$$

$$\Phi_N = \{-0,319; -0,071; -0,045; -0,119; 0; -0,191; 0,328\}.$$

Видно, что последнее выражение повторяет выражение для исходного изображения с точностью до сдвига на три элемента.

Далее, пусть изображение фигуры на плоскости задано в виде контура (рис. 6, а)

$$\Gamma = \{3i; 3 + 2i; -1 - 2i; -2i; -2 - i\}.$$

Структурное представление этого комплекснозначного сигнала, полученное с помощью выражения (3), записывается как

$$\Phi_\Gamma = \{0,3333; -0,32358; 0,29814; 0,16667; -0,22361\}.$$

Расположим теперь эту фигуру в пространстве так, чтобы точки ее вершины задавались кватернионным сигналом вида (рис. 6, b)

$$Q = \{1,39719i - 0,17365j - 0,13302k; 3,66041i - 0,69459j + 1,76604k;$$

$$7,09759i - 1,04189j + 0,73396k; 4,94599i - 0,69459j + 0,23396k;$$

$$3,43718i - 0,34730j - 1,03209k\}.$$

Пространственный контур фигуры есть

$$\Gamma = \{2,26322i - 0,52094j + 1,89906k; 3,43718i - 0,3473j - 1,03208k;$$

$$-2,1516i + 0,3473j - 0,5k; 1,50881i + 0,34729j - 1,26605k;$$

$$-2,03999i + 0,17365j + 0,89907k\}.$$

Структурное представление

$$\Phi = \{0,3333; -0,32358; 0,29814; 0,16667; -0,22361\},$$

полученное для пространственного контура, совпадает с представлением для контура фигуры, расположенной на плоскости.

Для повышения помехоустойчивости представления КТС в собственной системе отсчета начало этой системы целесообразно расположить в центре тяжести ГТО. Положение центра тяжести зашумленного ГТО имеет среднеквадратическое отклонение от его истинного положения в \sqrt{s} раз меньше, чем среднеквадратическое отклонение точек, входящих в состав объекта. Кватернион c , задающий радиус-вектор центра тяжести ГТО, равен

$$c = \frac{1}{s} \sum_{n=0}^{s-1} q(n).$$

Учитывая более высокую устойчивость кватерниона c к воздействию шумов по сравнению с кватернионами $q(n)$, $n=0,1,\dots,s-1$, составляющими КТС, для углового описания КТС используются углы не между соседними кватернионами, а между текущим кватернионом $q(n)$ и кватернионом c . В этом случае структурное представление КТС \mathbf{Q} имеет вид

$$\varphi(n) = \frac{1}{\|\mathbf{Q}\|} \frac{q_1(n)c_1 + q_2(n)c_2 + q_3(n)c_3}{|c|}, \quad n=0,1,\dots,s-1. \quad (6)$$

Распознавание кватернионных сигналов на основе их структурного представления. Структурные представления КТС в виде выражения (5) или (6) являются информативными признаками формы сигналов. Они инвариантны к преобразованиям вращения и масштабирования. Сдвиг номера начального кватерниона в сигнале меняет лишь порядок компонент векторов этих представлений. Поэтому результаты распознавания зашумленных КТС по их структурным представлениям не будут зависеть от вращения, масштабирования зашумленного КТС и сдвига номера его начального кватерниона.

При использовании критерия минимума расстояния между структурными представлениями распознаваемого $\mathbf{P} = \{p(n)\}_{0,s-1}$ и эталонными $\mathbf{P} \in A_m$, $m=0,1,\dots,M-1$, кватернионными сигналами решение в пользу принадлежности к одному из M классов имеет вид

$$\mathbf{P} \in A_l \quad \text{при} \quad R_{\Phi_P, \Phi_{Q(m)}} \rightarrow \min_m,$$

где

$$R_{\Phi_P, \Phi_{Q(m)}}^2 = \|\Phi_P\|^2 + \|\Phi_{Q(m)}\|^2 - 2(\Phi_P, \Phi_{Q(m)}), \quad m=0,1,\dots,M-1,$$

– расстояние между векторами Φ_P и $\Phi_{Q(m)}$, определяющее структурные представления распознаваемого сигнала \mathbf{P} и эталонного сигнала $\mathbf{Q}_{(m)}$ m -го

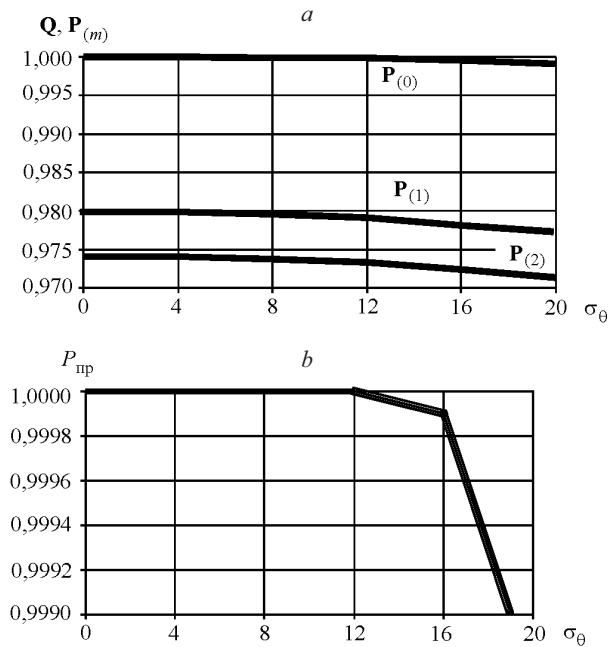


Рис. 7. Результаты распознавания КТС по их структурным представлениям: зависимость скалярного произведения зашумленного вектора класса A_0 и эталонных векторов (а) и зависимость вероятности правильного распознавания КТС класса A_0 (б) от СКО углового координатного шума

класса соответственно. При условии нормировки этих векторов решающее правило принимает вид

$$\mathbf{P} \in A_m \text{ при } (\Phi_{\mathbf{P}}, \Phi_{\mathbf{Q}_{(m)}}) \rightarrow \max, \quad m=0,1,\dots, M-1.$$

Здесь $(\Phi_{\mathbf{P}}, \Phi_{\mathbf{Q}_{(m)}})$ – скалярное произведение нормированных векторов структурных представлений сигналов \mathbf{P} и $\mathbf{Q}_{(m)}$:

$$(\Phi_{\mathbf{P}}, \Phi_{\mathbf{Q}_{(m)}}) = \frac{\sum_{n=0}^{s-1} \varphi_{\mathbf{P}} \varphi_{\mathbf{Q}_{(m)}}}{\|\Phi_{\mathbf{P}}\| \|\Phi_{\mathbf{Q}_{(m)}}\|}.$$

Если в распознаваемом сигнале неизвестен кватернион с начальным номером, то в качестве достаточной статистики при вынесении решения используется максимальный среди отсчетов, формируемых M фильтрами, каждый из которых согласован с одним из эталонных представлений.

В качестве примера рассмотрим случай распознавания трех КТС, задаваемых выражением (2), на основе их представления в собственной системе отсчета. Кватернион c , задающий радиус-вектор центра тяжести, равен

$$c_1 = i + 1,667j + 1,333k; \quad c_2 = 2i - j - 0,167k; \quad c_3 = -0,6i + 1,833j + 1,6k.$$

Структурные представления КТС в виде (6) равны

$$\Phi_{Q_{(0)}} = \{0,4; 0,5667; 0,7\}; \quad \Phi_{Q_{(1)}} = \{0,522; 0,5046; 0,5481\};$$

$$\Phi_{Q_{(2)}} = \{0,5337; 0,43; 0,4945\}.$$

Результаты распознавания зашумленного сигнала нулевого класса, полученные при моделировании по результатам 10^5 опытов, приведены на рис. 7 и не зависят от того, был ли распознаваемый сигнал полностью известен или повернут по отношению к эталону своего класса на неизвестный угол.

Заключение. В данной работе рассмотрена методика распознавания кватернионных сигналов, заданных в собственной системе отсчета. При этом для формирования представления КТС используется как его модульная структура, так и фазовые соотношения между текущим кватернионом и предыдущим. Переход к заданию кватернионного сигнала в собственной системе отсчета позволяет устранить зависимость результата распознавания от влияния операций вращения и масштабирования распознаваемого зашумленного сигнала, а также от расположения эталонных сигналов в пространстве.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Анисимов Б. В., Курганов В. Ф., Злобин В. К.** Распознавание и цифровая обработка изображений. М.: Высш. шк., 1983.
2. **Furman Ya. A.** Processing of quaternion signals specifying spatially located group point objects // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2002. **12**, N 2. P. 175.
3. **Введение** в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: Физматлит, 2002.
4. **Фурман Я. А., Хафизов Д. Г.** Распознавание групповых точечных объектов в трехмерном пространстве // Автометрия. 2003. **39**, № 1. С. 3.
5. **Кантор И. Л., Солодовников А. С.** Гиперкомплексные числа. М.: Наука, 1973.
6. **Комплекснозначные** и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: Физматлит, 2004.
7. **Khafizov D. G.** Model of a noised quaternion signals // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2003. **13**, N 1. P. 110.

*Марийский государственный
технический университет,
E-mail: RTS@MARSTU.MARI.RU*

*Поступила в редакцию
3 июня 2004 г.*