

Е. А. Самойлин

(Ростов-на-Дону)

**НЕЛИНЕЙНЫЕ АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ
ИМПУЛЬСНОГО ШУМА НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ**

Предложены нелинейные алгоритмы фильтрации импульсного шума на изображениях, состоящие из двух последовательных процедур: обнаружения искаженных элементов изображения (шума) и их оценивания по окрестности неискаженных элементов. Представлены результаты численных исследований предлагаемых пространственно-избирательных алгоритмов и соответствующих известных пространственно-инвариантных процедур, показывающие преимущества первых.

Введение. В рамках развития информационных и интеллектуальных технологий обработка изображений стала одной из наиболее актуальных проблем, связанных с решением множества фундаментальных и прикладных задач.

Известен целый спектр задач обработки изображений [1–4], среди которых особое место занимает фильтрация. В зависимости от используемых моделей полезных сигналов, шума и критериев оптимальности различают линейную, нелинейную, согласованную и другие фильтрации изображений.

Между тем во многих случаях используемые теоретические модели далеки от наиболее часто встречающихся на практике, из чего вытекает сложность практической реализации оптимальных процедур фильтрации. Например, для многих систем передачи и обработки изображений характерным является возникновение независимых искажений отдельных элементов, названных импульсным шумом. Для данной модели шума отсутствуют строгая в математическом смысле постановка и решение задачи пространственной фильтрации, известны лишь эвристические алгоритмы, наиболее приемлемым из которых является алгоритм медианной фильтрации. Медианный фильтр представляет собой локальный нелинейный фильтр [1], выход которого определяется как медиана элементов, попавших в его апертуру. В этих фильтрах величина искажения контуров объектов зависит от размера апертуры фильтра [1]. Так, при малом размере апертуры лучше сохраняются контурные детали изображения, но импульсный шум подавляется в меньшей степени, и наоборот. Данное противоречие в некоторой степени удается разрешить в локальных фильтрах с адаптацией размеров апертуры [2].

Кроме того, в случае низкой интенсивности шума либо когда шум локализован в некоторой области изображения, медианной обработкой подвергается все изображение, в том числе и неискаженные его участки, что приводит к дополнительным искажениям полезного сигнала. Данное обстоятельство

ство справедливо и для остальных ранговых алгоритмов обработки изображений [3]. В этой работе отмечено, что фильтрация должна проводиться в два этапа: обнаружение шумовых элементов на изображении и последующее их оценивание по неискаженным элементам, т. е. быть пространственно-избирательной.

Цель предлагаемой работы – обоснование и разработка нелинейных алгоритмов пространственно-избирательной фильтрации импульсного шума на изображениях.

Постановка задачи. Модель исходного дискретизированного по строкам i , столбцам j и квантованного по уровню изображения $\lambda(i, j)$ принята в виде

$$\lambda(i, j) = \Lambda(i, j) f_1(i, j) = \Lambda(i\Delta x, j\Delta y) f_1(i\Delta x, j\Delta y), \quad (1)$$

где Λ – исходное (непрерывное) изображение; $\Delta x, \Delta y$ – шаги дискретизации для i, j соответственно;

$$f_1(i\Delta x, j\Delta y) = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n p(i\Delta x - k\Delta x, j\Delta y - l\Delta y)$$

– совокупность $m \times n$ нормированных ячеек изображения: $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dx dy = 1$

(ступенчатая решетчатая функция); k, l – дополнительные переменные.

Амплитуда элементов изображения $\lambda(i, j)$ квантована на интервале $[0, \dots, (2^N - 1)]$, $N = 8$, т. е. используется квантование уровня 8 бит.

Зашумленное изображение описывается выражением

$$x(i, j) = f[\lambda(i, j), \hbar(i, j), i, j], \quad i \in 1, \dots, m, \quad j \in 1, \dots, n, \quad (2)$$

где $f[\lambda(i, j), \hbar(i, j), i, j]$ – оператор, определяющий взаимодействие изображения $\lambda(i, j)$ и импульсного шума $\hbar(i, j)$, который задан в виде модели [1]

$$x_{i, j} = \begin{cases} \hbar_{i, j} & \text{с вероятностью } p(\hbar); \\ \lambda_{i, j} & \text{с вероятностью } p(\lambda) = 1 - p(\hbar). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\hbar_{i, j}$ – значения искаженных элементов изображения, которые являются независимыми случайными величинами с равномерным распределением (rnd), соответствующие интервалу квантования $[0, \dots, (2^N - 1)]$, $N = 8$:

$$\hbar_{i, j} = rnd[0, \dots, (2^N - 1)]_{i, j}, \quad N = 8; \quad (4)$$

$p(\hbar)$ – вероятность появления выброса шума $\hbar_{i, j}$ в ячейке с координатой (i, j) , которая не зависит ни от наличия шума в других координатах, ни от исходного изображения, т. е. $p(\hbar) = \text{const} \forall i \in 1, \dots, m, j \in 1, \dots, n$; $p(\lambda)$ – вероятность появления полезного сигнала $\lambda_{i, j}$ в ячейке с координатой (i, j) . Появление шума $\hbar_{i, j}$ и сигнала $\lambda_{i, j}$ образует полную группу несовместных событий.

Необходимо синтезировать алгоритм обработки зашумленного изображения $x(i, j)$, описываемого выражением (2), позволяющий сформировать

такую оценку $y(i, j)$ изображения, которая была бы наиболее близка к ее истинным значениям, т. е. необходимо определить такой оператор F :

$$y(i, j) = F[x(i, j)], \quad (5)$$

при котором минимизировалась бы норма невязки между $y(i, j)$ и $\lambda(i, j)$:

$$\|y(i, j) - \lambda(i, j)\| \rightarrow \min_F. \quad (6)$$

Алгоритмы обнаружения импульсного шума. Для обнаружения элементов импульсного шума $\hat{h}_{i, j}$ в пределах изображения $x(i, j)$ можно использовать локальные критерии несоответствия отдельного элемента $x_{i, j}$ изображения пространственной окрестности (апертуры). Обозначим плоскую апертуру в пределах координат изображения (i, j) через $S_{i+p, j+q}$, где $p = \pm(0, 1, \dots, P)$, $q = \pm(0, 1, \dots, Q)$. Таким образом, центром апертуры будет $S_{i, j}$ (при $p, q = 0$), а ее размер составит $(2P + 1) \times (2Q + 1)$ элементов. Например, квадратная апертура размером 3×3 элемента будет получена при $p = \pm(0, 1), q = \pm(0, 1)$, т. е. $P, Q = 1$.

А л г о р и т м 1. Известен разностный алгоритм выделения границ объектов [4], где решение о принадлежности элемента $x_{i, j}$ границе сигнала перепада принимается на основе разности между значением яркости этого элемента и оценкой среднего значения окрестности $S_{i+p, j+q}$. Нейросетевая реализация алгоритма развита в работе [5]. Функционирование алгоритма определения границ выглядит следующим образом [4, 5].

Шаг 1. Находятся взвешенные разности:

$$\Delta_{i, j} = \sum_{p=-1}^1 \sum_{q=-1}^1 |x_{i, j} - x_{i+p, j+q}|, \quad p, q = (-1, 0, 1). \quad (7)$$

Выражение (7) записано для случая квадратной апертуры $S_{i+p, j+q}$ размером $(2P + 1) \times (2Q + 1) = 3 \times 3$ элемента.

Шаг 2. На основе величин взвешенных разностей (7) вычисляется бинарная матрица принадлежностей элементов $x_{i, j}$ границам (геометрическим неоднородностям):

$$v_{i, j} = \begin{cases} 1, & \Delta_{i, j} \geq P_{\Delta}; \\ 0, & \Delta_{i, j} < P_{\Delta}, \end{cases} \quad (8)$$

где P_{Δ} – порог, значение которого зависит от размеров апертуры и числа уровней квантования яркости:

$$P_{\Delta} \approx \frac{1}{4}((2P + 1)(2Q + 1) - 1)(2^N - 1). \quad (9)$$

Зависимость (9) установлена экспериментально при обработке многочисленных изображений ($N = [0, 1, \dots, 8]$) различными апертурами. При занижении значения порога P_{Δ} относительно расчетного (9) будет наблюдаться ненужное «утолщение» контуров, а при завышении они не будут обнаружены на изображении.

Результатом работы алгоритма (7)–(9) будет бинарная матрица $v_{i,j}$, единицы которой пространственно соответствуют либо контурам, либо шуму $\hat{h}_{i,j}$, присутствующим на изображении $x_{i,j}$.

А л г о р и т м 2. Данный алгоритм основывается на предположении о том, что значение уровня элемента шума $\hat{h}_{i,j}$ отличается от значений яркости всех восьми соседних элементов. В данном случае алгоритм будет описываться выражением

$$v_{i,j} = \begin{cases} 1, & (x_{i,j} \neq x_{i-1,j-1}) \wedge (x_{i,j} \neq x_{i-1,j}) \wedge (x_{i,j} \neq x_{i-1,j+1}) \wedge (x_{i,j} \neq x_{i,j-1}) \wedge \\ & \wedge (x_{i,j} \neq x_{i,j+1}) \wedge (x_{i,j} \neq x_{i+1,j-1}) \wedge (x_{i,j} \neq x_{i+1,j}) \wedge (x_{i,j} \neq x_{i+1,j+1}); \\ 0, & (x_{i,j} = x_{i-1,j-1}) \vee (x_{i,j} = x_{i-1,j}) \vee (x_{i,j} = x_{i-1,j+1}) \vee (x_{i,j} = x_{i,j-1}) \vee \\ & \vee (x_{i,j} = x_{i,j+1}) \vee (x_{i,j} = x_{i+1,j-1}) \vee (x_{i,j} = x_{i+1,j}) \vee (x_{i,j} = x_{i+1,j+1}), \end{cases} \quad (10)$$

где символы « \wedge » и « \vee » означают соответственно логические «И» и «ИЛИ».

Результатом алгоритма (10) будет также бинарная матрица $v_{i,j}$, единицы которой соответствуют геометрическим неоднородностям, в том числе импульсному шуму $\hat{h}_{i,j}$ на изображении $x_{i,j}$.

Алгоритмы оценивания искаженных сигналов. Для оптимального оценивания значений в координате шума $\hat{h}_{i,j}$ необходимо точное воспроизведение локальной гистограммы незашумленной окрестности $\hat{h}_{i,j}$. К данному требованию наиболее приближаются следующие алгоритмы обработки.

А л г о р и т м 1. Усреднение по окрестности. Выражение для данного алгоритма будет иметь следующий вид:

$$y_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{8}(x_{i-1,j-1} + x_{i-1,j} + x_{i-1,j+1} + x_{i,j-1} + x_{i,j+1} + \\ + x_{i+1,j-1} + x_{i+1,j} + x_{i+1,j+1}), & v_{i,j} = 1; \\ x_{i,j}, & v_{i,j} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

В отличие от известных усредняющего или усредняюще-порогового алгоритмов в выражении (11) усреднению подлежат только элементы, окружающие $x_{i,j}$ (восемь для апертуры 3×3 элемента). Таким образом, значение шума $\hat{h}_{i,j}$ не участвует в усреднении и будет заменено на среднее его соседних элементов. Алгоритм (11) хотя несколько и сглаживает контуры, может быть эффективен в случае низкой интенсивности шума (когда в окрестности $\hat{h}_{i,j}$ отсутствуют другие элементы, искаженные шумом). При использовании этого алгоритма будет иметь место пространственно-избирательная усредняющая фильтрация.

А л г о р и т м 2. Данный алгоритм отличается от предыдущего тем, что оценка сигнала в координате шума является не усреднением, а медианой вариационного ряда окрестности. Выражение для алгоритма имеет вид

$$y_{i,j} = \begin{cases} \text{MED}\{x_{i-1,j-1}, x_{i-1,j}, x_{i-1,j+1}, x_{i,j-1}, \\ x_{i,j+1}, x_{i+1,j-1}, x_{i+1,j}, x_{i+1,j+1}\}, & v_{i,j} = 1; \\ x_{i,j}, & v_{i,j} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

В этом случае фильтрация будет являться избирательно-медианной.

Алгоритмы (7)–(9), либо (10) и (11), либо (12) представляют собой иско-мый оператор F (5) для обработки изображений.

Полный алгоритм фильтрации может использовать любую комбинацию алгоритмов обнаружения шума и оценивания искаженных сигналов. Введем порядковые обозначения для полного алгоритма фильтрации. Например, 1-1 будет означать выделение границ (7)–(9) на первом этапе и усреднение по окрестности (11) на втором, 2-2 – алгоритм (10) и алгоритм (12) и т. д.

Результаты численных исследований. Численное исследование пред-лагаемых нелинейных алгоритмов фильтрации проведено на примерах обра-ботки полутоновых изображений ($m \times n = 300 \times 300$) модели (1), (2), зашум-ленных импульсным шумом вида (3), (4). Наиболее приемлемое значение по-рога в (8) в соответствии с (9) для апертуры $(2P + 1) \times (2Q + 1) = 3 \times 3$ элемента и $N = 8$ составило $P_{\Delta} = 510$.

Исследование алгоритмов проводилось в диапазоне интенсивности им-пульсного шума от 0 до 100 %, которая определялась из выражения

$$N_h = p(\hat{h}) \cdot 100 \% = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left(\begin{cases} 1, & x_{i,j} = \hat{h}_{i,j}; \\ 0, & x_{i,j} = \lambda_{i,j} \end{cases} \right)}{mn} \cdot 100 \%. \quad (13)$$

В качестве меры невязки между $y(i, j)$ и $\lambda(i, j)$ (6), т. е. ошибки фильтров, выбрано нормированное евклидово расстояние, вычисляемое для всего диа-пазона N_h (0–100 %) в соответствии с выражением [6]:

$$F_E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{i,j} - \lambda_{i,j})^2}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\lambda_{i,j})^2}}. \quad (14)$$

На рис. 1 представлены зависимости критерия (14) предлагаемых и изве-стного [2] алгоритмов фильтрации изображений от интенсивности импульс-ного шума в диапазоне от 0 до 70 %. Из рисунка можно сделать вывод, что при интенсивности шума менее 15 % наиболее эффективными, в том числе и по сравнению с известным [2], являются алгоритмы 1-2 (выделение границ – медиана окрестности) и 1-1 (выделение границ – усреднение по окрестно-сти). При уровне шума N_h от 15 до 60 % наиболее эффективным является разработанный алгоритм 2-2, незначительно отличающийся от известного [2]. Интересным является поведение алгоритма 1-1. Так, при малом уровне N_h этот алгоритм приближается по эффективности к 1-2, показывая наилуч-шие результаты, а при $N_h \geq 50$ % показывает наибольшую из всех ошибку.

На рис. 2–4 в качестве примера представлены сечения строки ($i = 50$) изображений $\lambda_{i,j}, x_{i,j}$ ($N_h = 5$ %) в наиболее характерных монотонных и высокочастотных областях и изображений, полученных в результате извест-ных [2, 3] и предлагаемых процедур фильтрации $x_{i,j}$.

Из рис. 2 и 3 видно, что предлагаемый алгоритм 1-1 заметно лучше сохра-няет формы полезного сигнала по сравнению с известным пространствен-но-инвариантным усредняющим [3], так как фильтрация осуществляется из-бирательно в зависимости от наличия шума в $x_{i,j}$, а само значение шума не участвует в усреднении и заменяется на среднее его окружающих элементов.

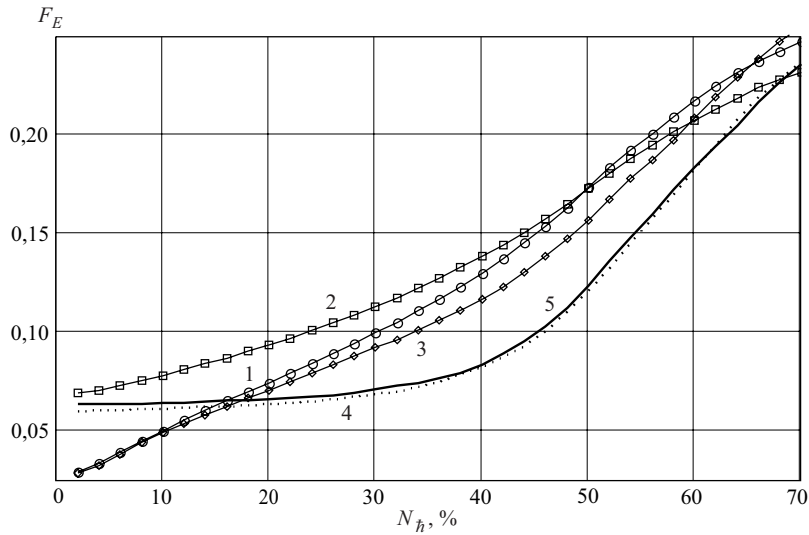


Рис. 1. Зависимости критерия (14) для разработанных и известного [2] алгоритмов от интенсивности импульсного шума: алгоритм 1-1 (кривая 1); алгоритм 2-1 (кривая 2); алгоритм 1-2 (кривая 3); алгоритм 2-2 (кривая 4); известный адаптивный медианный алгоритм (кривая 5)

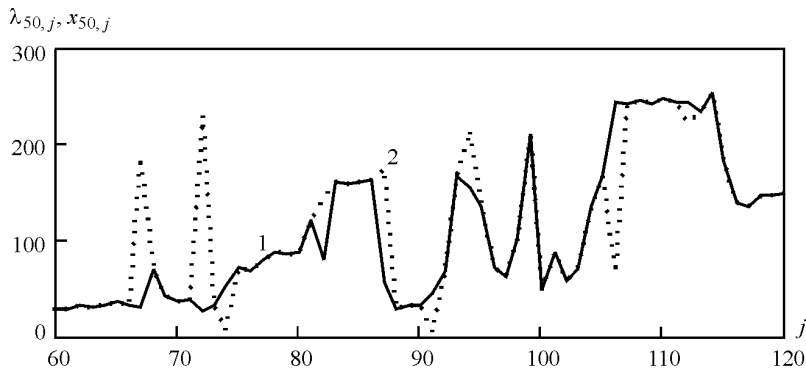


Рис. 2. Сечения исходного (кривая 1) и зашумленного (кривая 2) изображений

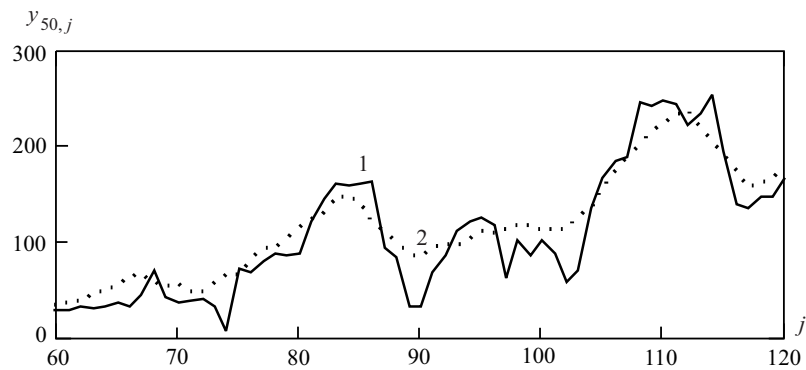


Рис. 3. Влияние пространственной избирательности на усредняющую фильтрацию зашумленного изображения: результат фильтрации алгоритмом 1-1 (кривая 1); результат известной [3] усредняющей фильтрации (кривая 2)

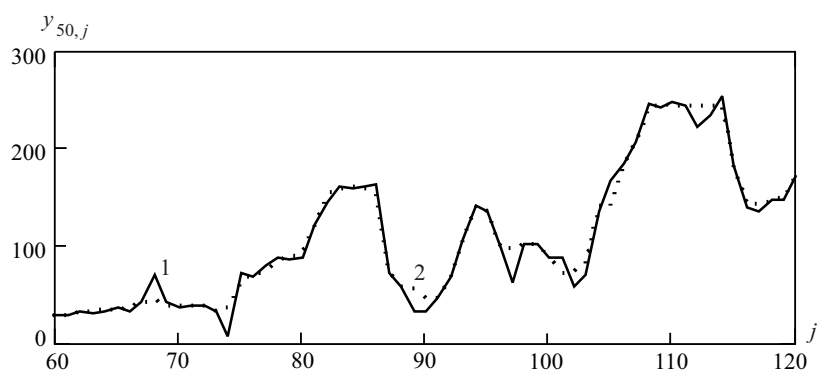


Рис. 4. Влияние пространственной избирательности на медианную фильтрацию зашумленного изображения: результат фильтрации алгоритмом 1-2 (кривая 1); результат известной [2] адаптивной медианной фильтрации (кривая 2)

Сохранение формы сигнала на рис. 4 при $j = 68, 97, 112$ позволяет сделать аналогичный вывод в пользу алгоритма 1-2 в сравнении с известным адаптивным медианным [2].

Заключение. Предложенные нелинейные алгоритмы фильтрации являются пространственно-избирательными, что позволяет снизить искажения полезных сигналов в случае низкой интенсивности импульсного шума либо его определенной пространственной локализации. Алгоритмы программно легко реализуемы и могут использоваться во многих системах обработки цифровых изображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хуанг Т. С. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1984.
2. Белявцев В. Г., Воскобойников Ю. Е. Алгоритмы фильтрации изображений с адаптацией размеров апертуры // Автометрия. 1998. № 3. С. 18.
3. Адаптивные методы обработки изображений: Сб. науч. тр. /Под ред. В. И. Сифорова, Л. П. Ярославского. М.: Наука, 1988.
4. Анисимов Б. В., Курганов В. Д., Злобин В. К. Распознавание и цифровая обработка изображений: Учебн. пособие для студентов вузов. М.: Высш. шк., 1983.
5. Самойлин Е. А. Нейросетевой метод определения информативных признаков полутонных изображений // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Сер. Технические науки. 2004. № 1. С. 7.
6. Самойлин Е. А. Оценка эффективности алгоритмов фильтрации–сегментации изображений // Автоматика и вычисл. техн. 2004. № 2. С. 62.

Поступила в редакцию 20 января 2005 г.