

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.319.26

В. К. Ключко

(Рязань)

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ
РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ

Предлагаются различные методы оптимального восстановления радиолокационных изображений поверхности по интегральным наблюдениям, полученным в режимах последовательного смещения реального луча радиолокационной станции (РЛС) по азимуту и «синтезирования апертуры», позволяющие повысить разрешающую способность РЛС и устранить смазывание изображений.

Постановка задачи. При построении систем наблюдения за объектами на поверхности (и воздушной обстановкой) в передней зоне обзора бортовой радиолокационной станции (БРЛС), работающей в режиме «реального луча» с электронным сканированием [1], возникает проблема повышения разрешающей способности БРЛС по азимуту, которая заключается в следующем. Искомое поле отражения представлено совокупностью амплитуд отраженных сигналов $x(i, j)$ в i, j -х элементах дискретизации в виде матрицы искомого изображения $x(i, j)$, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, N}$, где i – номер элемента дискретизации по дальности, j – номер элемента дискретизации по азимуту. Размер элемента дискретизации по дальности совпадает с размером элемента разрешения, а по азимуту – в $n = 2m + 1$ раз меньше ширины главного лепестка диаграммы направленности антенны (ДНА). В последовательности дискретных моментов времени t_1, t_2, \dots, t_N на малом промежутке времени $[t_1, t_N]$ центральное направление луча РЛС последовательно занимает N положений по строке (по азимуту), каждый раз смещаясь на один элемент дискретизации по j ($j = \overline{1, N}$). При каждом j -м положении луча запоминаются амплитуды сигналов $y_k(i, j)$, зафиксированные в i -х элементах разрешения (строках) дальности ($i = \overline{1, M}$) в суммарном ($k = 1$) и разностном ($k = 2$) приемных каналах РЛС. В результате получается матрица наблюдаемого радиолокационного (РЛ) изображения поверхности $y_k(i, j)$, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, N}$, $k = \overline{1, L}$, привязанная к некоторому текущему моменту времени t (например, $t = t_N$), где M – число строк матрицы изображения (число элементов разрешения по дальности);

N – число ее столбцов (элементов дискретизации по азимуту), определяемое числом смещений луча РЛС; L – число каналов.

После соответствующей первичной обработки по ряду промежуточных замеров величины $y_k(i, j)$ связаны с искомым полем отражения $x(i, j)$ следующей суммарной зависимостью:

$$y_k(i, j) = \sum_{j_1=-m}^m \alpha_k(i, j_1)x(i, j + j_1) + w(i, j), \quad (1)$$

где $\alpha_k(i, j)$ – известные коэффициенты ДНА (аппаратные коэффициенты) k -го канала; $w(i, j) \in N(0, \sigma_w^2)$ – гауссовская случайная составляющая.

Случайные поля $x(i, j)$ и $w(i, j)$ в выражении (1) в общем случае коррелированы по i и j , однако практически корреляцией по строкам дальности i можно пренебречь. Поэтому переменная i в (1) опускается, и в дальнейшем рассматривается модель измерения вида

$$y_k(j) = \sum_{j_1=-m}^m \alpha_k(j_1)x(j + j_1) + w(j), \quad j = \overline{1, N}, \quad k = \overline{1, L}, \quad (2)$$

в каждой i -й строке ($i = \overline{1, M}$) матрицы РЛ-изображения $y_k(i, j)$, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, N}$, независимо от других строк.

Задача повышения разрешающей способности РЛС по азимуту понимается как задача восстановления искомого поля отражения $x(i, j)$ в элементах дискретизации i, j на основе наблюдений (1) или (2).

При работе БРЛС в режиме «синтезирования апертуры» [2] (или доплеровского обужения) получается матрица изображения $y_k(i, j)$ по каждому k -му каналу измерения в координатах «дальность R_i – азимут φ_j » (или доплеровская частота f_j), элементы дискретизации которой по i и j совпадают с элементами разрешения ΔR и $\Delta \varphi$. При определенной схемной реализации указанного режима возникает взаимное влияние соседних элементов разрешения по i и j и измерение $y_k(i, j)$ оказывается связанным с искомым полем $x(i, j)$ суммарной зависимостью типа пространственного смазывания или в частном случае крестообразного смазывания по строке и столбцу:

$$y_k(i, j) = \sum_{j_1=-m}^m \alpha_k(j_1)x(i, j + j_1) + \sum_{i_1=-n}^n \beta_k(i_1)x(i + i_1, j) + w(i, j), \quad (3)$$

где коэффициенты $\alpha_k(j)$ и $\beta_k(i)$ определяют степень взаимного влияния элементов разрешения по i и j (характер смазывания); $w(i, j)$ – случайная величина: $w(i, j) \in N(0, \sigma_w^2)$.

Задача в этом случае состоит в устранении смазывания или восстановлении поля $x(i, j)$ по измерениям (3).

Решение обеих задач (модели (1), (2) и (3)) сводится к восстановлению поля $x(i, j)$ путем нахождения наилучших в определенном смысле его оценок $\hat{x}(i, j)$ по заданным параметрам системы наблюдения и характеристикам объектов наблюдения (полей). Точность восстановления $x(i, j)$ характеризуется ошибкой оценивания $\Delta \hat{x}(i, j) = \hat{x}(i, j) - x(i, j)$.

где l – число измерений, используемых при оценивании $l + n - 1$ параметров $x(1), x(2), \dots, x(l + n - 1)$; $A - l \times (l + n - 1)$ -матрица; T – символ транспонирования. Для решения этой задачи в соответствии с методом Лагранжа составляется функция Лагранжа $F(X, \Lambda) = X^T X + \Lambda^T (AX - Y)$, где $\Lambda^T = (\lambda_1, \dots, \lambda_l)$ – вектор l множителей Лагранжа, и из системы уравнений для стационарной точки $\partial F / \partial X = 2X^T + \Lambda^T A = 0$, $AX = Y$ находится вектор оценок \hat{X} искомых параметров X :

$$\hat{X} = A^T (AA^T)^{-1} Y. \quad (5)$$

Решение (5) удобно реализуется в виде линейных операций $X = HY$, где $H = A^T (AA^T)^{-1}$ – матрица весовых коэффициентов, вычисляемая заранее.

Однако данный метод и ему подобные (например, метод минимума энергии [3] при обработке оптических изображений) не отвечают специфике РЛ-изображений, где амплитуды сигналов, отраженных от объектов, значительно превышают амплитуды сигналов, отраженных от фона. В этих условиях минимизация нормы приводит к снижению уровня полезного сигнала, а минимизация энергии или дисперсии требует знания неизвестного среднего уровня полезного сигнала. В частных случаях возможно использование (5) после смещения измерений $y(j)$ на некоторую среднюю величину (ожидаемое среднее значение поля отражения).

Другой подход к решению задачи восстановления изображений с позиции решения систем уравнений заключается в увеличении числа измерений. При наличии второго (разностного) канала измерений размерность системы (4) удваивается и для первых $2l$ измерений принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} y(1) &= \alpha(1)x(1) + \alpha(2)x(2) + \dots + \alpha(n)x(n) + w(1); \\ &\dots \\ y(l) &= \alpha(1)x(l) + \alpha(2)x(l+1) + \dots + \alpha(n)x(l+n-1) + w(l), \\ \\ y'(1) &= \beta(1)x(1) + \beta(2)x(2) + \dots + \beta(n)x(n) + w'(1); \\ &\dots \\ y'(l) &= \beta(1)x(l) + \beta(2)x(l+1) + \dots + \beta(n)x(l+n-1) + w'(l), \end{aligned}$$

где $y'(j)$, $\beta(j)$, $w'(j)$ – измерения, коэффициенты ДНА и помехи разностного канала соответственно; $2l$ – общее число измерений ($n \leq l \leq N$), используемых при оценивании $l + n - 1$ неизвестных параметров $x(j)$.

В матричной форме $Y = AX + W$ имеем

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(l) \\ y'(1) \\ \dots \\ y'(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(1) & \dots & \alpha(n) & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \alpha(1) & \dots & \alpha(n) \\ \beta(1) & \dots & \beta(n) & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \beta(1) & \dots & \beta(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \dots \\ x(l+n-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w(1) \\ \dots \\ w(l) \\ w'(1) \\ \dots \\ w'(l) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $A - 2l \times (l + n - 1)$ -матрица коэффициентов ДНА.

Так как система (6) в силу случайных составляющих W в общем случае несовместна, то ее решение заменяется решением оптимизационной задачи

$$\|W\|^2 = \|Y - AX\|^2 = (Y - AX)^T(Y - AX) \rightarrow \min, \quad X \in R^{l+n-1},$$

т. е. находится как решение стандартного метода наименьших квадратов (МНК) в матричной форме из необходимого условия существования экстремума функции $\|W\|^2 = \varphi(X)$:

$$\partial \|W\|^2 / \partial X = 2(Y - AX)^T(-A) = 0^T \Leftrightarrow A^T(Y - AX) = 0 \Leftrightarrow (A^T A)X = A^T Y,$$

что приводит к линейной структуре вектора оценок \hat{X} параметров X :

$$\hat{X} = HY, \quad H = (A^T A)^{-1} A^T, \quad (7)$$

где H – матрица весовых коэффициентов, вычисляемая заранее при условии невырожденности матрицы $A^T A$.

Результат (7) в случае гауссовских ошибок W совпадает с методом максимального правдоподобия, и точность оценивания X по формуле (7) характеризуется ковариационной матрицей ошибок оценивания $\Delta \hat{X} = \hat{X} - X$: $K_{\Delta \hat{X}} = \sigma_w^2 (A^T A)^{-1}$, диагональные элементы которой представляют дисперсии несмещенных оценок $\hat{x}(1), \hat{x}(2), \dots, \hat{x}(l + n - 1)$, причем наименьшую дисперсию в составе матрицы $K_{\Delta \hat{X}}$, вычисленной на основе коэффициентов ДНА, имеет центральная оценка $\hat{x}(k)$, где $k = (l + n)/2$.

Плохая обусловленность матрицы $A^T A$ преодолевается введением параметра регуляризации δ (например, $\delta = 0,1$):

$$\hat{X} = (\delta I + A^T A)^{-1} A^T Y,$$

где I – единичная матрица размера $(l + n - 1) \times (l + n - 1)$. При обращении матрицы $A^T A$ удобно использовать рекуррентный алгоритм [4]:

$$B_k = B_{k-1} - B_{k-1} a_k a_k^T B_{k-1} / (1 + a_k^T B_{k-1} a_k), \quad k = 1, 2, \dots, l + n - 1,$$

$$B_{l+n-1} = (A^T A)^{-1},$$

при начальном условии $B_0 = \gamma I, \gamma = 1/\delta$.

Восстановление изображений методом минимизации среднего квадрата ошибки оценивания для линейной структуры оценки. В рамках одного из классических подходов [5] решение задачи восстановления поля $x(i, j)$ сводится к поточечному оцениванию параметров $x(j)$ по критерию минимума среднего квадрата ошибки $\Delta \hat{x} = \hat{x}(j) - x(j)$ при заданной линейной структуре оценки

$$\hat{x}(j) = \sum_{k=1}^L \sum_{j_1=-l}^l h_k(j_1) y_k(j + j_1), \quad (8)$$

где $L=1$ или $L=2$; $2l+1$ – число измерений, используемых при оценивании параметра $x(j)$; $y_k(j)$ – измерения, подчиненные модели (2).

Подобные подходы известны (например, [6]) при восстановлении оптических полей.

Искомые весовые коэффициенты $h_k(j)$, $j = \overline{-l, l}$, $k = \overline{1, L}$, находятся из решения оптимизационной задачи

$$E[(\Delta\hat{x}(j))^2] = E[(\hat{x}(j) - x(j))^2] \rightarrow \min,$$

где E – символ осреднения. При этом учитываются равенства (2), (8) и нормированные автокорреляционные функции $\rho_x(\Delta j)$, $\rho_w(\Delta j)$ последовательностей $x(j)$, $w(j)$, $j=1, 2, \dots, N$. Число измерений $2l+1$, равное числу весовых коэффициентов, разумно принять не меньше числа оцениваемых параметров $2l+1 \geq 2m+1$, а в случае некоррелированности $x(j)$ по j – равным числу параметров $2l+1=2m+1=n$, так как согласно (2) все измерения $y_k(j+j_1)$, $j_1 = \overline{-m, m}$, включают в себя оцениваемый параметр $x(j)$.

Весовые коэффициенты $h_k(j_1)$ находятся из необходимого условия существования экстремума

$$\partial E[(\Delta\hat{x}(j))^2] / \partial h_q(i) = 0, \quad i = \overline{-l, l}, \quad q = \overline{1, L},$$

или

$$2E[(\hat{x}(j) - x(j))\partial\hat{x}(j)/\partial h_q(i)] = 0, \quad \partial\hat{x}(j)/\partial h_q(i) = y_q(j+i), \quad i = \overline{-l, l}, \quad q = \overline{1, L},$$

которое после подстановки (8) представляет систему $L(2l+1)$ уравнений с $L(2l+1)$ неизвестными весовыми коэффициентами:

$$\sum_{k=1}^L \sum_{j_1=-l}^l h_k(j_1) E[y_k(j+j_1)y_k(j+i)] = E[x(j)y_q(j+i)], \quad i = \overline{-l, l}, \quad q = \overline{1, L}. \quad (9)$$

После подстановки (2) в (9) получается система

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^L \sum_{j_1=-l}^l h_k(j_1) E \left[\left(\sum_{i_1=-l}^l \alpha_k(i_1) x(j+j_1+i_1) + w(j+j_1) \right) \times \right. \\ & \quad \left. \times \left(\sum_{i_2=-l}^l \alpha_k(i_2) x(j+i+i_2) + w(j+i) \right) \right] = \\ & = E \left[x(j) \left(\sum_{i_2=-l}^l \alpha_q(i_2) x(j+i+i_2) + w(j+i) \right) \right], \quad i = \overline{-l, l}, \quad q = \overline{1, L}, \end{aligned}$$

которая с учетом независимости $x(j)$ от $w(j)$ и равенств:

$$E[x(j+j_1+i_1)x(j+i+i_2)] = K_X(j_1+i_1-i-i_2),$$

$$E[w(j+j_1)w(j+i)] = K_W(j_1-i), \quad E[x(j)x(j+i+i_2)] = K_X(i+i_2)$$

после деления уравнений на $K_X(0)$ в предположении $K_X(0) = \text{const}$ для стационарных полей принимает вид

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^L \sum_{j_1=-l}^l h_k(j_1) \left(\sum_{i_1=-l}^l \sum_{i_2=-l}^l \alpha_k(i_1) \alpha_k(i_2) \rho_X(j_1+i_1-i-i_2) + \rho_W(j_1-i) \right) = \\ = \sum_{i_2=-l}^l \alpha_q(i_2) \rho_X(i+i_2), \quad i = \overline{-l, l}, \quad q = \overline{1, L}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\rho_X(\Delta j)$, $\rho_W(\Delta j)$ – нормированные автокорреляционные функции: $\rho_X(\Delta j) = \exp[-k_1(\Delta j)^2]$, $\rho_W(\Delta j) = a \exp[-k_2(\Delta j)^2]$; a – параметр, подбираемый с учетом ожидаемых свойств поля отражения; k_1, k_2 – задаваемые коэффициенты. В случае некоррелированности $x(j)$ или $w(j)$ имеем:

$$\rho_X(\Delta j) = 1, \quad \rho_W(\Delta j) = a, \quad \text{если } \Delta j = 0,$$

или

$$\rho_X(\Delta j) = 0, \quad \rho_W(\Delta j) = 0, \quad \text{если } \Delta j \neq 0.$$

Проверка несмещенности оценки $\hat{x}(j)$ параметра $x(j)$, найденной в соответствии с (8), (10), в частном случае может быть выполнена следующим образом. Осреднение (8) с учетом (2) приводит к выражению

$$E[\hat{x}(j)] = \sum_{k=1}^L \sum_{j_1=-l}^l h_k(j_1) \sum_{j_2=-m}^m \alpha_k(j_2) E[x(j+j_1+j_2)],$$

которое в случае $E[x(j+i)] = c = \text{const}$, $i = \overline{-(l+m), (l+m)}$, на промежутке оценивания для несмещенной оценки $E[\hat{x}(j)] = E[x(j)] = c$ дает следующее условие нормировки (необходимое и достаточное условие несмещенности оценок для стационарных полей):

$$a = \sum_{k=1}^L \sum_{j_1=-l}^l h_k(j_1) \sum_{j_2=-m}^m \alpha_k(j_2) = 1.$$

Если $a \neq 1$, то весовые коэффициенты следует пересчитать по формуле $h_k^*(j) = h_k(j)/a$, $j = \overline{-l, l}$, $k = \overline{1, L}$.

Несмотря на сравнительную простоту и удобство реализации, алгоритм (8) восстановления поля $x(i, j)$ имеет определенные ограничения. Одним из таких ограничений является предположение о стационарности случайной последовательности $x(j)$ в пределах промежутка оценивания, что не характерно для РЛ-сигналов отражения, амплитуда которых резко меняется при переходе от изображения фона к изображению объектов. Другим ограничением является сглаживающее свойство оценок (8) (как следствие структуры (8)), которое в случае быстро меняющихся процессов $x(j)$ приводит к уменьшению точности восстановления $x(j)$.

Более чувствительным к изменению оцениваемых параметров является рекуррентный алгоритм, рассматриваемый далее.

Восстановление изображений методом минимизации суммы квадратов ошибок оценивания для калмановской модели. Корреляционные свойства искомой последовательности $x(j)$, $j = \overline{1, N}$, можно задать стохастическим разностным уравнением типа калмановской модели изменения состояния:

$$x(j) = ax(j-1) + bv(j), \quad j = \overline{1, N+m}, \quad (11)$$

где a и b – параметры, определяющие корреляционные характеристики последовательности $x(j)$, начальный элемент которой $x(0)$ распределен по нормальному закону с математическим ожиданием m_X и дисперсией σ_X^2 : $x(0) \in N(m_X, \sigma_X^2)$, причем в случае отсутствия априорной информации можно положить $m_X = 0$; $v(j)$ – последовательность случайных некоррелированных величин, моделирующих непредвиденные изменения состояния, которые распределены по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией σ_V^2 : $v(j) \in N(0, \sigma_V^2)$.

Для приведения выражений (11), (2) к стандартной калмановской модели проводится обобщение [7] на случай L -канальных измерений. Вводятся в рассмотрение следующие векторы и матрицы:

- n -вектор состояния $X(j) = (x(j-m), \dots, x(j), \dots, x(j+m))^T$, $n = 2m+1$;
- n -вектор случайных составляющих $V(j) = (v(j-m), \dots, v(j), \dots, v(j+m))^T$;
- L -вектор $W(j) = (w_k(j), k = \overline{1, L})^T = (w_1(j), \dots, w_L(j))^T$ гауссовских ошибок измерения с ковариационной $(L \times L)$ -матрицей R_W ;
- L -вектор измерений $Y(j) = (y_k(j), k = \overline{1, L})^T = (y_1(j), \dots, y_L(j))^T$, $L = 1$ или $L = 2$;
- $n \times n$ -матрицы A и B , включающие параметры a и b , и $L \times n$ -матрица H коэффициентов ДНА:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & b \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} \alpha_1(-m) & \dots & \alpha_1(0) & \dots & \alpha_1(m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_L(-m) & \dots & \alpha_L(0) & \dots & \alpha_L(m) \end{bmatrix}.$$

Тогда уравнение изменения состояния (11) и модель измерений (2) принимают вид векторно-матричных уравнений

$$X(j) = AX(j-1) + BV(j), \quad j = \overline{1, N}; \quad Y(j) = HX(j) + W(j), \quad j = \overline{1, N}. \quad (12)$$

В рамках полученной калмановской модели (12) задача восстановления $x(j)$, $j = \overline{1, N}$, сводится к нахождению в каждой i -й строке последовательности $\hat{X}(j)$, $j = \overline{1, N}$, калмановских оценок вектора состояния $X(j)$, обеспечивающих минимум условного среднего (при фиксированных наблюдениях) суммарного квадрата ошибок оценивания $\Delta\hat{x}(j) = \hat{x}(j) - x(j)$:

$$E \left[\left\| \hat{X}(j) - X(j) \right\|^2 / Y(1), Y(2), \dots, Y(j) \right] \rightarrow \min, \quad j = \overline{1, N}, \quad (13)$$

где

$$\left\| \hat{X}(j) - X(j) \right\|^2 = (\hat{X}(j) - X(j))^T (\hat{X}(j) - X(j)) = \sum_{i=-m}^m (\hat{x}(j+i) - x(j+i))^2.$$

При линейных гауссовских моделях (12) условная плотность распределения $f(X(j)/Y(1), \dots, Y(j))$ является гауссовской с ковариационной матрицей $P(j) = E[(\hat{X}(j) - X(j))(\hat{X}(j) - X(j))^T / Y(1), Y(2), \dots, Y(j)]$ и условным средним $\hat{X}(j) = E[X(j)/Y(1), \dots, Y(j)]$, которое в этом случае совпадает с калмановской оценкой $\hat{X}(j)$, обеспечивающей минимум (13). В этом случае последовательность несмещенных калмановских оценок $\hat{X}(j)$, $j = \overline{1, N}$, принимает следующий стандартный вид (например, [5]):

$$\hat{X}(j) = A\hat{X}(j-1) + Q(j)(Y(j) - HA\hat{X}(j-1)), \quad j = \overline{1, N}, \quad (14)$$

где $Q(j)$ – $n \times L$ -матрица коэффициентов усиления калмановского алгоритма: $Q(j) = (Q_1(j), \dots, Q_L(j))$, $Q_k(j) = (q_k(-m, j), \dots, q_k(0, j), \dots, q_k(m, j))^T$, $k = \overline{1, L}$, вычисляемая на j -м шаге по формуле

$$Q(j) = P(j/j-1)H^T (HP(j/j-1)H^T + R_w)^{-1}$$

на основе априорной ковариационной матрицы

$$P(j/j-1) = AP(j-1)A^T + \sigma_v^2 BB^T$$

Здесь $P(j-1)$ – апостериорная $n \times n$ -ковариационная матрица, вычисленная на предыдущем $(j-1)$ -м шаге и далее уточняемая по формуле

$$P(j) = (I - Q(j)H)P(j/j-1).$$

Начальные условия устанавливаются следующим образом. Начальный вектор оценок $\hat{X}(0)$ определяется как среднее априорное на основе модели (11) при $b = 0$:

$$\hat{X}(0) = E[0, \dots, 0, x(0), x(1), \dots, x(m)]^T = m_x [0, \dots, 0, 1, a, a^2, \dots, a^m]^T$$

Начальная матрица $P(0)$ задается как $n \times n$ -ковариационная матрица вектора $X(0)$:

$$P(0) = E[X(0)X^T(0)] = E[x^2(0)] \begin{bmatrix} Q_{m,m} & Q_{m,m+1} \\ Q_{m+1,m} & P_{m+1,m+1} \end{bmatrix},$$

где

$$P_{m+1,m+1} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 & \dots & a^m \\ a & a^2 & a^3 & a^4 & \dots & a^{m+1} \\ a^2 & a^3 & a^4 & a^5 & \dots & a^{m+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a^m & a^{m+1} & a^{m+2} & a^{m+3} & \dots & a^{2m} \end{bmatrix};$$

$Q_{m,m}$ – нулевая $m \times m$ -матрица; $E[x^2(0)] = \sigma_X^2 + m_X^2$.

В качестве оценки $\hat{x}(j)$ на каждом j -м шаге ($j=1, 2, \dots, N$) берется центральный элемент $\hat{x}(j)$ вектора $\hat{X}(j) = (\hat{x}(j-m), \dots, \hat{x}(j), \dots, \hat{x}(j+m))^T$.

При $m=0$ алгоритм (14) переходит в обычный калмановский фильтр.

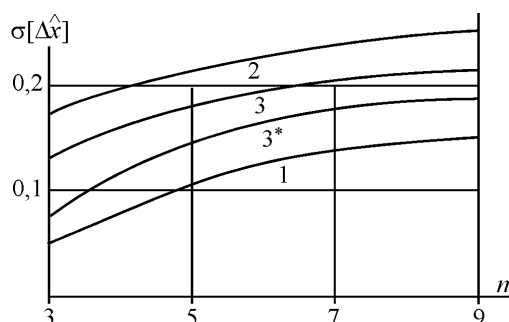
Рекуррентное оценивание при соответствующем выборе параметров a и b модели (11) оказывается более чувствительным к последним измерениям $Y(j)$, чем (8), что важно при восстановлении (обнаружении) резко меняющихся амплитуд сигналов отражения от объектов. Вместе с тем рекуррентный алгоритм зависит от выбора параметров a, b и обладает (хотя и в меньшей степени, чем (8)) сглаживающими свойствами.

Для компенсации сглаживающих свойств рассмотренных алгоритмов при восстановлении последовательности амплитуд сигналов отражения от объектов целесообразно полученные оценки $\hat{x}(j)$, $j=1, \overline{N}$, подвергать операциям повышения контрастности типа кусочно-постоянной аппроксимации, например использовать рекуррентный фильтр нулевого порядка для запоминания последних средних значений $\bar{x}(n)$ амплитуд, вычисленных по формуле

$$\bar{x}(k+1) = \bar{x}(k) + (\hat{x}(j) - \bar{x}(k)) / (k+1), \quad k = \overline{1, n},$$

причем переход от одного участка аппроксимации к другому осуществляется в моменты превышения модуля невязок порога α : $|\hat{x}(j) - \bar{x}(n)| > \alpha$. Возможно применение других методик.

Результаты моделирования. На рисунке представлены характеристики точности восстановления поля отражения: зависимости среднеквадратической ошибки (СКО) оценивания (восстановления) поля $\sigma[\Delta\hat{x}(j)]$, где $\Delta\hat{x}(j) = \hat{x}(j) - x(j)$, от числа n делений ДНА при амплитуде $A=1$ и СКО помехи $\sigma_W = 0,1$, полученные путем моделирования РЛ-изображений объектов на фоне подстилающей поверхности по данным суммарного и разностного каналов, близким к натурным данным, для следующих алгоритмов: зависимость 1 – алгоритм (7) МНК решения систем уравнений для двухканальных измерений с рекуррентным обращением матрицы (параметр регуляризации $\delta=0,1$); зависимость 2 – алгоритм (8) минимизации среднего квадрата ошибки оценивания с конечной памятью; зависимость 3 – рекуррентный



(калмановский) алгоритм (14) минимизации суммарного квадрата ошибки оценивания и 3^* – этот же алгоритм с повышением контрастности.

Результаты моделирования (см. рисунок) показывают, что алгоритм 1 дает наиболее точные оценки \hat{X} параметров X , но требует информации по двум каналам измерения. Рекуррентный алгоритм 3^* хорошо приспособлен для работы с одним суммарным каналом (использование данных второго разностного канала для алгоритмов 2, 3 и 3^* не дает существенного увеличения точности).

При оценке повышения разрешающей способности по результатам моделирования можно исходить из следующих соображений. Точность восстановления поля $\sigma[\Delta\hat{x}]$ для алгоритма 3^* соизмерима с уровнем помех σ_W : $\sigma[\Delta\hat{x}] < 1,0 - 1,5\sigma_W$ при числе делений ДНА (элементов дискретизации) $n = 3 - 5$, а для алгоритма 1 – при $n = 7 - 9$ (при дальнейшем увеличении n или уменьшении размера элемента дискретизации идет установившийся процесс), т. е. исходя из рисунка разрешающая способность повышается в 5 раз для одного суммарного канала или в 7–9 раз для суммарного и разностного каналов, элемент разрешения составляет 1/5 или 1/7–1/9 ширины ДНА соответственно. Этот вывод подтверждался также при моделировании работы алгоритма 3^* с реальными РЛ-изображениями двух объектов по данным суммарного канала. При этом разрешающая способность $\Delta\varphi_p$ оценивалась как минимальное относительное угловое расстояние по азимуту $\Delta\varphi_{\min}$ между объектами, при котором они различались на изображении: $\Delta\varphi_p = \Delta\varphi_{\min} / \Delta\varphi$, где $\Delta\varphi$ – ширина ДНА.

Заключение. Предложенные методы, являющиеся одним из направлений восстановления радиолокационных изображений, могут найти применение при разработке бортовых радиолокационных систем наблюдения за поверхностью (или воздушной обстановкой) в координатах «азимут – дальность» в режиме последовательного смещения реального луча РЛС по азимуту, что дает возможность повысить в несколько раз разрешающую способность РЛС по азимуту. Данная методика после некоторых модификаций может быть использована при совместном повышении разрешающей способности РЛС по азимуту и углу места в заданном диапазоне дальности, а также для устранения пространственных смазываний изображений. При этом повышается качество изображения, необходимое для последующего решения задачи его распознавания [8].

Другое направление решения задачи восстановления РЛ-изображений при повышении разрешающей способности РЛС по азимуту основано на элементах распознавания с учетом информации о форме последовательно-

сти амплитуд сигналов отражения от объектов. Это приводит к построению достаточно простых и надежных алгоритмов восстановления поля $x(i, j)$ путем обнаружения и восстановления последовательностей амплитуд сигналов отражения от объектов в реальном масштабе времени. Данные алгоритмы представлены отдельной публикацией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Клочко В. К., Мойбенко В. И.** Концепция пространственно-временной обработки радиолокационных изображений поверхности на базе бортовых РЛС с электронным сканированием // Радиопромышленность. 2001. № 3. С. 10.
2. **Антипов В. Н., Горяинов В. Т., Кулин А. Н. и др.** Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны /Под ред. В. Т. Горяинова. М.: Радио и связь, 1988.
3. **Васьков С. Т., Ефимов В. М., Резник А. Л.** Быстрая цифровая реконструкция сигналов и изображений по критерию минимума энергии //Автометрия. 2003. **39**, № 4. С. 13.
4. **Чураков Е. П.** Математические методы в экономике: Учебн. пособие. М.: Финансы и статистика, 2004.
5. **Сейдж Э., Мелс Дж.** Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер. с англ. /Под ред. Б. Р. Левина. М.: Связь, 1976.
6. **Грузман И. С.** Двухэтапное восстановление дефокусированных изображений // Автометрия. 1997. № 2. С. 93.
7. **Ильин М. Е., Новиков А. И., Фатьянов С. О., Чураков Е. П.** Математическое обеспечение задач интерпретации результатов косвенных измерений в спектроскопии // Электронное моделирование. 1991. № 2. С. 81.
8. **Клочко В. К., Курилкин В. В., Шейнина И. В.** Сравнительный анализ алгоритмов распознавания радиолокационных изображений объектов по данным бортовой РЛС // Радиотехника. 2003. № 12. С. 3.

*Рязанская государственная
радиотехническая академия,
E-mail: VM@RGRTA.RYAZAN.RU*

*Поступила в редакцию
5 января 2004 г.*