

Г. А. Французова

(Новосибирск)

**ДВУХКОНТУРНЫЕ СИСТЕМЫ
ЭКСТРЕМАЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ
С ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИЕЙ
ДИНАМИЧЕСКОЙ ЧАСТИ**

Обсуждается задача синтеза систем экстремального регулирования для класса объектов с нелинейной нестационарной динамической частью и статической функцией качества. Предлагается организовать двухконтурное управление, когда внутренняя подсистема включает в себя динамическую часть объекта, а внешняя – статическую экстремальную характеристику. Во внутреннем контуре используется регулятор, основанный на методе локализации, что позволяет предварительно стабилизировать процессы в динамической части системы, а при синтезе внешнего контура учитывать только равновесное значение внутреннего. Применение адекватной оценки градиента в совокупности с интегральным законом управления для внешней подсистемы дает возможность организовать движение к экстремуму с заданным динамическим качеством. Показано, что свойства подобных систем экстремального регулирования не зависят от влияния нестационарных параметров объекта и действия неконтролируемых внешних возмущений.

Введение. В современной теории управления выделяется проблема синтеза автоматических систем в условиях неполной информации о переменных параметрах объекта и внешних возмущающих воздействиях. Она является сложной в теоретическом плане, но в то же время часто встречается в практических приложениях.

В ситуации, когда модель технического объекта можно представить в виде совокупности динамической части и функции качества с явно выраженным экстремумом, необходимо создавать специальные автоматические системы, которые принято называть системами экстремального регулирования [1–3]. Подобные системы в процессе функционирования должны обеспечивать достижение минимума или максимума функции качества при недостаточной априорной информации о характере ее изменений, а также стабилизацию относительно найденной точки экстремума.

Принципы экстремального регулирования используются, например, в системах поворота лопастей гидравлических турбин и ветряных мельниц, в рудоизмельчении и устройствах переработки сырья на обогащительных предприятиях, в реактивных двигателях, химических реакторах, где выход гото-

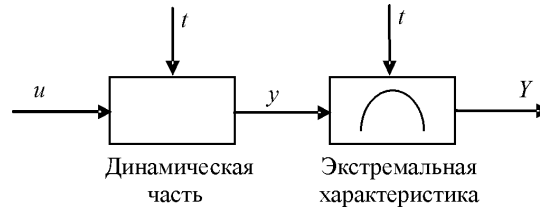


Рис. 1. Функциональная схема экстремального объекта

вого продукта зависит от температуры пара, качества поступающего сырья, активности катализатора и т. д.

Одно из первых упоминаний об экстремальных регуляторах содержится в работе [4], но широкую известность они приобретают в середине 20-го века [1, 5–8]. Наиболее распространенными являются шаговые экстремальные системы [1, 2], системы поиска экстремума с динамическим компенсатором [9], а также системы с пропорциональным градиенту закону управления [2]. Однако они позволяют решить задачу синтеза, как правило, для простых динамических объектов, поведение которых с достаточной точностью соответствует линейной модели.

Цель данной работы – показать возможность синтеза системы экстремального регулирования в условиях действия неконтролируемых внешних возмущений и неопределенности параметров объекта. В отличие от рассмотренного ранее варианта формирования управляющего воздействия [10] в представленной работе предлагается использовать метод локализации [11, 12] для обеспечения желаемой динамики во внутреннем контуре, который включает в себя динамическую часть объекта. Во внешнем контуре на основе информации о градиенте статической функции качества организуется движение к экстремуму.

Содержание работы составляют рекомендации по выбору параметров регуляторов внутреннего и внешнего контуров управления. Основные свойства предложенного типа систем экстремального регулирования иллюстрирует пример численного моделирования.

Постановка задачи. Будем рассматривать одноканальные объекты, динамическая часть и экстремальная характеристика которых соединены последовательно (рис. 1).

Описание динамической части объекта имеет вид

$$y^{(n)} = f(t, y, \dots, y^{(n-1)}) + b(t, y, \dots, y^{(n-1)})u, \quad (1)$$

где $u \in R^1$ – управляющее воздействие, причем ресурс управления объекта ограничен, $|u| \leq u_{\max}$; $y \in \Omega_y \subset R^1$ – выходная переменная динамической части; Ω_y – область ее допустимых значений. Нелинейные функции $f(\cdot)$ и $b(\cdot)$ непрерывны и дифференцируемы, их параметры могут быть известны не точно кроме границ изменения:

$$|f(\cdot)| \leq f_{\max}, \quad 0 < b_{\min} \leq |b(\cdot)| \leq b_{\max} \quad \forall \{y \in \Omega_y, t \in [0, \infty)\}.$$

Скалярная статическая экстремальная характеристика отражает показатель качества работы, ее упрощенная модель имеет следующий вид:

$$Y = Y_0(t) + q(t)(y + y_0(t))^2, \quad (2)$$

где $Y_0(t)$ и $y_0(t)$ отражают вертикальный и горизонтальный дрейфы экстремума соответственно. Полагаем, что $q(t)$ изменяется медленно в ограниченном диапазоне, $q_{\min} \leq q(t) \leq q_{\max}$, а скорость дрейфа экстремума на порядок меньше скорости основных переходных процессов в динамической части объекта.

Целью функционирования системы является автоматическое определение точки экстремума $\{y_0; Y_0\}$ и стабилизация в ней системы с помощью управляющего воздействия. Учет взаимосвязи между переменными y и Y позволяет переформулировать исходную задачу следующим образом [10]: для объекта (1), (2) необходимо определить такое управление, которое обеспечит выполнение свойства

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_0 \quad (3)$$

с заданными требованиями по статике и динамике. Следовательно, проблема синтеза экстремальной системы сводится к задаче стабилизации относительно заранее неизвестного значения y_0 , соответствующего точке экстремума. При этом можно использовать все известные методы синтеза систем управления для нелинейных нестационарных динамических объектов. Специфика проектирования экстремальной системы должна быть отражена в форме задания требований к качеству процесса выхода на экстремум и предполагает использование информации о градиенте выходной характеристики $G = \partial Y / \partial y$.

Двухконтурная система экстремального регулирования. Для решения поставленной задачи организуем двухконтурное управление (рис. 2), в котором внутренний контур включает в себя динамическую часть объекта (ДЧ), а внешний – его экстремальную характеристику (ЭХ). Первый регулятор (P_1) обеспечивает предварительную стабилизацию во внутреннем контуре системы, причем этот процесс должен происходить существенно быстрее, чем организованный с помощью второго регулятора (P_2) поиск экстремума функции качества во внешнем контуре управления. Движение к экстремуму осуществляется на основе информации о градиенте G , для оценки которого используем специальное устройство оценки частной производной (УОЧП).

Поскольку параметры динамической части объекта известны неточно, адекватным методом синтеза регулятора внутреннего контура является

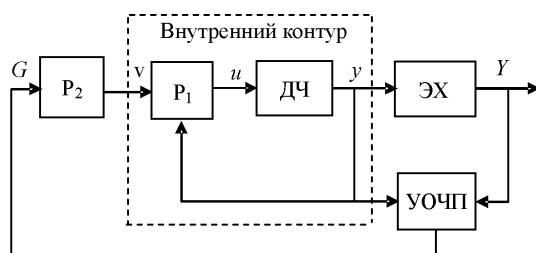


Рис. 2. Функциональная схема двухконтурной системы

метод локализации [11, 12], согласно которому организуем следующий алгоритм управления:

$$u = k[F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v) - y^{(n)}], \quad (4)$$

где k – коэффициент усиления регулятора; функция $F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v)$ отражает требования к динамике внутреннего контура и формируется в виде желаемого уравнения

$$y^{(n)} = F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v) \quad (5)$$

($v \in R^1$ – управляющее воздействие внешнего контура системы (см. рис. 2)).

Свойства внутренней системы. Модель внутренней замкнутой системы получим в результате подстановки алгоритма управления (4) в уравнение динамической части (1):

$$y^{(n)} = f(\cdot) + b(\cdot)k[F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v) - y^{(n)}].$$

После несложных преобразований запишем это уравнение в форме

$$y^{(n)} = \frac{f(\cdot)}{1 + b(\cdot)k} + \frac{b(\cdot)k}{1 + b(\cdot)k} F(\cdot). \quad (6)$$

С увеличением коэффициента регулятора в асимптотике при $k \rightarrow \infty$ выражение (6) вырождается в уравнение желаемой динамики (5), т. е.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y^{(n)} = F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v). \quad (7)$$

Отметим, что в реальной ситуации при конечном коэффициенте регулятора k это свойство выполняется со следующей погрешностью:

$$\Delta = F(\cdot) - y^{(n)} = \frac{F(\cdot) - f(\cdot)}{1 + b(\cdot)k}. \quad (8)$$

При заданной величине погрешности Δ^* из условия $\Delta \leq \Delta^*$ с учетом (8) можно определить численные значения коэффициента k [13].

Таким образом, использование алгоритма управления (4) с соответствующим значением коэффициента k позволяет с требуемой точностью обеспечить инвариантность процессов во внутреннем контуре к неконтролируемым внешним возмущениям и нестационарным параметрам динамической части объекта. При этом в качестве модели внутреннего контура системы можно рассматривать желаемое уравнение (5).

Специфика исследуемого класса экстремальных объектов заключается в том, что процессы в динамической части протекают существенно быстрее, чем изменение во времени экстремальной характеристики. Используем этот факт при формировании желаемого уравнения (5) для внутреннего контура. Будем задавать $F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, v)$ в виде линейного дифференциального уравнения [12], параметры которого выбираем так, чтобы искусственно

ускорить процессы во внутреннем контуре системы по отношению к внешнему:

$$\mu^n y^{(n)} + \mu^{n-1} c_n y^{(n-1)} + \dots + \mu c_2 \dot{y} + c_1 y = c_1 v, \quad (9)$$

где μ характеризует быстродействие внутреннего контура.

Внешний контур управления. Во внешнем контуре сформируем интегральный закон управления

$$\dot{v} = -\alpha G, \quad (10)$$

где α – коэффициент усиления регулятора, $\alpha > 0$. Поскольку известно аналитическое описание экстремальной характеристики (2), запишем выражение для градиента:

$$G = 2q(y + y_0),$$

с учетом которого представим (10) в форме

$$\dot{v} = -2\alpha q(y + y_0). \quad (11)$$

Так как внутренний контур с моделью (9) является объектом управления для регулятора (11), полное описание экстремальной системы принимает вид

$$\begin{cases} \mu^n y^{(n)} + \mu^{n-1} c_n y^{(n-1)} + \dots + \mu c_2 \dot{y} + c_1 y = c_1 v; \\ \dot{v} = -2\alpha q(y + y_0). \end{cases} \quad (12)$$

При достаточно малом μ уравнения (12) соответствуют системе с разделяемыми движениями, когда «быстрые» процессы возникают во внутреннем контуре. Эти процессы описываются желаемым дифференциальным уравнением (9) и априори устойчивы, а равновесное состояние быстрых движений определяет выражение

$$y = v,$$

т. е. в статике внутренний контур (см. рис. 2) вырождается в единичный коэффициент усиления. В соответствии с теоремами метода разделения движений [11, 14] динамику системы (12) определяет подсистема медленных движений, которая описывается линейным дифференциальным уравнением первого порядка (11). Определим для нее уравнение статики:

$$y = y_0. \quad (13)$$

Как видим, положение равновесия (13) согласно условию (3) и есть искомая точка экстремума. Следовательно, двухконтурная система регулирования (см. рис. 2) обеспечивает автоматическое движение к экстремуму с требуемой точностью, а ее динамические свойства определяет «эквивалентная» линейная система (11).

Таким образом, синтез нелинейной системы экстремального регулирования сводится к расчету эквивалентной линейной системы стабилизации (11), структурная схема которой изображена на рис. 3. Особенность эквивалентной системы стабилизации заключается в наличии заранее неизвестного предписанного значения y_0 .

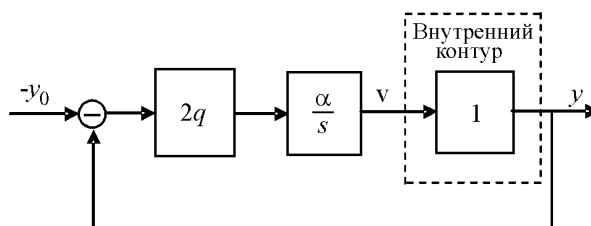


Рис. 3. Схема эквивалентной экстремальной системы

Расчет регуляторов. Соотношение для расчета коэффициентов регуляторов получим на основе условия разделимости движений [12, 14] во внутреннем и внешнем контурах управления. С этой целью согласно (9) определим обобщенный корень характеристического уравнения внутренней подсистемы:

$$\Omega_1 = \mu^{-1} \sqrt[n]{c_1},$$

а по характеристическому уравнению эквивалентной системы (11) вида

$$s + 2\alpha q = 0$$

найдем максимальное значение соответствующего обобщенного корня:

$$\Omega_2 = 2\alpha q_{\max}. \quad (14)$$

Выполнение условия разделимости движений

$$\frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\mu^{-1} \sqrt[n]{c_1}}{2\alpha q_{\max}} \geq D \quad (15)$$

гарантирует разделение по темпам процессов во внешнем и внутреннем контурах управления. Здесь D – требуемая степень разделения процессов во внутреннем и внешнем контурах управления (на практике обычно достаточно обеспечить $D \approx 10$).

Процедура расчета параметров регуляторов (4) и (10) сводится к следующему:

1. Исходя из требуемой длительности процесса выхода на экстремум выбирается желаемое значение корня характеристического уравнения эквивалентной системы Ω_2^* .

2. По соотношению (14) вычисляется значение коэффициента регулятора внутреннего контура α для наихудшей ситуации (при $q = q_{\max}$).

3. Из условия (15) при $D \approx 10$ определяется обобщенный корень внутреннего контура системы и вычисляется μ .

4. Дифференциальное уравнение вида (9) формируется таким образом, чтобы соответствующие ему процессы имели перерегулирование $\sigma \leq 20\%$.

5. Коэффициент регулятора внутреннего контура рассчитывается по выражению (8), т. е. из условия требуемой точности обеспечения желаемого уравнения. Однако в большинстве практических ситуаций достаточно обеспечить выполнение эмпирического соотношения $b_{\min} k \geq 20$.

Реализация двухконтурной системы. Реализация алгоритмов управления внутреннего (4) и внешнего (10) контуров предполагает возможность непрерывной оценки производных и градиента. С этой целью используем обычный для систем, основанных на методе локализации, дифференцирующий фильтр [11, 12], модель которого запишем в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\mu_1^n z^{(n)} + \mu_1^{n-1} d_n z^{(n-1)} + \dots + \mu_1 d_2 \dot{z} + z = y, \quad (16)$$

а также специальное устройство оценки частной производной [12, 13], уравнения которого имеют вид

$$\begin{cases} \mu_2 \dot{Y}_m = (Y - Y_m) |\dot{z}|; \\ G_m = \mu_2^{-1} (Y - Y_m) \text{sign}(\dot{z}). \end{cases} \quad (17)$$

Здесь μ_1 и μ_2 – малые параметры, отражающие скорость процессов в дифференцирующих устройствах; $z, \dot{z}, \dots, z^{(n)}$ – оценки выходной переменной динамической части и ее производных; Y_m и \dot{Y}_m – оценки функции качества и ее полной производной соответственно; G_m – оценка градиента, для получения которой следует обеспечить условие $\mu_1 \ll \mu_2$.

Использование дифференцирующих устройств (16) и (17) с малыми инерционностями порождает дополнительные разнотемповые процессы, процедура выделения которых аналогична [15]. Таким образом, в системах с предварительной стабилизацией динамической части может возникать до четырех видов разнотемповых движений. Сверхбыстрые процессы обусловлены наличием дифференцирующего фильтра, быстрые движения возникают во внутреннем контуре системы, среднетемповые процессы соответствуют оценке градиента, а медленные – процессу поиска экстремума. Описание отдельных составляющих движения сведено к линейным и квазилинейным моделям, что позволило для их анализа применять аппарат линейной теории управления.

Параметры практически реализуемых дифференцирующих устройств следует выбирать с учетом требуемой степени разделения процессов (D) по соотношениям

$$\mu_1^{-1} \approx D \mu^{-1} \sqrt[n]{c_1}; \quad \mu_2^{-1} \approx 2\alpha q_{\max} D, \quad (18)$$

которые наряду с (15) следует учитывать при синтезе двухконтурной системы экстремального регулирования.

П р и м е р. Рассмотрим в качестве примера модель объекта вида

$$\begin{cases} \dot{y} = 1 - y + \beta e^{-\gamma/y} + u; \\ Y = q(y - y_0)^2. \end{cases}$$

Параметры β и γ произвольным образом изменяются от процесса к процессу в диапазонах $80 \leq \beta \leq 150$ и $10 \leq \gamma \leq 20$; задан коэффициент функции качества $q = 0,5$. Начальное значение управляемой переменной $y(0) = 2$. Поло-

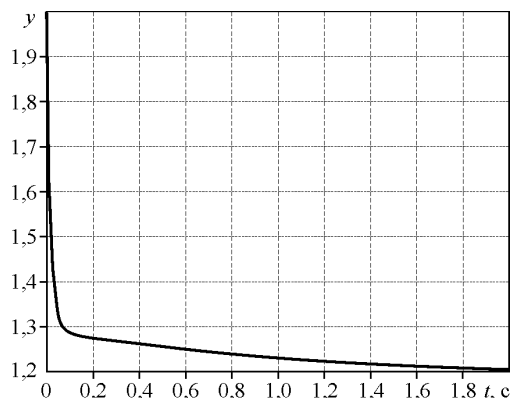


Рис. 4. Иллюстрация движения к экстремуму

жение экстремума определяют значения $\{y_0 = 1,2; Y_0 = 0\}$, а движение к нему должно осуществляться за время $t_n \leq 2$.

В соответствии с требуемой длительностью процессов во внешнем контуре определим численные значения параметров регуляторов: $\alpha = 1,5; k = 20$. Желаемое уравнение для внутреннего контура имеет вид

$$\dot{y} = F(y, v) = -c_1 y + c_1 v,$$

где $c_1 = 64$. С целью получения оценок производных используем дифференцирующий фильтр (16) первого порядка и устройство оценки частной производной (17) с параметрами $\mu_1 = 0,002, \mu_2 = 0,125$ согласно (18).

Рис. 4 иллюстрирует процесс движения к экстремуму, который соответствует заданным требованиям ($t_n \leq 2$) и не меняется при изменении β и γ от минимальных до максимальных значений. Отметим, что этот процесс имеет две фазы: первая фаза соответствует быстрым процессам во внутреннем контуре управления, вторая фаза – движению к экстремуму согласно уравнению первого порядка (11) для внешнего контура.

На рис. 5 показано изменение управляющих воздействий внутреннего (a) и внешнего (b) контуров.

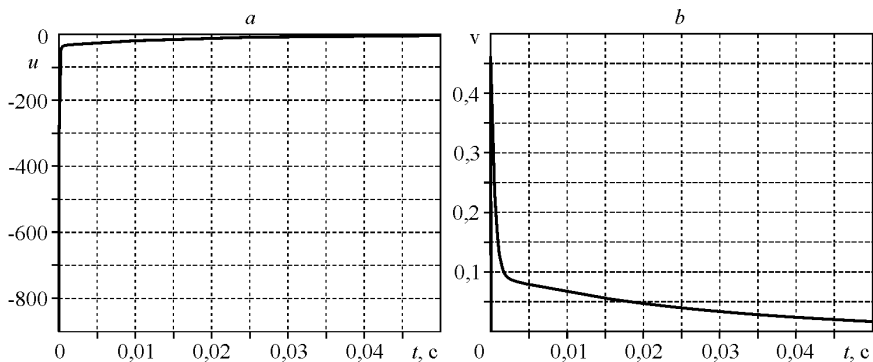


Рис. 5. Иллюстрация изменения управляющих воздействий

Как видим, процесс движения к экстремуму не зависит от изменения параметров динамической части, которые обрабатываются во внутреннем быстром контуре системы.

Заключение. При синтезе систем экстремального регулирования для класса объектов с нелинейной нестационарной динамической частью предложено организовать двухконтурное управление, причем с помощью регулятора, основанного на методе локализации, искусственно ускорить процессы во внутреннем контуре. В результате применения во внешнем контуре системы интегрального регулятора процесс движения к экстремуму всегда соответствует линейному дифференциальному уравнению первого порядка и не зависит от исходной модели объекта и влияния внешних неконтролируемых возмущений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Островский Ю. И.** Экстремальное регулирование // *АиТ*. 1957. № 18. С. 900.
2. **Растринин Л. А.** Системы экстремального регулирования. М.: Наука, 1974.
3. **Sternby J.** Extremum control system: An area for adaptive control? San Francisco, CA, USA, 1980. (Prepr. /Joint Amer. Contr. Conf. Vol.WA2-A).
4. **Leblanc M.** Sur l'électrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de fréquence élevée // *Revue Generale de l'Electricité*. 1922. 12, N 8. P. 275.
5. **Казакевич В. В.** Системы экстремального регулирования и некоторые способы улучшения их качества и устойчивости // *Автоматическое управление и вычислительная техника*. М.: Машгиз, 1958.
6. **Моросанов И. С.** Метод экстремального управления // *АиТ*. 1957. № 18. С. 1077.
7. **Blackman P. F.** Extremum-seeking Regulators // *An Exposition of Adaptive Control* /Ed. J. H. Westcott. N. Y: The Macmillan Company, 1962.
8. **Jacobs O. L. R., Langdon S. M.** An optimal extremal control system // *Automatica*. 1970. N 6. P. 297.
9. **Krstic M., Wang H. H.** Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems // *Automatica*. 2000. 36. P. 595.
10. **Frantsuzova G. A.** Localization principle in the synthesis problem of extremal control system // *Proc. of the IASTED Intern. Conf. "Automation, Control, and Information Technology"* (ACIT 2002). Anaheim – Calgary – Zurich: ACTA Press, 2002. P. 322.
11. **Востриков А. С.** Синтез нелинейных систем методом локализации. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1990.
12. **Востриков А. С., Французова Г. А.** Теория автоматического регулирования М.: Высш. шк., 2004.
13. **Французова Г. А.** Синтез двухконтурной астатической системы экстремального регулирования на основе принципа локализации // *Сибирский журнал индустриальной математики*. 2004. VII, № 1 (17). С. 145.
14. **Герашенко Е. И., Герашенко С. М.** Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. М.: Наука, 1975.
15. **Французова Г. А.** Условия разделимости движений для автоматических систем поиска экстремума с вектором скорости в управлении // *Науч. вест. НГТУ*. 2003. № 1 (14). С. 3.