

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391

ОБНАРУЖЕНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ  
СКОРОСТЬЮ ОБЪЕКТА ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ  
ИНТЕНСИВНОСТЯХ ИЗОБРАЖЕНИЯ И ФОНА \*

А. П. Трифонов, Р. В. Куцов

*Воронежский государственный университет, Воронеж*

*E-mail: trif@phys.vsu.ru*

Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения пространственно протяженного объекта по его изображению. Установлены работоспособность алгоритма и границы применимости найденных асимптотических выражений для характеристик обнаружения с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

**Введение.** Необходимость обнаружения объектов по их изображениям возникает, как правило, в процессе обработки результатов дистанционного наблюдения. Высокая разрешающая способность современных систем дистанционного наблюдения требует учета эффекта затенения пространственно протяженным объектом (ППО) части подстилающей поверхности. Задачам синтеза и анализа алгоритмов обнаружения ППО посвящен ряд работ [1–6]. В работе [5] исследованы потенциальные возможности обнаружения и маскирования средствами камуфляжа движущегося детерминированного ППО, наблюдаемого на детерминированном фоне. В [6] найдены характеристики обнаружения ППО, движущегося с априори известной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью. Однако наблюдателю могут быть неизвестны не только интенсивности изображения объекта и фона, но и величина скорости движения объекта.

Целью данной работы является синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения ППО, движущегося с неизвестной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью.

**Постановка задачи.** Пусть в двумерной области  $\Omega$  в течение интервала времени  $[0, T]$  доступна наблюдению реализация гауссовского случайного

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Воронежской области (проект № 06-07-96301).

поля  $x(\mathbf{r}, t)$ , где  $\mathbf{r} = (x, y)$  – радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащий  $\Omega$ , а  $t$  – время. Положим [5], что при гипотезе  $H_1$  поле  $x(\mathbf{r}, t)$  содержит изображения движущегося из заданного положения в заданном направлении со скоростью  $\mathbf{V}_0$  объекта  $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$ , неподвижного фона  $v(\mathbf{r})$  и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум  $n(\mathbf{r}, t)$  с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$K_n(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle n(\mathbf{r}_1, t_1)n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) / 2,$$

где  $N_0$  – односторонняя спектральная плотность белого шума. При гипотезе  $H_0$  поле  $x(\mathbf{r}, t)$  содержит фон  $v(\mathbf{r})$  и аддитивный пространственно-временной шум  $n(\mathbf{r}, t)$ .

В соответствии с аппликативной моделью [2–6], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть  $\Omega_s$  области  $\Omega$ , а фоновое излучение формируется оставшейся частью области наблюдения. При отсутствии объекта фон занимает всю область наблюдения. Тогда в течение интервала времени  $[0, T]$  наблюдению доступна реализация изображения в картинной плоскости:

$$x(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} b_0 v_1(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r}, t) : H_0; \\ a_0 s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) + b_0 v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)] + n(\mathbf{r}, t) : H_1, \end{cases} \quad (1)$$

где  $a_0 = \max s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$ ,  $b_0 = \max v(\mathbf{r})$  – истинные значения априори неизвестных интенсивностей изображения объекта и фона;  $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) / a_0$ ;  $v_1(\mathbf{r}) = v(\mathbf{r}) / b_0$ , так что  $\max s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = 1$ ,  $\max v_1(\mathbf{r}) = 1$ ;  $I_s(\mathbf{r}) = 1$  при  $\mathbf{r} \in \Omega_s$  и  $I_s(\mathbf{r}) = 0$  при  $\mathbf{r} \notin \Omega_s$  – индикатор, описывающий форму изображения объекта.

На основе наблюдаемых данных необходимо вынести решение о наличии или отсутствии объекта в области наблюдения.

**Обнаружение объекта при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона.** Для решения задачи проверки гипотезы  $H_1$  против альтернативы  $H_0$  необходимо сформировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР). С целью повышения качества обнаружения при неизвестных интенсивностях изображений объекта и фона целесообразно одновременно производить оценку неизвестных интенсивностей [6–8]. В работе [6] получено выражение для логарифма ФОР в случае, когда интенсивности изображений объекта и фона априори неизвестны:

$$L_m(\mathbf{V}) = \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt} + \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt} - \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt}. \quad (2)$$

При априори известной скорости движения объекта решение о наличии объекта в области наблюдения выносится на основе сравнения величины  $L = L_m(\mathbf{V}_0)$  с порогом  $h$ , определяемым выбранным критерием оптимальности [7–9]

$$L \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} h. \quad (3)$$

Положим далее, что объект и фон являются равномерными, т. е.  $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) = 1$ ,  $v_1(\mathbf{r}) = 1$ . Подставляя в (2) реализацию наблюдаемых данных (1), логарифм ФОП можно представить в виде

$$L_m(\mathbf{V}) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[ \gamma_0 z \left( S(\mathbf{V}, \mathbf{V}_0) - \frac{1}{\kappa} \right) + N(\mathbf{V}) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2, \quad (4)$$

где  $\gamma_0 = 1$ , если верна гипотеза  $H_1$ , и  $\gamma_0 = 0$ , если верна гипотеза  $H_0$ ;

$$S(\mathbf{V}, \mathbf{V}_0) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \int_{\Omega} I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) d\mathbf{r} dt; \quad z = |a_0 - b_0| \sqrt{\frac{2}{N_0} G_s T}; \quad (5)$$

$$N(\mathbf{V}) = \sqrt{\frac{2}{N_0 G_s T}} \int_0^T \int_{\Omega} n(\mathbf{r}, t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt$$

– реализация стационарного гауссовского процесса с нулевым средним значением и корреляционной функцией  $\langle N(\mathbf{V}_1) N(\mathbf{V}_2) \rangle = S(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)$ ;

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{N_0 \kappa G_s T}} \int_0^T \int_{\Omega} n(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} dt$$

– гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией, причем коэффициент корреляции между случайным процессом  $N(\mathbf{V})$  и случайной величиной  $\xi$  есть

$$R_{N\xi} = \langle N(\mathbf{V}) \xi \rangle = 1/\sqrt{\kappa}.$$

Здесь  $G_s$  – площадь изображения объекта, а  $\kappa = G_{\Omega}/G_s$  – отношение площади области наблюдения  $\Omega$  к площади объекта ( $\kappa > 1$ ). Отметим, что  $\max S(\mathbf{V}, \mathbf{V}_0) = S(\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_0) = 1$ . При этом предполагается, что скорость движения объекта и размеры области наблюдения таковы, что за время  $T$  объект не покидает области наблюдения.

Если скорость движения объекта априори известна, то (4) примет вид

$$L = L_m(\mathbf{V}_0) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[ \gamma_0 z \frac{\kappa - 1}{\kappa} + \eta - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2,$$

где  $\xi$ ,  $\eta$  – гауссовские случайные величины с нулевыми средними значениями, единичными дисперсиями и коэффициентом корреляции  $R_{\eta\xi} = 1/\sqrt{\kappa}$ . Воспользовавшись методом функционального преобразования плотностей вероятностей [9], находим условную плотность вероятности величины  $L$ :

$$w_0(L | \gamma_0) = \begin{cases} \exp(-L - \gamma_0 z^2 (\kappa - 1)/2\kappa) \operatorname{ch}(\gamma_0 z \sqrt{2L(\kappa - 1)/\kappa}) / \sqrt{\pi L}, & L \geq 0; \\ 0, & L < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Обычно эффективность алгоритма обнаружения характеризуется величинами вероятностей ложной тревоги  $\alpha$  и пропуска объекта  $\beta$  (или вероятностью правильного обнаружения  $P_D = 1 - \beta$ ) [7, 9]. Согласно (6) вероятность ложной тревоги при априори известной скорости

$$\alpha_1 = P[L > h | \gamma_0 = 0] = \int_h^\infty w_0(L | \gamma_0 = 0) dL = 2[1 - \Phi(\sqrt{2h})], \quad (7)$$

где  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-g^2/2) dg / \sqrt{2\pi}$  – интеграл вероятности. Соответственно вероятность пропуска объекта

$$\begin{aligned} \beta_1 &= P[L < h | \gamma_0 = 1] = \int_0^h w_0(L | \gamma_0 = 1) dL = \\ &= \Phi\left(\sqrt{2h} - z\sqrt{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right) + \Phi\left(\sqrt{2h} + z\sqrt{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right) - 1. \end{aligned} \quad (8)$$

В работе [6] получены аналогичные выражения для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта при известной скорости движения и априори неизвестных интенсивностях фона и изображения объекта в более общем случае, когда изображение объекта и фон неравномерные.

Положим теперь, что объект движется из заданного положения в известном направлении с неизвестной скоростью  $V_0$ , которая принимает значения из априорного интервала  $W = [-V_{\max}/2; V_{\max}/2]$ . Для исключения влияния неизвестной скорости заменим в (2) ее значение оценкой максимального правдоподобия [7]. Алгоритм максимального правдоподобия обнаружения изображения объекта, движущегося с неизвестной скоростью, формирует величину  $\hat{L} = \sup_{V \in W} L_m(V) = L_m(\hat{V})$ ,  $\hat{V} = \arg \sup_{V \in W} L_m(V)$ , и принимает решение,

сравнивая  $\hat{L}$  с порогом  $h$  в соответствии с правилом (3).

Введем систему координат  $XY$ , расположив ось  $X$  вдоль направления движения изображения объекта, и обозначим  $\Delta V = V - V_0$ . Тогда (5) примет вид

$$\begin{aligned} S(V, V_0) &= S(|V - V_0|) = S(|\Delta V|) = \\ &= \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt. \end{aligned} \quad (9)$$

Учитывая, что  $I_s(x, y) = I_s^2(x, y)$ , перепишем функцию (9) в виде

$$S(|\Delta V|) = 1 - \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy dt.$$

Исследуем поведение функции (9) при  $|\Delta V| \rightarrow 0$ . Величина

$$\begin{aligned} J(t) &= \iint_{\Omega} I_s(x, y) [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy = \\ &= \iint_{\Omega_s} [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy \end{aligned}$$

в момент времени  $t$  представляет собой площадь фигуры  $D$  (вообще говоря, многосвязной), целиком лежащей в  $\Omega_s$ , ни одна из точек которой не принадлежит области, где  $I_s(x - |\Delta V|t, y) = 1$ .

Будем далее считать, что  $\Omega_s$  – односвязная конечная область с кусочно-гладкой границей  $\Gamma$  и любая прямая, параллельная направлению движения, пересекает границу  $\Gamma$  не более чем в двух точках. Области такого вида назовем областями типа  $K_V$ . При этом область  $D$  также является областью типа  $K_V$ . Класс областей такого типа расширяет класс областей типа  $K$  [10], включающий в себя односвязные конечные области с кусочно-гладкой границей, которая пересекается любой прямой не более чем в двух точках.

Пусть отрезок  $[y_{\min}, y_{\max}]$  представляет собой проекцию области  $\Omega_s$  (вместе с границей  $\Gamma$ ) на ось  $Y$  (рис. 1). Проведем через точки  $y_{\min}$  и  $y_{\max}$  прямые, параллельные оси  $X$ , как показано на рисунке. Каждая из этих двух прямых пересекает границу  $\Gamma$  лишь в одной точке. Две точки пересечения указанных прямых с границей  $\Gamma$  разделяют ее на две кривые:  $\Gamma_-$  и  $\Gamma_+$ , которые могут быть однозначно спроецированы на ось  $Y$ .

Обозначим через  $l_V = y_{\max} - y_{\min}$  длину проекции области  $\Omega_s$  на ось  $Y$ , т. е. на направление, перпендикулярное направлению движения. Разделим

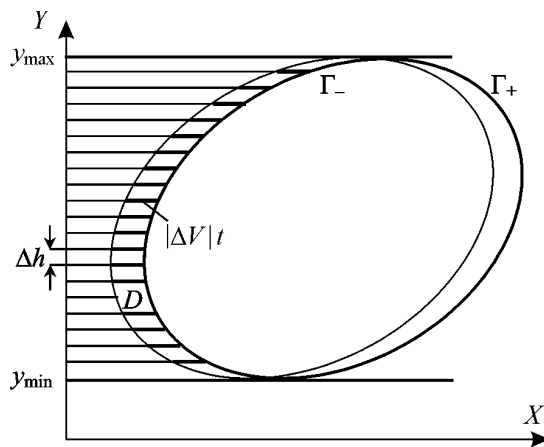


Рис. 1

отрезок  $[y_{\min}, y_{\max}]$  на  $n$  равных частей. Проведем для этого прямую  $n-1$ , параллельную оси  $X$ , так что расстояния между соседними прямыми одинаковы и равны  $\Delta h = l_V/n$ . Отрезки соседних прямых, лежащие в области  $D$ , т. е. заключенные между левыми границами областей, задаваемых индикаторными функциями  $I_s(x, y)$  и  $I_s(x - |\Delta V|t, y)$ , имеют одинаковую длину  $|\Delta V|t$ . При  $n \rightarrow \infty$  и  $|\Delta V| \rightarrow 0$  криволинейные трапеции, которые образованы этими отрезками и границами областей, заключенными между данными отрезками, можно считать параллелограммами с основаниями  $|\Delta V|t$  и высотами  $\Delta h$ . Учитывая, что площадь каждого параллелограмма  $\Delta S_1 = |\Delta V|t\Delta h = |\Delta V|tl_V/n$ , а всего параллелограммов  $n$ , получим  $J(t) \approx n\Delta S_1 = |\Delta V|tl_V$ . Здесь пренебрегаем площадями криволинейных треугольников, заключенных между границами объектов и прямыми  $y = y_{\max}, y = y_{\min}$ , поскольку эти площади имеют порядок малости  $\Delta V^2$ . Таким образом, при  $|\Delta V| \rightarrow 0$  функция (9) может быть представлена в виде

$$S(|\Delta V|) = 1 - \frac{|\Delta V|l_V}{G_s T} \int_0^T t dt + o(|\Delta V|) = 1 - \delta|\Delta V| + o(|\Delta V|), \quad (10)$$

где

$$\delta = l_V T / 2G_s. \quad (11)$$

Исследуем поведение функции (9) при  $|\Delta V| \rightarrow \infty$ . Обозначим максимальный размер объекта в направлении движения через  $l_{\parallel}$ . Тогда, спустя время  $T_1 = l_{\parallel}/|\Delta V|$ , области, задаваемые индикаторными функциями  $I_s(x, y)$  и  $I_s(x - |\Delta V|t, y)$ , перестанут перекрываться. При  $|\Delta V| \rightarrow \infty$  время  $T_1 \rightarrow 0$ , так что при всех конечных  $T$  и достаточно больших  $|\Delta V|$  выполняется неравенство  $T_1 < T$ ; в этом случае функцию (9) можно оценить сверху:

$$S(|\Delta V|) = \frac{1}{G_s T} \int_0^{T_1} \iint_{\Omega} I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt \leq \frac{T_1}{T} = \frac{l_{\parallel}}{T|\Delta V|},$$

где  $S(|\Delta V|) \rightarrow 0$  при  $|\Delta V| \rightarrow \infty$ .

Таким образом, для объекта, представляющего собой область типа  $K_V$ , при  $|\Delta V| \rightarrow 0$  справедливо (10), а при  $|\Delta V| \rightarrow \infty$  имеем  $S(|\Delta V|) = O(|\Delta V|^{-1})$ .

Найдем вероятность ложной тревоги  $\alpha_2$  для максимально правдоподобного алгоритма обнаружения движущегося с неизвестной скоростью объекта при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона. По определению  $\alpha_2 = P[L_m(\hat{V}) > h | \gamma_0 = 0]$ . При отсутствии объекта логарифм ФОП является реализацией негауссовского стационарного процесса, обладающего плотностью вероятности  $w_0(L | \gamma_0 = 0)$  (6) и корреляционной функцией

$$B(V_1, V_2) = \langle L(V_1)L(V_2) \rangle - \langle L(V_1) \rangle \langle L(V_2) \rangle = \frac{\kappa^2}{2(\kappa-1)^2} \left[ S(V_1, V_2) - \frac{1}{\kappa} \right]^2. \quad (12)$$

Используя (10), находим, что, когда  $|V_1 - V_2| \rightarrow 0$ , для корреляционной функции (12) справедливо асимптотическое разложение

$$B(V_1, V_2) = \frac{1}{2} - \frac{\kappa \delta}{\kappa - 1} |V_1 - V_2| + o(|V_1 - V_2|). \quad (13)$$

В этом случае [7] приближенное выражение для вероятности ложной тревоги при обнаружении объекта, движущегося с неизвестной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью имеет вид

$$\alpha_2 \approx \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{2m\kappa}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{h}{\pi}} \exp(-h)\right], & h \geq 1/2; \\ 1, & h < 1/2, \end{cases} \quad (14)$$

где  $m = \delta V_{\max} = l_V T V_{\max} / 2G_s$  – приведенная длина априорного интервала возможных значений скорости, определяющая число разрешимых значений скорости в априорной области  $W$ . Точность формулы (14) повышается с ростом  $m$  и  $h$ . Поскольку объект не покидает область наблюдения за время  $T$ , двигаясь со скоростью  $V \in W$ , то площадь области наблюдения  $G_\Omega \geq G_s + l_V V_{\max} T$ , откуда  $\kappa \geq 2m + 1$ .

Определим теперь вероятность пропуска объекта для максимально правдоподобного алгоритма обнаружения движущегося с неизвестной скоростью объекта при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона:  $\beta_2(V_0) = P[L_m(\hat{V}) < h | \gamma_0 = 1]$ . Представим (4) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [8, 11]:

$$L_m(V) = \hat{S}(V, V_0) + \hat{N}(V) + 1/2. \quad (15)$$

Здесь

$$\hat{S}(V, V_0) = \langle L_m(V) \rangle - 1/2 = \frac{z^2 \kappa}{2(\kappa - 1)} \left[ S(V, V_0) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \quad (16)$$

– сигнальная функция; негауссовская шумовая функция  $\hat{N}(V) = L_m(V) - \langle L_m(V) \rangle$  центрирована и обладает корреляционной функцией

$$\begin{aligned} \hat{B}(V_1, V_2) &= \langle \hat{N}(V_1) \hat{N}(V_2) \rangle = \frac{\kappa^2}{(\kappa - 1)^2} \times \\ &\times \left\{ z^2 \left[ S(V_1, V_2) - \frac{1}{\kappa} \right] \left[ S(V_1, V_0) - \frac{1}{\kappa} \right] \left[ S(V_2, V_0) - \frac{1}{\kappa} \right] + \frac{1}{2} \left[ S(V_1, V_2) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

а функция  $S(V_1, V_2)$  определена в (9).

Сигнальная функция (16) достигает максимума при  $V = V_0$ , следовательно, выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) [8, 11]

$$\tilde{z}^2 = \hat{S}^2(V_0, V_0) / \hat{B}(V_0, V_0) = z^4 \kappa^2 / 2[1 + 2z^2 \kappa / (\kappa - 1)] (\kappa - 1)^2 \quad (18)$$

Положим, что выходное ОСШ (18) достаточно велико. Обозначим  $\Delta = \max(|V_1 - V_0|, |V_2 - V_0|, |V_2 - V_1|)$ . При  $\Delta \rightarrow 0$  и с учетом (10) получаем, что в случае объекта, представляющего собой область типа  $K_V$ , в малой окрестности  $V_0$  для функций (16), (17) справедливы асимптотические разложения

$$\hat{S}(V, V_0) = z^2 \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \left( 1 - \frac{2\delta\kappa}{\kappa - 1} |V - V_0| \right) + o(|V - V_0|), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \hat{B}(V_1, V_2) = & [z^2(\kappa - 1) / \kappa + 1/2] \times \\ & \times \begin{cases} 1 - \frac{2\delta\kappa}{\kappa - 1} |V_1 - V_2| - \frac{2z^2\delta}{z^2(\kappa - 1) / \kappa + 1/2} \times \\ \times \min(|V_1 - V_0|, |V_2 - V_0|) + o(\Delta), & (V_1 - V_0)(V_2 - V_0) \geq 0; \\ 1 - \frac{2\delta\kappa}{\kappa - 1} |V_1 - V_2| + o(\Delta), & (V_1 - V_0)(V_2 - V_0) < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\delta$  определено в (11).

Отметим, что при  $V = V_0$  логарифм ФОП (15) обладает плотностью вероятности  $w_0(L | \gamma_0 = 1)$  (6). Для логарифма ФОП с такой плотностью вероятности, первые два момента которого допускают представления (19), (20), в работе [7] найдено приближенное выражение для вероятности пропуска объекта, движущегося с неизвестной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью при неизвестной интенсивности фона:

$$\begin{aligned} \beta_2 \approx & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp \left[ -\frac{2m\kappa}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{h}{\pi}} \exp(-h) \right] \times \\ & \times \int_0^{\sqrt{2h}} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{x^2/2 - h}{1 + \kappa/z^2(\kappa - 1)} \right) \right]^2 \exp \left( -\frac{x^2 + z^2(\kappa - 1)/\kappa}{2} \right) \operatorname{ch} \left( zx \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right) dx \end{aligned} \quad (21)$$

при  $h \geq 1/2$  и  $\beta_2 = 0$  при  $h < 1/2$ . Точность формулы (21), как и (14), растет с увеличением  $z$ , параметра  $m$  и порога  $h$ .

В работе [6] получены аналогичные выражения для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта при априори известной скорости движения и неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона в случае, когда изображение объекта и фон являются неравномерными.

Характеристики обнаружения при детерминированном фоне и априори неизвестной интенсивности изображения объекта могут быть получены как частный случай из найденных выше выражений. Действительно, в этом слу-



чае решение выносится на основе сравнения абсолютного максимума логарифма ФОП [6]

$$L_{ma}(\mathbf{V}) = \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v^2(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt - \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt +$$

$$+ \left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2 / \left[ N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right] \quad (22)$$

с порогом  $h$  в соответствии с правилом (3), где  $L = \sup_{V \in W} L_{ma}(V)$ . Подставляя в (22) реализацию наблюдаемых данных (1), будем иметь

$$L_{ma}(V) = [\gamma_0 z S(V, V_0) + N(V)]^2 / 2. \quad (23)$$

Как следует из сопоставления логарифмов ФОП (4) и (23),  $L_m(V) \rightarrow L_{ma}(V)$  при  $\kappa \rightarrow \infty$ , т. е. при неограниченном увеличении площади области наблюдения оценка интенсивности фона становится асимптотически точной. Тогда вероятности ошибок ложной тревоги  $\alpha_3$  и пропуска объекта  $\beta_3$  для максимально правдоподобного алгоритма обнаружения объекта, движущегося с неизвестной скоростью, при неизвестной интенсивности изображения объекта и известной интенсивности фона могут быть найдены как пределы выражений (14), (21) при  $\kappa \rightarrow \infty$ :

$$\alpha_3 \approx \begin{cases} 1 - \exp[-2m\sqrt{h/\pi} \exp(-h)], & h \geq 1/2; \\ 1, & h < 1/2, \end{cases} \quad (24)$$

$$\beta_3 \approx \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-\frac{2m}{\sqrt{\pi}} \sqrt{h} \exp(-h)\right] \times \\ \times \int_0^{\sqrt{2h}} \left[1 - \exp\left(\frac{x^2/2 - h}{1 + 1/z^2}\right)\right]^2 \exp\left(-\frac{x^2 + z^2}{2}\right) \text{ch}(zx) dx, & h \geq 1/2; \\ 0, & h < 1/2. \end{cases} \quad (25)$$

Точность формул (24), (25) растёт с увеличением  $z$ , параметра  $m$  и порога  $h$ .

При известной скорости движения объекта, известной интенсивности фона и неизвестной интенсивности изображения объекта вероятности ошибок ложной тревоги  $\alpha_4$  и пропуска объекта  $\beta_4$  могут быть найдены как пределы выражений (7), (8) при  $\kappa \rightarrow \infty$ :

$$\alpha_4 = 2[1 - \Phi(\sqrt{2h})], \quad (26)$$

$$\beta_4 = \Phi(\sqrt{2h} - z) + \Phi(\sqrt{2h} + z) - 1. \quad (27)$$

В работе [6] получены выражения для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта при априори известной скорости движения, известной интенсивности фона и неизвестной интенсивности изображения объекта в случае, когда изображение объекта и фон неравномерные.

**Сравнительный анализ характеристик обнаружения.** При известных априорных вероятностях наличия и отсутствия объекта в области наблюдения для определения порога  $h$  можно использовать критерий минимума средней вероятности ошибки

$$P_e = p_0\alpha + p_1\beta, \quad (28)$$

где  $p_0$  – априорная вероятность отсутствия объекта в области наблюдения,  $p_1 = 1 - p_0$ . В этом случае порог выбирается

$$h_{\text{opt}} = \arg \min P_e. \quad (29)$$

Сравним характеристики максимально правдоподобного обнаружения движущегося объекта в следующих ситуациях:

- 1) известна скорость движения, неизвестны интенсивности изображения объекта и фона;
- 2) неизвестны скорость, а также интенсивности изображения и фона;
- 3) известна интенсивность фона, неизвестны скорость и интенсивность изображения;
- 4) известны скорость и интенсивность фона, неизвестна интенсивность изображения.

Будем считать, что порог в каждом случае выбирается из условия минимума средней вероятности ошибки. На рис. 2 приведены зависимости средней вероятности ошибки при оптимизированном пороге от  $z$  (5) при  $m=10$ ,  $\kappa=25$  и  $p_0=1/2$ . Кривые рассчитывались по формуле (28) при пороге, определяемом формулой (29). Штриховая линия 1 соответствует случаю обнару-

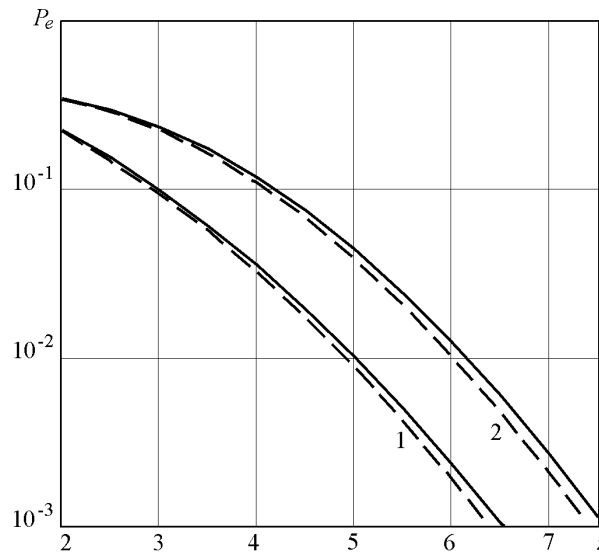


Рис. 2

жения изображения движущегося с известной скоростью объекта с неизвестной интенсивностью при известной интенсивности фона и рассчитывается по формуле (28) при  $\alpha = \alpha_4$ ,  $\beta = \beta_4$ , где  $\alpha_4$ ,  $\beta_4$  определяются выражениями (26), (27). Сплошная линия 1 соответствует случаю обнаружения изображения объекта, движущегося с известной скоростью, при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона и рассчитывается по формуле (28) при  $\alpha = \alpha_1$ ,  $\beta = \beta_1$ , где  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  определяются выражениями (7), (8). Штриховая линия 2 соответствует случаю обнаружения изображения объекта с неизвестной интенсивностью, движущегося с неизвестной скоростью, при известной интенсивности фона и рассчитывается по формуле (28) при  $\alpha = \alpha_3$ ,  $\beta = \beta_3$ , где  $\alpha_3$ ,  $\beta_3$  определяются выражениями (24), (25). Сплошная линия 2 соответствует обнаружению объекта, движущегося с неизвестной скоростью, при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона и рассчитывается по формуле (28) при  $\alpha = \alpha_2$ ,  $\beta = \beta_2$ , где  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$  определяются выражениями (14) и (21).

Как следует из сравнения кривых на рис. 2, незнание скорости движения объекта приводит к существенному увеличению средней вероятности ошибки обнаружения как при известной, так и при неизвестной интенсивности фона. Потери в эффективности обнаружения возрастают с увеличением параметра  $m$  и ОСШ  $z$ . Незнание интенсивности фона приводит к сравнительно небольшому и стабильному проигрышу в величине средней вероятности ошибки как при известной [6], так и при неизвестной скорости движения объекта.

В работе [6] показано, что движущийся с известной скоростью объект может обнаруживаться лучше, чем неподвижный объект, наблюдаемый в тех же условиях. Априорное незнание скорости движения объекта приводит к существенному ухудшению эффективности его обнаружения.

**Результаты статистического моделирования алгоритма обнаружения на ЭВМ.** Исследование работоспособности синтезированного алгоритма и определение границ применимости полученных асимптотических формул было выполнено методом статистического моделирования на ЭВМ. Для моделирования был выбран объект в форме эллипса с полуосями  $l_x$  и  $l_y$ , движущийся вдоль полуоси  $l_x$ . При этом логарифм ФОП представлялся в виде

$$L_m(\eta) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[ \gamma_0 z \left( S(\eta, \eta_0) - \frac{1}{\kappa} \right) + N(\eta) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2,$$

где

$$S(\eta, \eta_0) = S(|\tau|) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin(|\tau|) + \frac{2}{\pi} \frac{1 - \sqrt{1 - \tau^2}}{|\tau|} - \frac{2}{3\pi} \frac{1 - (1 - \tau^2)^{3/2}}{|\tau|}, & |\tau| < 1; \\ 4/3\pi |\tau|, & |\tau| \geq 1 \end{cases}$$

( $\tau = \eta - \eta_0$ ,  $\eta = TV/2l_x$ ,  $\eta_0 = TV_0/2l_x$ , причем  $\eta, \eta_0 \in [-\pi m/4, \pi m/4]$ ,  $m = TV_{\max}/\pi l_x$ );  $N(\eta)$  – гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, единичной дисперсией и корреляционной функцией  $\langle N(\eta_1)N(\eta_2) \rangle = S(|\tau_1|)$ ,  $\tau_1 = \eta_1 - \eta_2 \in [-\pi m/2, \pi m/2]$ ;  $\xi$  – гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией.

сией (коэффициент корреляции между случайной гауссовской величиной и процессом  $N(\eta)$  есть  $R_{N\zeta} = 1/\sqrt{\kappa}$ ).

При моделировании с шагом  $\Delta\eta$  вырабатывались отсчеты функции  $L_m(j\Delta\eta)$ , на основе которых формируемая реализация логарифма ФОРП аппроксимировалась ступенчатой функцией [12] с максимальной относительной среднеквадратической погрешностью  $\varepsilon = \sqrt{2[1 - S(\Delta\eta/2)]} \approx \sqrt{2\Delta\eta/\pi}$ . Для реализованного шага дискретизации  $\Delta\eta = 5 \cdot 10^{-3}$  погрешность  $\varepsilon \leq 0,06$ .

Вероятность ложной тревоги  $\alpha$  определялась как относительная частота превышения порога наибольшим из отсчетов  $L_m(j\Delta\eta)$  при  $\gamma_0 = 0$ . Вероятность пропуска объекта  $\beta$  определялась как относительная частота непревышения порога наибольшим из отсчетов  $L_m(j\Delta\eta)$  при  $\gamma_0 = 1$ . В процессе моделирования был реализован объем выборки  $10^5$ , так что с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений вероятностей ложной тревоги и пропуска объекта не более чем на 15 % при  $\alpha, \beta > 10^{-3}$ .

На рис. 3, 4 показаны результаты статистического моделирования и теоретические кривые, рассчитанные по формулам (14), (21). На рис. 3 приведены зависимости вероятности ложной тревоги от порога  $h$  при нескольких значениях  $m$  и  $\kappa = \kappa_{\min} = 2m + 1$ . Пунктирная линия соответствует  $m = 2$ , сплошная –  $m = 5$ , штриховая –  $m = 10$ .

На рис. 4 показаны зависимости вероятности пропуска объекта от  $z$  при  $m = 5$  и  $\kappa = 11$ . Порог выбирался по заданной вероятности ложной тревоги на основании критерия Неймана – Пирсона [9] из формулы (14). Кривая 1 соответствует  $\alpha = 10^{-3}$ , 2 –  $\alpha = 10^{-2}$ , 3 –  $\alpha = 10^{-1}$ .

Как видно, формулы (14), (21) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные зависимости уже при  $m \geq 2 \dots 3$  и  $z \geq 1,5 \dots 2,5$ . Аппроксимация считается удовлетворительной, если отклонение теоретических значений от экспериментальных данных не превышает 15 %.

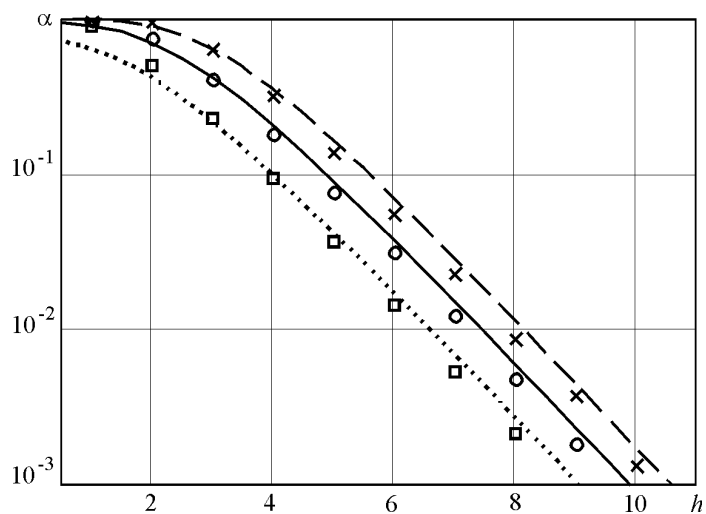


Рис. 3

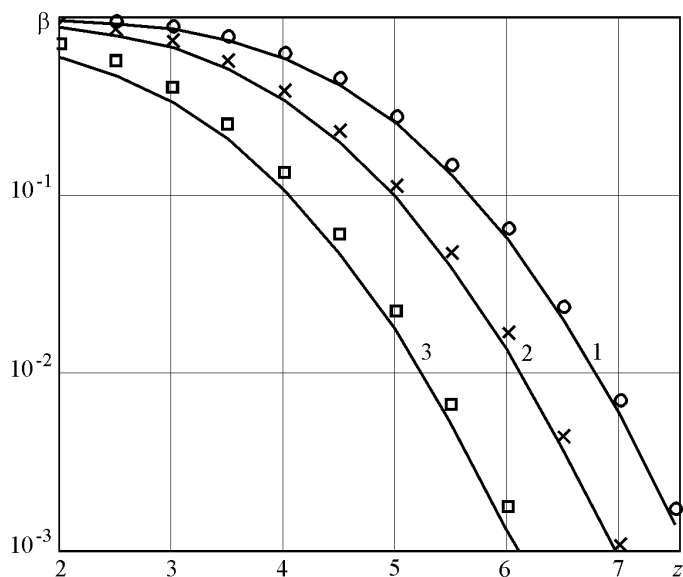


Рис. 4

**Заключение.** Таким образом, при использовании максимально правдоподобного алгоритма обнаружения априорное незнание интенсивности фона приводит к относительно небольшому и стабильному проигрышу в эффективности обнаружения объекта. Априорное незнание скорости движения объекта приводит к существенному увеличению средней вероятности ошибки по сравнению со случаем, когда известна скорость как при известной, так и при неизвестной интенсивности фона, причем этот проигрыш увеличивается с ростом отношения сигнал/шум и числа элементов разрешения по скорости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Островитянов Р. В., Басалов В. Ф.** Статистическая теория радиолокации протяженных объектов. М.: Радио и связь, 1982.
2. **Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н.** Обнаружение случайных изображений пространственно протяженных объектов, затеняющих фон // *Автометрия*. 2000. № 4. С. 14.
3. **Бычков А. А., Понькин В. А.** Обнаружение изображений пространственно протяженных затеняющих фон объектов // *Автометрия*. 1992. № 4. С. 33.
4. **Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н.** Обнаружение квазидетерминированного изображения при наличии фона с неизвестными параметрами // *Автометрия*. 2002. **38**, № 4. С. 19.
5. **Ефремов В. В., Ковалев Г. С., Лаптев И. В., Понькин В. А.** Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах // *Информационно-измерительные и управляющие системы*. 2003. № 4. С. 24.
6. **Трифонов А. П., Куцов Р. В.** Обнаружение движущегося пространственно протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью // *Автометрия*. 2005. **41**, № 1. С. 3.

7. **Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др.** Теория обнаружения сигналов /Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.
8. **Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.** Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
9. **Тихонов В. И.** Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
10. **Ильин В. А., Позняк Э. Г.** Основы математического анализа. Ч. II. М.: Наука, 1980.
11. **Куликов Е. И., Трифонов А. П.** Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
12. **Быков В. В.** Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971.

*Поступила в редакцию 20 сентября 2005 г.*

---