

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396

**АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ
ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ
ИЗБЫТОЧНЫМ ЛИНЕЙНЫМ ФИЛЬТРОМ
В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННОЙ ЗАДЕРЖКИ**

А. А. Логинов, О. А. Морозов, Е. А. Солдатов, В. Р. Фидельман

*Научно-исследовательский физико-технический институт
Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,
Нижний Новгород
E-mail: loginov@nifti.unn.ru*

Рассмотрен адаптивный алгоритм предварительной обработки сигналов, представляющих собой короткие информационные пакеты с фазовой манипуляцией на фоне шумов при наличии эффекта Доплера. Обработка, основанная на выделении фазовых разрывов исходных сигналов, позволяет избежать необходимости компенсации частотного сдвига в задачах определения временной задержки фазоманипулированных сигналов при многоканальном распространении.

Введение. Одной из основных задач ряда технических приложений (дефектоскопия, навигация, сейсморазведка, радиосвязь) является определение временной задержки коротких информационных сигналов при многоканальном распространении. Знание временной задержки между принятыми сигналами позволяет получать необходимую информацию о состоянии среды распространения и определять местоположение источников сигналов. Традиционные подходы к решению подобных задач, рассмотрению которых посвящено значительное количество отечественных и зарубежных публикаций, основаны на исследовании взаимной корреляционной функции (ВКФ) сигналов на экстремум и анализе ее спектра. В частности, в работах [1, 2] задача определения временной задержки сформулирована как задача оптимальной фильтрации на основе подхода «обобщенного кросскоррелятора». Применение этого метода требует сведений о спектральном характере обрабатываемых сигналов и шумов. Кроме того, априорно неизвестное смещение спектра частот любого из обрабатываемых сигналов, вызванное, например, влиянием эффекта Доплера, приводит к значительному снижению эффективности любого корреляционного метода. Применяемые в данной ситуации подходы обычно основаны на построении функции неопределенности [3] с

целью одновременного оценивания величины временной задержки и компенсации смещения частоты и использовании масштабных преобразований или адаптивных параметрических алгоритмов [4]. С одной стороны, компенсация неизвестного частотного сдвига делает возможным применение традиционных методов, но влечет за собой большие вычислительные затраты. С другой стороны, когда искажениями информационной составляющей спектра сигнала, обусловленными наличием эффекта Доплера, можно пренебречь, применяются алгоритмы решения подобных задач, позволяющие избежать компенсации неизвестного частотного сдвига и значительно сократить время вычислений [5].

Постановка задачи. Задача определения временной задержки сигналов обычно формулируется следующим образом. Для двух фазоманипулированных (ФМ) сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$, принимаемых независимыми, но синхронизированными по времени приемниками, необходимо определить временную задержку t_0 :

$$x_1(t) = A_1 \sin(2\pi f_0 t + G(t) + \Phi_1(t)) + \xi_1(t),$$

$$x_2(t) = A_2 \sin(2\pi[f_0 + \Omega(t)](t - t_0) + G(t - t_0) + \Phi_2(t)) + \xi_2(t),$$

где A_1 и A_2 – амплитуды сигналов; $\Omega(t)$ – отклонение несущей частоты сигнала, вызванное, например, эффектом Доплера; $\Phi_i(t)$ – случайные изменения фазы, обусловленные различными неаддитивными шумовыми процессами; $\xi_i(t)$ – аддитивный шум в полосе, соответствующей полосе частот сигнала; $G(t)$ – функция, описывающая вид модуляции сигналов (например, для ФМ2 функция $G(t)$ может принимать одно из двух фиксированных значений $\{0, \pi\}$). Сигнал $x_1(t)$ будем считать опорным, он либо известен априорно, либо регистрируется с хорошим отношением сигнал/шум. Сигнал $x_2(t)$, содержащий сдвинутую по времени искаженную копию сигнала $x_1(t)$, представляет собой исследуемый сигнал.

Алгоритм определения коэффициентов линейного фильтра. Для решения подобных задач предлагается метод определения взаимной временной задержки сигналов, структура которых задается синусоидальной составляющей с фазовыми манипуляциями. Метод позволяет избежать необходимости компенсации неизвестного частотного сдвига посредством нелинейной цифровой обработки исходных сигналов, основанной на выделении фазовых разрывов. В основе предлагаемого алгоритма лежит подход минимальной дисперсии Кейпона [6], заключающийся в минимизации дисперсии сигнала на выходе некоторого линейного фильтра. Частотная характеристика этого фильтра адаптируется к спектральным компонентам входного процесса на каждой представляющей интерес частоте. Такой подход позволяет сохранить энергию выходного сигнала фильтра на заданной частоте, при этом предполагается, что спектральные компоненты на прочих частотах будут в достаточной степени подавлены.

Выход $y[n]$ линейного фильтра с $p + 1$ коэффициентами $\mathbf{a} = \{a[0], a[1], \dots, a[p]\}^T$, соответствующий входу $\mathbf{x}[n] = \{x[n], x[n-1], \dots, x[n-p]\}^T$, определяется сверткой

$$y[n] = \sum_{k=0}^p a[k]x[n-k] = \mathbf{x}^T[n]\mathbf{a}. \quad (1)$$

Дисперсия (энергия) сигнала на выходе рассматриваемого фильтра имеет вид

$$\rho = M\langle |y[n]|^2 \rangle = M\langle \mathbf{a}^H \mathbf{x}^*[n] \mathbf{x}^T[n] \mathbf{a} \rangle = \mathbf{a}^H M\langle \mathbf{x}^*[n] \mathbf{x}^T[n] \rangle \mathbf{a} = \mathbf{a}^H \mathbf{R}_p \mathbf{a}, \quad (2)$$

где $M\langle \cdot \rangle$ – операция математического ожидания; \mathbf{R}_p – теплицева автокорреляционная $(p+1) \times (p+1)$ матрица сигнала. Коэффициенты необходимо выбирать таким образом, чтобы синусоида на частоте f_0 , поступившая на вход такого фильтра, проходила на его выход без искажений. Это требование можно записать в виде ограничения на частотную характеристику фильтра

$$H(f_0) = \sum_{k=0}^p a[k] \exp(-i2\pi f_0 kT) = \mathbf{e}^H(f_0) \mathbf{a} = 1. \quad (3)$$

Для режекции компонент спектра, удаленных от частоты f_0 , необходимо минимизировать дисперсию (2) при ограничении (3), налагаемом на частотную характеристику фильтра. Можно показать [6], что выражение для коэффициентов фильтра в этом случае будет иметь вид

$$\mathbf{a}_{\text{мд}} = \frac{\mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{e}(f_0)}{\mathbf{e}^H(f_0) \mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{e}(f_0)}. \quad (4)$$

Значение параметра p определяется количеством спектральных мод в исходном сигнале. Если сигнал содержит одну моду, то (с учетом априорно неизвестной дисперсии шума) значение $p = 3$ [6]. Это условие позволяет исключить возможность вырождения автокорреляционной матрицы сигнала и гарантировать единственное решение минимума дисперсии для коэффициентов фильтра.

Классический метод Кейпона предполагает дальнейшее использование коэффициентов вектора $\mathbf{a}_{\text{мд}}$ для получения спектральных оценок высокого разрешения [6, 7]. Цель предлагаемой работы – показать возможность непосредственного применения этих коэффициентов в качестве фильтра.

При обработке сигналов, распространяющихся по спутниковым каналам связи, существенным моментом является необходимость учета искажений спектра сигнала, вызванных влиянием неаддитивных шумов, а также смещением и масштабированием (расширением/сжатием) спектра сигнала, которые обусловлены наличием эффекта Доплера. Для сигналов с фазовой манипуляцией масштабирование спектра приводит, в частности, к относительно изменению длительности информационных бит в опорном и исследуемых каналах. Однако при обработке коротких выборок фазоманипулированных сигналов искажением информационной составляющей спектра сигнала во многих случаях можно пренебречь. Обусловленное эффектом Доплера смещение спектра таких сигналов, наряду с привнесенными схемами частотной селекции и автоподстройки фазовыми искажениями, приводит к необходимости создания фильтра, частотная характеристика которого должна без значительной режекции пропускать все частоты в некотором желаемом диапазоне $(f_0 \pm \Delta f)$ и насколько возможно подавлять компоненты спектра вне этого интервала.

Определение коэффициентов фильтра с требуемой частотной характеристикой может быть основано на увеличении значения параметра p и искусственном вырождении автокорреляционной матрицы с целью создания дополнительных параметров, варьирование которых может приблизить частотную характеристику к желаемой форме. Вырождение автокорреляционной матрицы \mathbf{R}_p достигается ее разложением по сингулярным числам [6]:

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H,$$

с последующей заменой диагональной матрицы сингулярных чисел $\mathbf{\Sigma}$ другой матрицей $\mathbf{\Sigma}^\#$ той же размерности, но содержащей только три ненулевых элемента матрицы $\mathbf{\Sigma}$, прочие сингулярные числа приравниваются к нулю. Ортогональные матрицы \mathbf{U} и \mathbf{V}^H остаются без изменений. Такой подход исключает из рассмотрения шумовую часть сигнала (так как дисперсия шума при расчете коэффициентов фильтра предполагается равной нулю), но именно это представляется адекватным решаемой задаче выделения фазовых разрывов, для которых характерно изменение информационных (а не шумовых) составляющих спектра [6, 7].

Вырождение автокорреляционной матрицы приводит к существованию не единственного вектора $\mathbf{a}_{\text{МД}}$, минимизирующего дисперсию выходного сигнала и пропускающего без искажений синусоиду частоты f_0 . Множество векторов решений дает дополнительную возможность выбрать из них тот, который обладает предпочтительными свойствами. В результате подобной модификации автокорреляционной матрицы мы переходим от исходного сигнала к модели некоторого «вырожденного» процесса, соответствующего в спектральном представлении гармонического разложения Писаренко «линейчатому» спектру [6]. В нашем случае этот процесс, очевидно, особенный, так как одна из спектральных компонент задается априорно.

Целесообразно считать предпочтительным вектор $\mathbf{a}_{\text{МД}}$, соответствующий оптимуму некоторого функционала. Вид функционала может вытекать из физической постановки задачи или выбираться исходя из важности свойства искомого решения для дальнейшего анализа. В частности, при использовании принципа оптимизации информационного функционала для получения оптимального решения в условиях недостаточной информации наиболее часто используются функционалы информационной энтропии в форме Шеннона и Берга. Другим подходом, применение которого оправдано в условиях данной задачи, является формирование альтернативных функционалов, основанных на идее «минимизации спектральной полосы». Примером такого подхода может служить функционал

$$\Phi = \int \mu(f)(f - f_0)^2 |H(f)|^2 df. \quad (5)$$

Условие оптимальности выражения (5) приводит к тому, что коэффициент передачи фильтра на частоте f определяется ее близостью к несущей частоте f_0 и уменьшается с ростом величины $|f - f_0|$. Здесь $\mu(f)$ – функция частоты, позволяющая учесть дополнительные ограничения, налагаемые на $H(f)$. На основе такого подхода можно построить целый класс функционалов, удовлетворяющих широкий спектр требований, предъявляемых к частотной характеристике фильтра. Необходимая ширина $H(f)$, определяемая

максимальным смещением центральной частоты спектра сигнала, может быть получена выбором соответствующего значения параметра p .

Выбор функционала минимизации спектральной полосы позволяет снизить уровень боковых лепестков частотной характеристики фильтра по сравнению с альтернативными методами [5]. Кроме того, построенный на коэффициентах $a[k]$ линейный фильтр практически не внесет искажений в гармоническую составляющую принимаемого фазоманипулированного сигнала, так как близкие к частоте f_0 компоненты спектра не будут подавлены (рис. 1, *a*). Таким образом, задача определения коэффициентов фильтра представляет собой вариационную задачу минимизации дисперсии выходного сигнала (1) при ограничении (2) на частотную характеристику фильтра и условии минимальности спектральной полосы:

$$\begin{cases} \mathbf{a}^H \mathbf{R}_p \mathbf{a} \rightarrow \min; \\ \mathbf{e}^H(f_0) \mathbf{a} = 1; \\ \int \mu(f)(f - f_0)^2 |H(f)|^2 df \rightarrow \min. \end{cases} \quad (6)$$

Традиционный численный метод решения подобных задач заключается в сведении задачи поиска условного экстремума к задаче поиска безусловного экстремума с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа. Использование этого подхода предполагает решение системы уравнений (в общем случае нелинейных) для явного определения множителей Лагранжа. Этот путь требует большого объема вычислений, поэтому наиболее естественным способом решения задачи является прямая оптимизация функционала (5) (например, методом Хука – Дживса) при слежении за существующими ограничениями на каждой итерации алгоритма.

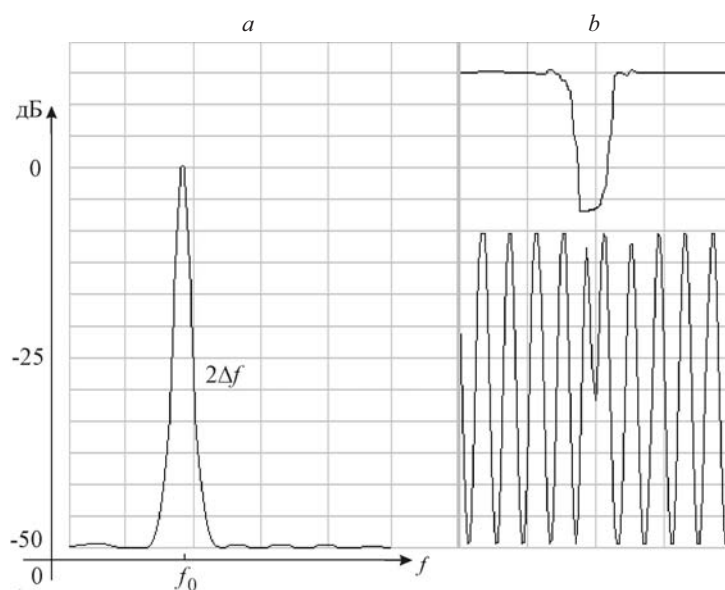


Рис. 1

Построение «функции текущей дисперсии». Алгоритм цифровой фильтрации заключается в построении последовательности, отсчеты которой будут представлять собой отклонения наблюдаемого сигнала от чисто гармонического с частотой f_0 и в неявном виде содержать информацию о модулирующей функции $G(t)$. Взаимная корреляционная функция таких последовательностей для процессов $x_1(t)$ и $x_2(t - t_0)$, очевидно, будет иметь глобальный максимум в точке задержки t_0 .

Предлагаемый алгоритм качественно напоминает процедуру демодуляции сигнала и сводится к прохождению исходных сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ через цифровой фильтр, вектор коэффициентов \mathbf{a} которого получен в соответствии с выражением (6). В результате фильтрации отсчеты сигнала заменяются отсчетами другой функции $\sigma(t)$, неявно зависящей от мгновенной частоты. Функция $\sigma(t)$ представляет собой дисперсию сигнала на выходе адаптивного фильтра и находится согласно выражению

$$\sigma(t_i) = \mathbf{a}^H \mathbf{R}_p^i \mathbf{a}, \quad (7)$$

где \mathbf{R}_p^i – теплицева автокорреляционная матрица сигнала, вычисляемая по короткой выборке с использованием «скользящего окна». Определенную таким образом функцию $\sigma(t)$ будем называть текущей дисперсией.

Процедура построения функции текущей дисперсии состоит из нескольких этапов. Вначале выбирается длина «скользящего окна» M (количество отсчетов сигнала, по которому вычисляются p отсчетов автокорреляционной функции (АКФ)). Из отсчетов АКФ строится теплицева матрица \mathbf{R}_p^i размера $(p \times p)$ и определяется текущее значение функции $\sigma(t_i)$. Затем окно передвигается на один отсчет, и процедура повторяется. В итоге получаем два набора отсчетов функции текущей дисперсии, соответствующих сигналам в различных каналах распространения.

Поведение функции текущей дисперсии, вычисленной согласно выражению (7), показано на рис. 1, *b*. Пока в скользящее окно попадают отсчеты сигнала, соответствующие немодулированной синусоиде на частоте f_0 , откликом будет некоторое постоянное число $\sigma(f_0)$. Как только в окно начнут попадать отсчеты сигнала, соответствующие либо другой частоте f_1 , либо изменению фазы, откликом будет иное число, «следящее» за изменением мгновенной частоты сигнала. Таким образом, получаемая функция текущей дисперсии будет являться неким аналогом модулирующей функции сигнала. При заданной величине эффекта Доплера полуширина отклика фильтра определяет максимальную длину функции текущей дисперсии опорного сигнала, при которой не происходит резкого снижения выраженности максимума АКФ, соответствующего величине временной задержки t_0 исходных сигналов.

Предлагаемый алгоритм достаточно просто реализуется на базе цифровой программируемой логической интегральной схемы и сигнального процессора и имеет высокую вычислительную эффективность. Поскольку алгоритм малочувствителен к плавным изменениям частоты заполнения сигнала, его практическое применение должно быть ограничено классом фазоманипулированных функций.

Результаты моделирования. Исследование эффективности предложенного подхода к определению временной задержки сигналов с различными

частотами заполнения и шумовыми характеристиками осуществлено с помощью компьютерного моделирования. Процесс моделирования заключался в построении модели фазоманипулированного сигнала, генерации шума и реализации алгоритма определения временной задержки. Модель фазоманипулированного сигнала характеризуют следующие параметры: длина выборки опорного сигнала 2000 и 5000 отсчетов, длина выборки исследуемого сигнала 5000 и 8000 отсчетов, скорость передачи данных в опорном и исследуемом каналах 4800 бит/с, частота дискретизации 250 кГц, временная задержка сигнала исследуемого канала 500 отсчетов. Разность частот заполнения опорного и исследуемого сигналов составляла 1 кГц. Величина параметра фильтра $p = 7$, длина скользящего окна $M = 30$. Опорный и исследуемый сигналы методом линейной фурье-фильтрации приводились к полосе пропускания приемной системы. Кроме того, на сигналы накладывался аддитивный гауссов шум $\xi(t)$ в полосе, соответствующей полосе частот сигнала. Реализация алгоритма включала в себя решение задачи оптимизации, получение функции $\sigma(t)$ опорного и исследуемого сигналов и вычисление ВКФ текущей дисперсии. Функция $\mu(f)$ при моделировании полагалась тождественно равной единице. На рис. 2 и рис. 3 приведены результаты обработки фильтром опорного сигнала (отношение сигнал/шум +10 дБ) и показана ВКФ полученных функций текущей дисперсии сигналов опорного и исследуемого каналов. Проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что устойчивость предлагаемого алгоритма по отношению к аддитивным шумам сравнима с результатами алгоритма, представленного в [5], при этом предложенный подход не уступает существующим во времени вычислений. Рассмотрена устойчивость работы созданного адаптивного алгорит-



Рис. 2

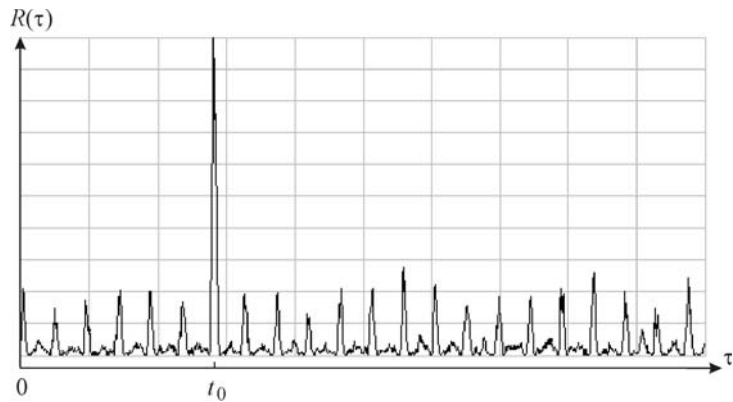


Рис. 3

ма по отношению к неаддитивным (фазовым) шумам. Моделирование фазовых шумов проводилось на основе модуляции несущей частоты сигнала:

$$x(t) = A \cos \{2\pi t(f + \beta_1 \sin(2\pi f_1 t) + \beta_2 \cos(2\pi f_2 t)) + \psi(t) + \varphi\} + \xi(t), \quad (8)$$

где f – несущая частота сигнала; f_1, f_2 – некоторые частоты, сравнимые с частотой манипуляции сигнала; β_1, β_2 – коэффициенты модуляции несущей частоты; $\psi(t)$ – фазовый шум, равномерно распределенный в интервале $[-\pi/10 \dots \pi/10]$; φ – функция манипуляции фазы; $\xi(t)$ – аддитивный шум в спектральной полосе сигнала. Коэффициенты β_1, β_2 выбирались из соотношения $\sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2} / f = d$, где d – уровень фазового шума (отклонение несущей частоты сигнала от своего априорного значения). Исследование проводилось для значений параметра d в пределах $[0-0,2]$. Каждая точка на графике является результатом усреднения по 100 испытаниям. В качестве критерия эффективности работы алгоритма использовалось отношение величины главного максимума взаимной корреляционной функции к стандартному отклонению.

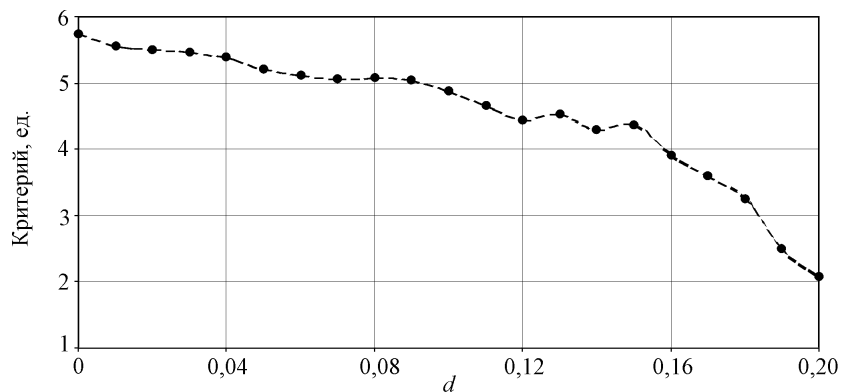


Рис. 4

На рис. 4 представлена зависимость критерия эффективности решения задачи обнаружения от уровня фазового шума. Характер данной зависимости позволяет сделать вывод о том, что эффективность предложенного алгоритма уменьшается с ростом уровня фазового шума. Однако постепенное увеличение влияния фазового шума не приводит к мгновенному уменьшению эффективности, что говорит об устойчивости решения задачи обнаружения к мультипликативным шумам.

Заключение. Проведенные исследования устойчивости работы алгоритма по отношению к аддитивным и фазовым шумам дают основания для применения описанного метода в задаче определения временной задержки коротких информационных сигналов с фазовой манипуляцией в условиях неточного знания несущей частоты на фоне аддитивных и фазовых шумов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Knapp С. Н., Carter G. С.** The generalized correlation method for estimation of time delay // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. 1976. **ASSP-24**, N 4. P. 320.
2. **Messer H., Goldberg J.** Time delay estimation: past, present and future // IEEE Signal Process. Magazine. 1998. **15**, Issue 5. P. 21.
3. **Макс Ж.** Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. М.: Мир, 1983.
4. **Reed F. A., Feintuch P. L., Bershad N. J.** Time delay estimation using LMS adaptive filter – static behavior // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. 1981. **29**. P. 561.
5. **Морозов О. А., Солдатов Е. А., Фидельман В. Р.** Определение временной задержки сигналов методом адаптивной цифровой фильтрации // Автометрия. 1995. № 2. С. 108.
6. **Марпл-мл. С. Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.
7. **Li J., Stoica P., Wang Z.** On robust Capon beamforming and diagonal loading // IEEE Trans. Signal Process. 2003. **51**, N 7. P. 1702.

Поступила в редакцию 21 сентября 2004 г.