

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

А В Т О М Е Т Р И Я

---

2007, том 43, № 1

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.369.677

### МЕТОД НЕКВАДРАТИЧНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СПЕКТРОВ С ФИЛЬТРАЦИЕЙ ЛОЖНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

**В. Н. Шевченко, Н. М. Иванов, Ю. А. Звезда**

*ФГУП «Государственное конструкторское бюро  
аппаратно-программных систем “Связь”», г. Ростов-на-Дону  
E-mail: gkbsviaz@gin.ru*

Предложена модификация алгоритма неквадратичной регуляризации, которая путем выбора параметров регуляризирующего функционала обеспечивает распознавание и фильтрацию ложных составляющих в угловых спектрах. Эффективность алгоритма подтверждена моделированием при решении задачи разделения многолучевого волнового поля по одной реализации входных данных.

**Введение.** Решение задачи пространственной локализации источников излучения в условиях многолучевого распространения ограничивается несовершенством известных способов обработки, не снимающих в настоящее время проблему пеленгования многолучевых сигналов. В связи с этим задачи формирования комплексных угловых спектров с повышенной разрешающей способностью и определения направлений на источники когерентных волновых процессов различной природы (акустической, сейсмической, электромагнитной и т. д.) являются чрезвычайно актуальными. В настоящее время наиболее распространен класс сверхразрешающих алгоритмов, к числу которых относятся, например, алгоритмы множественной классификации сигналов MUSIC (Multiple Signal Classification) и собственных векторов EV (EigenVector) [1]. Особую популярность при решении задачи высокого разрешения приобретают методы неквадратичной регуляризации, основанные на вариационном принципе построения регуляризирующих операторов, причем наибольший интерес представляют методы регуляризации, обеспечивающие улучшение разрешения коррелированных сигналов за счет нелинейной обработки [2–6] и, следовательно, повышающие эффективность разделения многолучевого поля. Однако эти методы остаются трудноприменимыми на практике из-за неоднозначности, обусловленной наличием в простран-

ственном угловом спектре ложных составляющих – продуктов нелинейного преобразования сигналов. Целью данной работы является повышение точности и достоверности разделения многолучевого поля по одной реализации входных данных.

**Анализ известных алгоритмов неквадратичной регуляризации и постановка задачи.** Рассмотрим задачи синтеза неквадратично-регуляризованного комплексного углового спектра и определения направления прихода совокупности коррелированных сигналов, принимаемых  $N$ -элементной антенной решеткой.

Решение задачи методом неквадратичной регуляризации сводится к минимизации функционала:

$$J(\dot{\mathbf{s}}) = J_1(\dot{\mathbf{s}}) + \gamma J_2(\dot{\mathbf{s}}),$$

где  $\gamma$  – параметр регуляризации;  $J_1(\dot{\mathbf{s}})$  – квадратичная невязка, имеющая смысл оценки усредненной по времени мощности шума на антеннах;  $J_2(\dot{\mathbf{s}})$  – регуляризирующий функционал вида  $J_2(\dot{\mathbf{s}}) = \sum_{m=1}^M (|\dot{s}_m|^2 + \varepsilon)^{p/2}$  (здесь  $\dot{s}_m$  –  $m$ -й элемент вектора  $\dot{\mathbf{s}}$ ,  $m = \overline{1, M}$ , – номер возможного направления прихода сигнала,  $\varepsilon$  – малое число,  $p < 1$  – показатель степени регуляризирующего функционала).

Итерационный алгоритм неквадратичной регуляризации, вытекающий из необходимого условия экстремума функционала  $J(\dot{\mathbf{s}})$  и обеспечивающий синтез нелинейно регуляризованного комплексного углового спектра  $\dot{\mathbf{s}}$ , определяется выражением [2, 3]

$$\dot{\mathbf{s}}^{(k)} = (\dot{\mathbf{A}}^+ \dot{\mathbf{A}} + \gamma \Psi^{-1}(\dot{\mathbf{s}}^{(k-1)}))^{-1} \dot{\mathbf{A}}^+ \dot{\mathbf{H}}, \quad (1)$$

где  $k = 1, 2, \dots$  – номер итерации;  $\dot{\mathbf{A}}$  – матрица отсчетов комплексной фазирующей функции, зависящей от заданной частоты приема сигнала, формы волнового фронта и возможных направлений прихода сигналов от каждого потенциального источника;  $\dot{\mathbf{A}}^+$  – матрица, эрмитово-сопряженная с  $\dot{\mathbf{A}}$ ;  $\Psi(\dot{\mathbf{s}}^{(k-1)}) = \text{diag} \{ (|\dot{s}_m^{(k-1)}|^2 + \varepsilon)^{1-p/2} \}$  – диагональная матрица производных регуляризирующего функционала, зависящая от предыдущего значения углового спектра  $\dot{\mathbf{s}}^{(k-1)}$ ;  $\dot{\mathbf{H}} = [\dot{h}_n, n = \overline{1, N}]^T$  – распределение амплитуд и фаз поля, принимаемого элементами решетки.

Для получения начального приближения комплексного углового спектра  $\dot{\mathbf{s}}^{(0)}$  может использоваться алгоритм псевдообращения

$$\dot{\mathbf{s}}^{(0)} = \dot{\mathbf{A}}^+ (\dot{\mathbf{A}} \dot{\mathbf{A}}^+)^{-1} \dot{\mathbf{H}} \quad (2)$$

или алгоритм классического формирования луча [1]

$$\dot{\mathbf{s}}^{(0)} = \dot{\mathbf{A}}^+ \dot{\mathbf{H}}. \quad (3)$$

Применяя известную лемму об обращении матриц [7], из итерационного алгоритма (1) путем тождественных преобразований можно получить более

эффективный в вычислительном отношении алгоритм, описываемый соотношением

$$\dot{\mathbf{s}}^{(k)} = \Psi(\dot{\mathbf{s}}^{(k-1)}) \dot{\mathbf{A}}^+ (\dot{\mathbf{A}} \Psi(\dot{\mathbf{s}}^{(k-1)}) \dot{\mathbf{A}}^+ + \mathbf{E} p \gamma / 2)^{-1} \dot{\mathbf{H}}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица размера  $N \times N$ . Выражение (4) в отличие от выражения (1) допускает предельные переходы  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $\gamma \rightarrow 0$ . При  $\gamma \rightarrow 0$  из (4) следует алгоритм нелинейного псевдообращения [6]

$$\dot{\mathbf{s}}^{(k)} = \Psi(\dot{\mathbf{s}}^{(k-1)}) \dot{\mathbf{A}}^+ (\dot{\mathbf{A}} \Psi(\dot{\mathbf{s}}^{(k-1)}) \dot{\mathbf{A}}^+)^{-1} \dot{\mathbf{H}}.$$

Недостатком представленных алгоритмов является наличие ложных составляющих в синтезированном угловом спектре при наиболее типичных для практики входных отношениях сигнал/шум, не превышающих 30 дБ, что снижает точность и достоверность пеленгования многолучевых сигналов.

Число ложных составляющих в синтезированном угловом спектре может быть уменьшено с помощью когерентного усреднения множества нелинейно регуляризованных комплексных угловых спектров, полученных по одной реализации входных данных, которая каждый раз искажается искусственным введением дополнительного шума. Ложные составляющие спектра более подвержены влиянию шума, поэтому когерентное усреднение независимо искаженных спектров приводит к размыванию ложных максимумов. Однако этот подход имеет ограниченное применение, так как требует достаточно высоких входных отношений сигнал/шум.

Для повышения динамического диапазона нелинейно регуляризованного комплексного углового спектра может использоваться алгоритм рандомизированного усреднения [4, 5]

$$\bar{\dot{\mathbf{s}}} = \sum_{\ell}^L \dot{\mathbf{s}}^{(\ell)}, \quad (5)$$

где  $\ell$  – текущий номер рандомизированного испытания;

$$\dot{\mathbf{s}}^{(\ell)} = (\dot{\mathbf{A}}^+ \dot{\mathbf{A}} + \gamma(\ell) \Psi(\dot{\mathbf{s}}))^{-1} \dot{\mathbf{A}}^+ \dot{\mathbf{H}}, \quad (6)$$

причем параметр регуляризации  $\gamma(\ell)$  выбирается случайно из конечного интервала значений  $\gamma_{\min} < \gamma(\ell) < \gamma_{\max}$ .

Этот алгоритм заключается в усреднении результатов  $L$  испытаний, полученных при различных параметрах регуляризации  $\gamma(\ell)$ , и обеспечивает повышение динамического диапазона на 7–8 дБ при синтезе углового спектра по одной реализации входных данных, что важно при обработке сигналов малой длительности. Однако практическое применение требует более эффективной борьбы с ложными составляющими в нелинейно синтезируемых регуляризованных спектрах.

Таким образом, задача заключается в разработке алгоритма синтеза сигнала нелинейно регуляризованного комплексного углового спектра, обеспечивающего более эффективное устранение неоднозначности определения угловых координат источника по одной реализации входных данных.

**Модифицированный алгоритм синтеза нелинейно регуляризованного углового спектра.** Решением задачи минимизации дисперсии неквад-

ратично-регуляризованного углового спектра получен модифицированный алгоритм синтеза нелинейно регуляризованного спектра, основанный на подгонке параметров  $p$  и  $\gamma$  регуляризирующего функционала  $J(\dot{\mathbf{s}})$ .

Алгоритм предусматривает вычисление множества нелинейно регуляризованных комплексных угловых спектров при различных сочетаниях параметров регуляризирующего функционала. Вычисление отдельного множества осуществляют синтезом регуляризованных спектров при фиксированном значении показателя степени регуляризирующего функционала  $p_z$ ,  $z = 1, \dots, Z$ , и различающихся значениях параметра регуляризации  $\gamma(q)$  ( $q = 1, \dots, Q$  – номер синтезируемого спектра).

Синтез регуляризованных спектров выполняется согласно итерационной процедуре с повышенной вычислительной эффективностью (4). В качестве начального приближения выбираются спектры (2) или (3). После этого идентифицируют множество спектров с минимальной усредненной по пространству дисперсией

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{MQ} \sum_m \sum_q |\dot{s}_{zm}(q) - \langle \dot{s}_{zm} \rangle|^2, \quad (7)$$

т. е. выбирают такое значение  $z = \zeta$ , которое соответствует минимуму выражения (7), где  $\dot{s}_{zm}(q)$  – элементы вектора  $\dot{\mathbf{s}}_z(q)$ , описывающего множество комплексных угловых спектров, а  $\langle \dot{s}_{zm} \rangle$  – элементы вектора

$$\langle \dot{\mathbf{s}}_z \rangle = \frac{1}{Q} \sum_q \dot{\mathbf{s}}_z(q). \quad (8)$$

Амплитуду, азимут и угол места каждого из возможных лучей принятого многолучевого сигнала определяют по локальным максимумам среднего спектра мощности, полученного путем усреднения комплексных угловых спектров  $\dot{\mathbf{s}}_\zeta(q)$  идентифицированного множества

$$\langle |\dot{s}_{\zeta m}|^2 \rangle = \frac{1}{Q} \sum_q |\dot{s}_{\zeta m}(q)|^2. \quad (9)$$

Для азимута и угла места каждого возможного луча вычисляется среднеквадратичное отклонение (СКО) с использованием элементов массива азимутов или углов места при фиксированном значении показателя степени регуляризирующего функционала  $p_z$  и различающихся значениях параметра регуляризации  $\gamma(q)$ . Затем производится распознавание ложных составляющих регуляризованного углового спектра сравнением найденных значений СКО с порогом.

Таким образом, предложенный алгоритм обеспечивает выбор параметров регуляризирующего функционала путем минимизации СКО нелинейно синтезируемого углового спектра.

**Результаты моделирования алгоритма.** Методика и эффективность предложенного алгоритма (7)–(9) проверялись в процессе моделирования. Рассматривалась плоская кольцевая решетка с  $N = 16$  и волновым радиусом, равным 1,633, что эквивалентно волновому расстоянию между элементами, составляющему 0,641 длины волны.

Пусть на эту решетку падают из дальней зоны два когерентных сигнала. Отношение амплитуд сигналов двухлучевого поля полагалось равным  $a_2/a_1 = 1$ , относительная фаза –  $0^\circ$ . Отношение сигнал/шум определялось как отношение мощностей двухлучевого сигнала и гауссова шума на выходе отдельного элемента решетки.

Моделирование выполнялось в два этапа. На первом этапе был проведен анализ эффективности алгоритма для случая большого углового разнеса между источниками ( $\alpha_1 = 130^\circ$  и  $\alpha_2 = 170^\circ$ ).

Результаты нелинейной регуляризации сравнивались с результатами, полученными методом классического формирования луча, обеспечивающим, как известно, наиболее устойчивые оценки направления прихода в широком диапазоне отношений сигнал/шум. При оценке достоверности пиков в угловом спектре, полученных классическим методом, применялся алгоритм пороговой селекции локальных максимумов с уровнем порога 0,7.

На рис. 1 приведены результаты моделирования при использовании одной реализации входного сигнала для двух значений отношения сигнал/шум: 15 дБ (рис. 1, а) и 5 дБ (рис. 1, б). Для углового спектра, полученного методом классического формирования луча (пунктирная линия), показаны азиму-

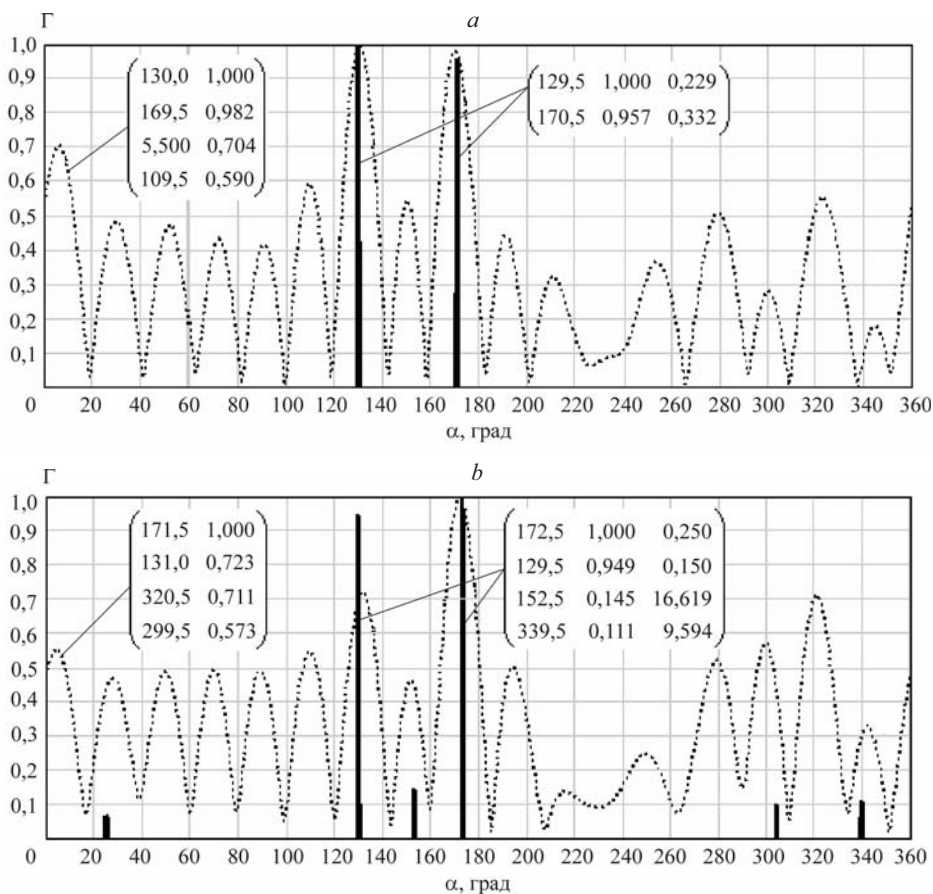


Рис. 1. Сравнение предложенного алгоритма с методом классического формирования луча. Случай большого углового разнеса

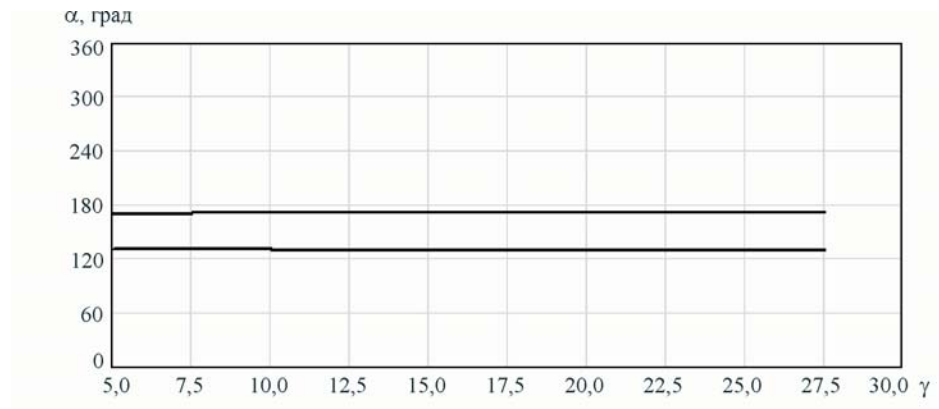


Рис. 2. График зависимости направления прихода лучей от значения параметра  $\gamma$

тальные углы прихода и амплитуды четырех лучей с максимальным уровнем. Для алгоритма регуляризации (сплошная линия) представлены гистограммы распределения найденных азимутальных углов прихода лучей, их относительный вес и СКО, полученные при изменении параметра  $p$  в интервале  $[10^{-6}; 2,15 \cdot 10^{-3}]$  и параметра  $\gamma$  в интервале  $[5; 30]$ . При определении достоверности оценок углов прихода лучей пороговое значение выбиралось равным  $2^\circ$ . Представленные гистограммы формировались на основе обработки результатов, аналогичных показанным на рис. 2, где в качестве примера дан график зависимости найденных направлений прихода двух лучей при оптимальном значении показателя степени регуляризирующего функционала  $p$  от значения параметра регуляризации  $\gamma$  при отношении сигнал/шум, равном 15 дБ.

Анализ полученных зависимостей показал достаточно высокую эффективность предложенного алгоритма при отношениях сигнал/шум, превышающих 5 дБ. Как следует из рис. 1,  $b$ , СКО двух азимутов, близких к истинным направлениям прихода лучей, равны  $0,25$  и  $0,15^\circ$ . СКО ложных азимутов равны  $16,19$  и  $9,59^\circ$ , что существенно превосходит пороговое значение. В отличие от этого классический алгоритм при отношении сигнал/шум 5 дБ приводит к появлению максимумов с уровнем, превышающим  $0,7$  от основного максимума, что практически совпадает с уровнем сигнала, соответствующего истинному направлению прихода одного из лучей, и может привести к перепутыванию истинного и ложного направлений прихода.

На втором этапе моделирования углы прихода лучей полагались  $\alpha_1 = 160^\circ$  и  $\alpha_2 = 170^\circ$ , так что разность между ними меньше интервала разрешения Рэля, приблизительно равного в рассматриваемом случае  $18^\circ$ . Результаты гистограммных испытаний, полученные по 100 реализациям входного сигнала, для отношений сигнал/шум 10, 20, 25 и 30 дБ соответственно приведены на рис. 3,  $a - d$ . При этом указаны оценки углов прихода и соответствующие им вероятности. Обработка каждой реализации не отличалась от обработки, применявшейся на первом этапе. Из рисунка следует, что предложенный алгоритм выбора параметров регуляризирующего функционала расширяет применимость методов неквадратичной регуляризации в область наиболее типичных для практики входных отношений сигнал/шум, существенно меньших 30 дБ.

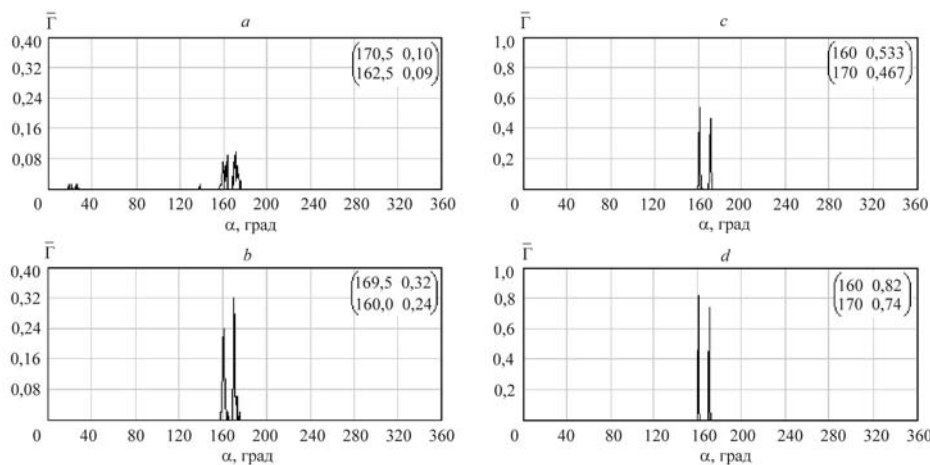


Рис. 3. Гистограммные испытания входного сигнала. Случай малого углового разноса

**Заключение.** Алгоритм оптимального выбора параметров регуляризирующего функционала обеспечивает минимизацию дисперсии сигналов регуляризованных угловых спектров и распознавание ложных максимумов в синтезированном спектре по одной реализации входных данных. Это существенно повышает точность и достоверность пеленгования источников кратковременных сигналов в условиях многолучевого распространения волн различной природы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джонсон Д. Х. Применение методов спектрального оценивания к задачам определения угловых координат источников излучения // ТИИЭР. 1982. **70**, № 9. С. 126.
2. Cetin M., Malioutov D. M., Willsky A. S. A variational technique for source localization based on a sparse signal reconstruction perspective // Proc. of the Intern. Conf. on Acoust. Speech and Sign. Processing. Orlando, FL, 2002.
3. Шевченко В. Н. Разделение многочастотного многолучевого поля методами регуляризации // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 2003. **46**, № 2. С. 150.
4. Шевченко В. Н. Оценивание углового положения источников когерентных сигналов на основе методов регуляризации // Радиотехника. 2003. № 9. С. 3.
5. Шевченко В. Н. Вариационные методы оценивания параметров поля в условиях многолучевого распространения // Автометрия. 2003. **41**, № 4. С. 57.
6. Иванов Н. М., Рейзенкинд Я. А. Уменьшение объемов вычислений при определении углов прихода радиоволн вариационным методом // Радиоконтроль. 2004. № 7.
7. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.

Поступила в редакцию 22 марта 2006 г.