

**ПРЕЦИЗИОННЫЙ РАЗМЕРНЫЙ КОНТРОЛЬ ДИАМЕТРОВ
КРУГОВЫХ ОТРАЖАЮЩИХ ЦИЛИНДРОВ****Ю. А. Лемешко, Ю. В. Чугуй, А. К. Яровая***Конструкторско-технологический институт научного приборостроения СО РАН,
г. Новосибирск
E-mail: chugui@tdisie.nsc.ru*

Обсуждается метод измерения диаметров круговых отражающих цилиндров путем обработки дифракционной картины, которая образуется в ближней зоне при освещении краев измеряемого объекта плоским монохроматическим пучком света. Разработана и экспериментально подтверждена эквивалентная математическая модель формирования дифракционного поля. Применение данной модели дало возможность получить аналитические зависимости, описывающие распределение поля от кругового отражающего цилиндра. Изучено влияние отражающей поверхности объекта на параметры дифракционной картины. Предложен высокоточный алгоритм, позволяющий вычислить диаметр цилиндрического изделия по его дифракционной картине Френеля с погрешностью менее 1 мкм.

Введение. Прецизионное измерение диаметров объектов цилиндрической формы, имеющих отражающую поверхность, – одна из актуальных задач промышленного контроля. Такими объектами являются валы, ролики, проволоки, а также сложные изделия, содержащие цилиндрические фрагменты. В частности, к изделиям данного типа относятся ролики подшипников качения (диаметр от 9 до 54 мм), которые используются в ходовой части железнодорожных вагонов. Контроль профиля цилиндрической поверхности ролика необходимо производить с погрешностью, не превышающей 1 мкм.

Перспективным представляется применение оптико-электронных методов измерений, которые, в отличие от известных емкостных и индуктивных методов [1], обладают большей устойчивостью к воздействию внешних электромагнитных полей. Прецизионный контроль больших диаметров ($D > 10$ мм) часто осуществляется триангуляционным [2] и интерференционным [3] методами. Триангуляционный метод не всегда обеспечивает требуемые точностные характеристики, а интерференционный метод требует точного позиционирования объекта на измерительной позиции, что значительно ограничивает его применение в промышленных условиях.

Альтернативным методом прецизионного контроля цилиндрических изделий является дифракционный метод, основанный на обработке дифракционной картины Френеля [4, 5], формируемой измеряемым объектом в свободном пространстве. Однако часто не удается достичь высокой точности измерений. Основная причина – применение недостаточно точных моделей формирования дифракционного поля от отражающего цилиндра. В [6] показано, что наличие отражающей поверхности у цилиндрического объекта приводит к заметному смещению дифракционных полос в его дифракционной картине Френеля.

Целью данной работы является исследование предложенной в [6] аппроксимирующей модели формирования дифракционной картины Френеля от кругового отражающего цилиндра и разработка на ее основе высокоточного алгоритма вычисления диаметра.

Френелевский метод измерения диаметра основан на формировании в свободном пространстве картины Френеля от измеряемого объекта и вычисления положения его краев посредством обработки дифракционных полос, которые формируются при освещении краев объекта плоскими монохроматическими пучками.

Оптическая схема, реализующая указанный метод измерения диаметра, показана на рис. 1. Схема состоит из двух одинаковых оптических каналов, каждый из которых включает в себя лазерный модуль, коллимирующий объектив и многоэлементный фотоприемник (ПЗС-линейка). Зная положение дифракционных полос по обе стороны объекта и расстояния от этих полос до его истинных границ, нетрудно вычислить диаметр. Обычно для определе-

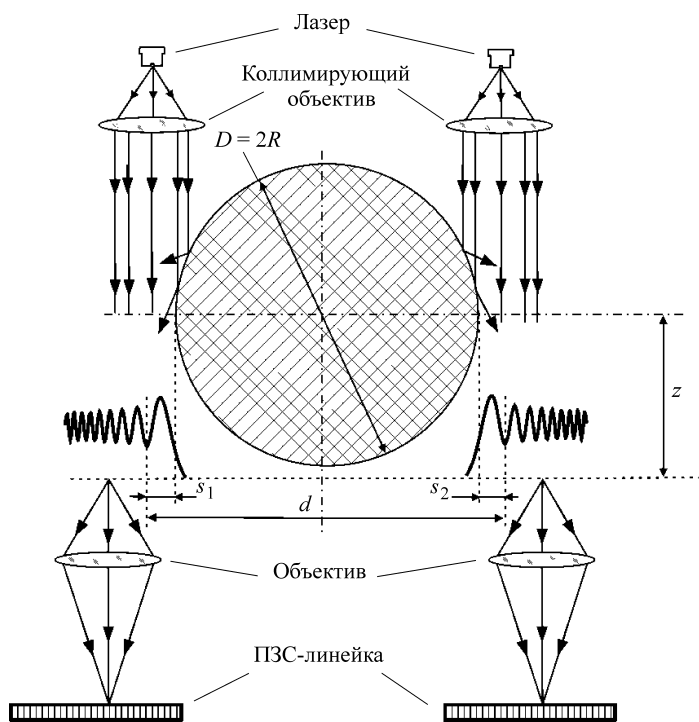


Рис. 1. Схема дифракционного измерителя диаметра цилиндров

ния диаметра объекта используют по одной полосе с каждой стороны объекта. Например, при использовании двух первых полос диаметр определяется как $D = d - s_1 - s_2$, где d – расстояние между дифракционными полосами; s_1, s_2 – расстояния от дифракционных полос до границ объекта (см. рис. 1).

При формировании картины от цилиндра часть освещающих пучков отражается от его поверхности и интерферирует с теневой дифракционной картиной. За счет этого происходит смещение дифракционных полос. В результате использование модели тонкого эквивалентного экрана [4] при вычислении диаметра объекта может привести к значительной ошибке (несколько микрон). Существующие строгие решения задачи дифракции на круговом отражающем цилиндре [7] являются чрезвычайно сложными и непригодными для инженерного применения.

Расчет дифракционного поля. Формируемое объектом дифракционное поле можно представить как результат суперпозиции двух волн: отраженной $E_1(x)$ от цилиндрической поверхности и прошедшей $E_2(x)$, дифрагированной краем цилиндра (рис. 2).

Учитывая, что отражение от гладких поверхностей с достаточно высокой точностью описывается законами геометрической оптики, рассмотрим поле $E_1(x_1)$ как результат отражения освещающего пучка от цилиндрического рассеивающего зеркала. Исходя из этого можно показать, что при малых углах дифракции на расстоянии $z \gg 10\lambda$ от диаметральной плоскости цилиндра выражение для поля отраженной волны имеет вид [8]

$$E_1(x_2) = \frac{\sqrt{Rx_2}}{2z} \exp\{ikz\} \exp\left\{ik\left(\frac{x_2^2}{2z} - \frac{Rx_2^3}{8z^3}\right)\right\}, \quad (1)$$

где k – волновое число.

Волновой фронт проходящей волны $E_2(x_1)$ испытывает разрыв на краю объекта, что, как известно, приводит к появлению дифракционных эффектов. С высокой степенью точности поле проходящей волны за цилиндром радиуса R можно представить как результат дифракции света на тонком (нулевой толщины) экране $D = 2R$. В данном случае на размере D укладывается много зон Френеля ($D \gg \sqrt{\lambda z}$), т. е. имеет место дифракция Френеля. Отсюда следует, что дифракционные картины, соответствующие каждому из краев объекта, слабо взаимодействуют друг с другом. Это позволяет рассматривать

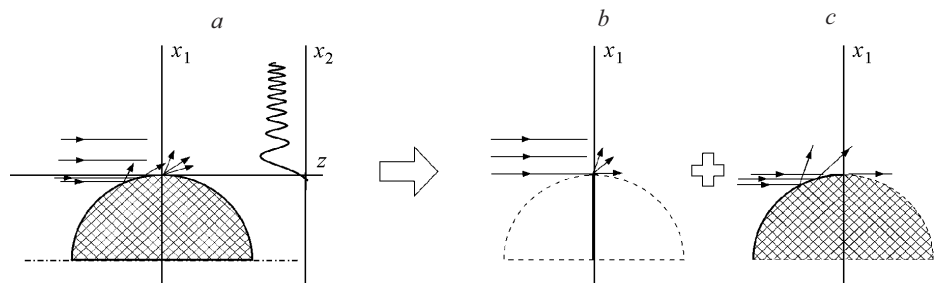


Рис. 2. Эквивалентная модель формирования дифракционного поля от края цилиндра: полное поле (a), проходящая волна (b) и отраженная волна (c)

дифракционные поля для каждого края отдельно. Дифракционное поле от верхнего (для определенности) края объекта представляется формулой [9]

$$E_2(x_2) = \tilde{Y}(x_2) = \frac{1}{\sqrt{i\lambda z}} Y(x_1) \otimes \exp\left\{\frac{i\pi x_1^2}{\lambda z}\right\}, \quad (2)$$

где $Y(x_1)$ – ступенчатая функция Хевисайда.

В результате нетрудно показать, что полное дифракционное поле имеет вид

$$E = e^{ikz} \left(\tilde{Y}(x_2) - \frac{\sqrt{Rx_2}}{2z} \exp\left\{ik\left(\frac{x_2^2}{2z} - \frac{Rx_2^3}{8z^3}\right)\right\} \right), \quad (3)$$

где $\tilde{Y}(x_2)$ – френелевский образ ступенчатой функции Хевисайда.

Первый член формулы (3) описывает дифракцию проходящей волны на краю объекта, а второй – поле волны, отраженной от поверхности цилиндра.

Получим выражение, характеризующее распределение интенсивности дифракционной картины. Для этого воспользуемся аппроксимацией френелевского образа функции Хевисайда [10]

$$\tilde{Y}(x) \approx Y(x) - \frac{b \exp\{ikx^2/2z\} \operatorname{sign}(x)}{2(|x| + b)}, \quad (4)$$

где $b = \sqrt{i\lambda z}/\gamma$, $2 \leq \gamma \leq \pi$; $\operatorname{sign}(x)$ – знаковая функция.

Исходя из (3) и (4) можно получить [6] следующее выражение, описывающее распределение интенсивности дифракционной картины от края отражающего цилиндра:

$$I(x_2) \approx 1 + p^2 - 2p \cos(\varphi_1) - 2q \cos(\varphi_2) + pq \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (5)$$

где

$$p = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi^2}{\lambda z} x_2^2 + \pi \sqrt{\frac{2}{\lambda z} x_2 + 1} \right]^{-1/2}; \quad q = \frac{\sqrt{Rx_2}}{2z};$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi x_2^2}{\lambda z} + \operatorname{arctg} \left(\left[1 + \frac{\sqrt{2\lambda z}}{\pi x_2} \right]^{-1} \right); \quad \varphi_2 = \frac{\pi x_2^2}{\lambda z} - \frac{\pi Rx_2^3}{4\lambda z^3}.$$

Результаты моделирования дифракционного поля согласно (5) от края кругового отражающего цилиндра радиуса $R = 20$ мм представлены на рис. 3. Видно, что присутствие отраженной волны приводит к увеличению контраста дифракционных полос, а также к смещению их центров.

Так, например, при заданных параметрах моделирования первый дифракционный минимум смещается на 2,9 мкм, а десятый – на 3,5 мкм. В результате при определении положения края объекта по положению дифракци-

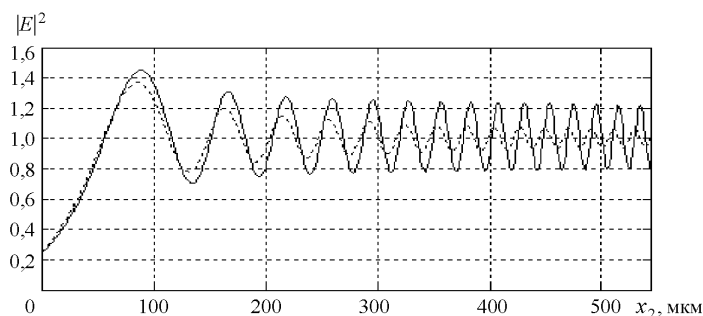


Рис. 3. Моделирование распределения интенсивностей дифракционной картины для цилиндров с различными поверхностями ($\lambda = 0,65$ мкм, $R = 20$ мм, $z = 15$ мм): отражающий цилиндр – сплошная линия, черный цилиндр – пунктирная линия

онных полос использование теневой модели формирования дифракционного поля приведет к значительной ошибке.

В табл. 1 дана оценка величин смещений первых десяти дифракционных минимумов в картине под влиянием поля отраженной волны при $R = 20$ мм, $\lambda = 0,65$ мкм, $z = 10-100$ мм. Из таблицы видно, что величина смещения растет с увеличением номера полосы и уменьшается с увеличением z . Как показывают расчеты, это связано с характером поведения амплитуды поля отраженной волны. Заметим, что смещение полос является достаточно ощу-

Таблица 1

Смещение Δx дифракционных минимумов вследствие влияния поля отраженной волны

z , мм	n									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Δx , мкм									
10	3,09	3,10	3,16	3,29	3,46	3,67	3,91	4,18	4,48	4,48
20	2,94	3,02	3,04	3,06	3,10	3,14	3,20	3,27	3,35	3,45
30	2,80	2,95	3,00	3,02	3,03	3,05	3,07	3,10	3,14	3,17
40	2,68	2,88	2,95	2,99	3,00	3,02	3,03	3,05	3,06	3,08
50	2,59	2,81	2,91	2,95	2,98	2,99	3,01	3,02	3,03	3,04
60	2,51	2,75	2,86	2,92	2,95	2,97	2,99	3,00	3,01	3,02
70	2,44	2,69	2,82	2,88	2,92	2,95	2,97	2,98	2,99	3,00
80	2,38	2,64	2,77	2,85	2,90	2,93	2,95	2,97	2,98	2,99
90	2,33	2,60	2,73	2,82	2,87	2,91	2,93	2,95	2,97	2,98
100	2,28	2,55	2,70	2,79	2,84	2,88	2,91	2,94	2,95	2,96

тимым, и в случае прецизионных измерений возникает необходимость его коррекции при обработке дифракционной картины.

Вычисление диаметра цилиндра. Для устранения методической ошибки, вызванной смещением дифракционных полос, рассмотрим формирование дифракционных минимумов интенсивности. Если ограничиться анализом положения экстремальных точек (центров дифракционных полос), то, как показали результаты численного моделирования, при $z > R$ в области формирования первых 20 дифракционных полос первым, вторым и последним членами выражения (5) можно пренебречь. Таким образом, поиск центров дифракционных полос сводится к поиску минимумов функции

$$U(x_2) = -p(x_2)\cos(\varphi_1(x_2)) - q(x_2)\cos(\varphi_2(x_2)). \quad (6)$$

Дифференцируя (6), можно получить уравнение, определяющее положение дифракционных минимумов:

$$\begin{aligned} & -p'(x)\cos(\varphi_1(x)) + p(x)\sin(\varphi_1(x))\varphi_1'(x) - \\ & -q'(x)\cos(\varphi_2(x)) + q(x)\sin(\varphi_2(x))\varphi_2'(x) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Для решения данного уравнения воспользуемся методом малых приближений Ньютона. В качестве нулевого приближения примем решение, соответствующее случаю дифракции на абсолютно черном цилиндре (третий и четвертый члены уравнения равны нулю). Это решение [11] имеет вид

$$x_{\min} = K_n \sqrt{\lambda z}, \quad (8)$$

где K_n – предопределенные константы, зависящие только от номера дифракционной полосы.

Решая уравнение (7), можно получить выражение, описывающее положение минимумов дифракционной картины от кругового отражающего цилиндра:

$$x_{\min} = K_n \sqrt{\lambda z} + \eta_n(z), \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \eta_n(z) = & \frac{-p'\cos(\varphi_1) + p\sin(\varphi_1)\varphi_1' - q'\cos(\varphi_2) + q\sin(\varphi_2)\varphi_2'}{-p''\cos(\varphi_1) + 2p'\sin(\varphi_1)\varphi_1' + p\cos(\varphi_1)\varphi_1'^2 + p\sin(\varphi_1)\varphi_1''} \rightarrow \\ \rightarrow & \frac{-p'\cos(\varphi_1) + p\sin(\varphi_1)\varphi_1' - q'\cos(\varphi_2) + q\sin(\varphi_2)\varphi_2'}{-q''\cos(\varphi_2) + q'\sin(\varphi_2)\varphi_2' + q'\sin(\varphi_2)\varphi_2'^2 + q\cos(\varphi_2)\varphi_2'^2 + q\sin(\varphi_2)\varphi_2''}. \end{aligned}$$

В табл. 2 приведены значения остаточной ошибки определения края отражающего цилиндра по центрам дифракционных полос согласно выражению (9). Отметим, что при определенных значениях z и n ($z > 30$, $n > 4$) коррекция позволяет существенно снизить величину методической ошибки определения края. Например, при регистрации поля на расстоянии $z = 40$ мм от диаметральной плоскости методическая ошибка определения края Δx по

Т а б л и ц а 2

Остаточная ошибка определения положения края отражающего цилиндра

$z, \text{ мм}$	n									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	$\Delta\tilde{x}, \text{ мкм}$									
10	-2,74	-0,54	-0,24	-0,22	-0,35	-0,65	-1,21	-2,31	-4,81	-3,74
20	-3,69	-0,79	-0,30	-0,12	-0,05	-0,04	-0,06	-0,11	-0,19	-0,31
30	-4,52	-1,05	-0,42	-0,17	-0,04	0,02	0,04	0,05	0,04	0,02
40	-5,24	-1,31	-0,55	-0,24	-0,08	0,01	0,06	0,09	0,10	0,11
50	-5,90	-1,54	-0,68	-0,32	0,12	-0,01	0,06	0,10	0,13	0,14
60	-6,50	-1,76	-0,81	-0,40	-0,18	-0,05	0,04	0,09	0,13	0,15
70	-7,06	-1,96	-0,94	-0,48	-0,24	-0,09	0,01	0,08	0,13	0,16
80	-7,57	-2,16	-1,06	-0,57	-0,30	-0,13	-0,02	0,06	0,11	0,15
90	-8,06	-2,34	-1,17	-0,65	-0,35	-0,17	-0,05	0,04	0,10	0,14
100	-8,53	-2,52	-1,28	-0,72	-0,41	-0,21	-0,08	0,01	0,08	0,13

пятой дифракционной полосе ($n = 5$) без коррекции составляет 3 мкм, а после коррекции $-0,08$ мкм. Низкая эффективность коррекции и даже ухудшение первоначального результата при $n < 4$ связано с особенностями аппроксимации (4). Остаточную ошибку можно уменьшить путем построения следующего приближения по методу Ньютона, однако это значительно усложнит полученное решение.

Экспериментальные результаты. Блок-схема установки для исследования дифракционного поля Френеля от кругового отражающего цилиндра показана на рис. 4. Установка состоит из осветительного модуля, проецирующего

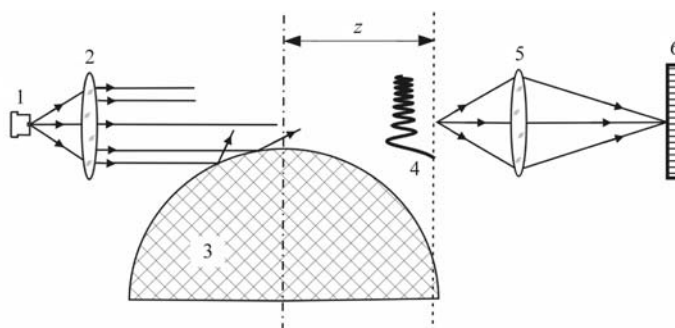


Рис. 4. Схема экспериментальной установки: 1 – лазерный диод, 2 – коллимирующий объектив, 3 – цилиндр, 4 – дифракционная картина, 5 – проецирующий объектив, 6 – ПЗС-линейка

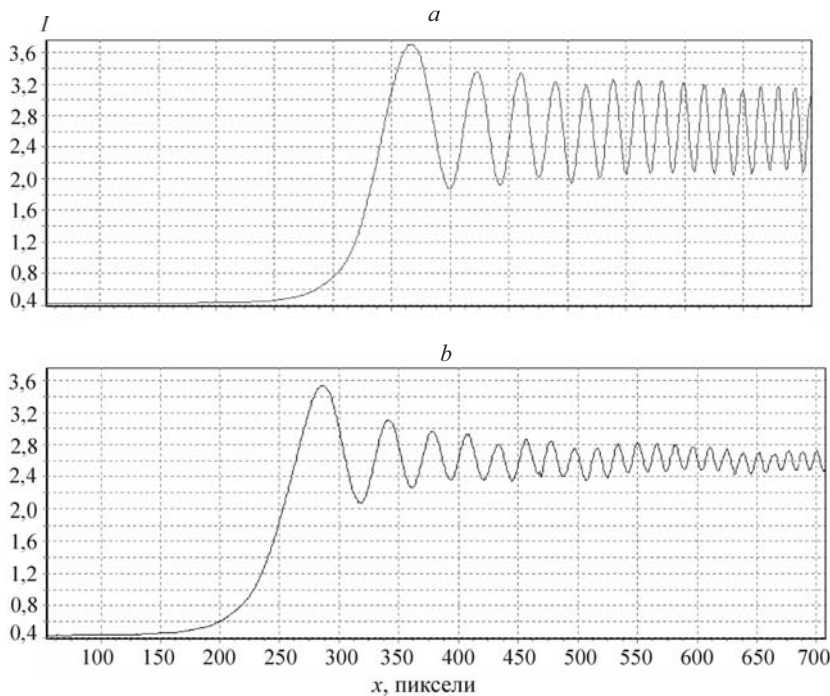


Рис. 5. Распределение интенсивностей дифракционной картины, зарегистрированное экспериментально

шего объектива, фотоприемника. Осветительный модуль включает в себя полупроводниковый лазер (излучаемая мощность 5 мВт, длина волны $\lambda = 0,65$ мкм) и коллимирующий объектив. В качестве фотоприемника применяется ПЗС-линейка ILX511 (2048 пикселей, размер пикселя 14 мкм). При проведении эксперимента использовались стальные калиброванные цилиндры диаметром 40 мм, аттестованные с погрешностью не более 0,3 мкм. Один из цилиндров был предварительно зачернен в пламени камфары.

Распределение интенсивностей, зарегистрированных при $z = 14$ мм, от черного и отражающего цилиндров представлено на рис. 5, *a, b*. Видно, что контраст дифракционных полос от отражающего цилиндра (см. рис. 5, *a*), как и было предсказано теоретически, выше контраста полос, формируемых черным цилиндром (см. рис. 5, *b*). Определение смещения дифракционных полос связано с некоторой сложностью в определении точки, относительно которой отсчитывается положение экстремумов. Обеспечить установку цилиндра на позицию с субмикронной погрешностью технически сложно. Для черного цилиндра положение истинного края можно определить по уровню 0,25 от интенсивности освещающего пучка, для отражающего цилиндра, вследствие присутствия отраженной компоненты, такая оценка будет ошибочной. В связи с этим в качестве точки отсчета в каждой дифракционной картине был выбран первый (считая от края объекта) максимум интенсивности. Это позволило дать косвенную количественную оценку влияния отраженной волны на дифракционное поле.

График зависимости величины смещения дифракционной полосы от ее номера приведен на рис. 6. Сплошная кривая рассчитана теоретически по-

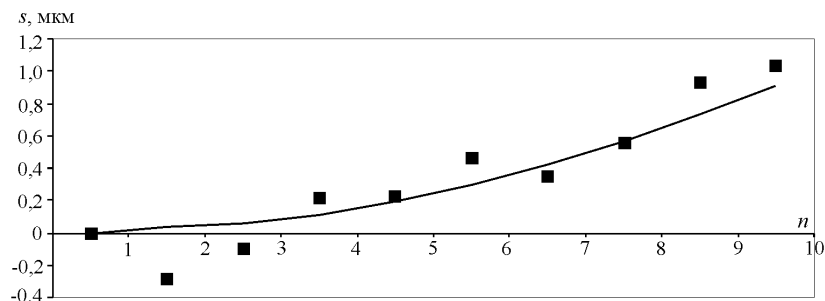


Рис. 6. Смещение дифракционных минимумов под влиянием отраженной волны

средством моделирования дифракционного поля согласно выражению (3). Квадратами обозначены данные, полученные путем обработки дифракционных картин, зафиксированных экспериментально.

Таким образом, разработанная эквивалентная модель формирования поля от кругового отражающего цилиндра дает корректную оценку смещения дифракционных полос, что подтверждает эффективность предложенного алгоритма вычисления диаметра.

Заключение. Применительно к размерному контролю цилиндрических изделий, имеющих отражающую поверхность, в данной работе исследован метод измерения их диаметров по дифракционной картине Френеля. Установлено, что для таких изделий модель тонкого экрана в случае прецизионных измерений является недостаточно точной и что погрешность вычисления диаметра объекта на ее основе может достигать нескольких микрон.

Исследована и экспериментально подтверждена эквивалентная модель формирования дифракционного поля от кругового отражающего цилиндра. Получены аналитические зависимости, описывающие распределение дифракционного поля. На их основе разработан высокоточный алгоритм вычисления диаметра цилиндра, позволяющий на порядок снизить величину методической ошибки (остаточная методическая ошибка менее 1 мкм).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Датчики теплофизических и механических параметров: Справочник /Под общ. ред. Ю. Н. Коптева. М.: ИПРЖР, 1999. Т 1.
2. Байбаков А. Н., Кучинский К. И., Плотников С. В., Титова Е. А. Применение позиционно-чувствительных фотоприемников в триангуляционных системах размерного контроля динамических объектов // Автометрия. 2005. 41, № 6. С. 53.
3. Erben A. Optisches Antasten des Prüflings mit Hilfe der Interferenzlinie bei Langen- und Winkelmessungen am Meßmikroskop BK 70 × 50 des VEB Carl Zeiss JENA // Feingeräte-technik. 1972. N 2.
4. Boehnlein A., Harding K., Kaltenbacher E., Sieczka E. Design of an on-machine gauge for diameter measurements // Proc. SPIE. 1993. 1821. P. 439.
5. Чугуй Ю. В., Яковенко Н. А., Ялупин М. Д. Повышение точности френелевского метода измерения размеров при использовании частично когерентного освещения // Автометрия. 2005. 41, № 6. С. 13.

6. **Лемешко Ю. А., Чугуй Ю. В.** Размерный контроль круговых отражающих цилиндров интерференционным методом // Автометрия. 2003. **39**, № 5. С. 42.
7. **Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З.** Основы теории дифракции. М.: Наука, 1982. С. 43–63, 199–202, 207–211.
8. **Chugui Yu. V., Lemeshko Yu. A.** Precision inspection of diameters for circular reflecting cylinders // Proc. SPIE. 2005. **5856**. P. 517.
9. **Гудмен Дж.** Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970.
10. **Chugui Yu. V.** Constructive theory of formation and filtering optical images and Fraunhofer diffraction patterns of 3D opaque object of constant thickness in coherent light // Proc. SPIE. 1996. **2655**. P. 287.
11. **Сивухин Д. В.** Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1989.

Поступила в редакцию 6 октября 2006 г.
